

DELHI UNIVERSITY LIBRARY

Cl. No. 137:2

168N20

Date of release for loan

Ac. No. 2489

This book should be returned on or before the date last stamped below. An overdue charge of one anna will be charged for each day the book is kept overtime.

۶۷
۴



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

علم حرکت

لونی صاحب کی کتاب الیمنٹس آف ڈائنامکس کا اردو ترجمہ
از

خان فضل محمد خان صاحب ایم۔ اے۔ (پنجاب) بی۔ اے۔ (کیمبرج)
ریٹائرڈ سیکرٹری گورنمنٹ آف انڈیا ۱۹۰۵ء سیکرٹری سینٹ جانز کالج کیمبرج ۱۹۰۶ء

فیلو پنجاب یونیورسٹی ۱۱-۱۹۱۴ء

رفیق جامعہ عثمانیہ

نائب ناظم تعلیمات کلاسہ عالی

۱۳۳۸ھ م ۱۳۲۵ھ م ۱۹۲۰ء

مطابقت اور اصلاح کے ساتھ

✓
۲۸

۵۳۱۰۳

L7711

کتاب سید کبریٰ کی بیعت سے
جبر کو ترقی کا پلانت مالیت
طلیح کی لکھی ہے۔

۱۱

۱۱/۱۱/۱۱

مُقَدِّمہ



دنیا میں ہر قوم کی زندگی میں ایک ایسا زمانہ آتا ہے جب کہ اُس کے قوائے ذہنی میں انحطاط کے آثار نمودار ہونے لگتے ہیں ، ایجاد و اختراع اور غور و فکر کا مادہ تقریباً مفقود ہو جاتا ہے ، تخیل کی پرواز اور نظر کی جولانی تنگ اور محدود ہو جاتی ہے ، علم کا دار و مدار چند رسمی باتوں اور تقلید پر رہ جاتا ہے ۔ اُس وقت قوم یا تو بیکار اور مردہ ہو جاتی ہے یا سنبھلنے کے لئے یہ لازم ہوتا ہے کہ وہ دوسری ترقی یافتہ اقوام کا اثر قبول کرے ۔ تاریخ عالم کے ہر دور میں اس کی شہادتیں موجود ہیں ۔ خود ہمارے دیکھتے دیکھتے جاپان پر یہی گزری اور یہی حالت اب ہندوستان کی ہے ۔ جس طرح کوئی شخص دوسرے بنی نوع انسان سے قطع تعلق کر کے تنہا اور الگ ٹھلک نہیں رہ سکتا اور اگر رہے تو پنپ

نہیں سکتا اسی طرح یہ بھی ممکن نہیں کہ کوئی قوم دیگر اقوام عالم سے بے نیاز ہو کر پھولے پھلے اور ترقی پائے۔ جس طرح ہوا کے جھونکے اور ادنیٰ پرندوں اور کیڑے کوڑوں کے اثر سے وہ مقامات تک ہرے بھرے رہتے ہیں جہاں انسان کی دسترس نہیں اسی طرح انسانوں اور قوموں کے اثر بھی ایک دوسرے تک اڑ کر پہنچتے ہیں۔ جس طرح یونان کا اثر روم اور دیگر اقوام یورپ پر پڑا جس طرح عرب نے عجم کو اور عجم نے عرب کو اپنا فیض پہنچایا جس طرح اسلام نے یورپ میں تاریکی اور جہالت کو مٹا کر علم کی روشنی پہنچائی اسی طرح آج ہم بھی بہت سی باتوں میں مغرب کے محتاج ہیں۔ یہ قانون عالم ہے جو یوں ہی جاری رہا اور جاری رہیگا۔

”دن سے دیا یوں ہی جلتا رہا ہے“

جب کسی قوم کی نوبت یہاں تک پہنچ جاتی ہے اور وہ آگے قدم بڑھانے کی سعی کرتی ہے تو ادبیات کے میدان میں پہلی منزل ترجمہ ہوتی ہے۔ اس لئے کہ جب قوم میں جدت اور ایج نہیں رہی تو ظاہر ہے کہ اس کی تصانیف معمولی ادھوری، کم مایہ اور ادنیٰ ہوں گی۔ اُس وقت قوم کی بڑی خدمت یہی ہے کہ ترجمہ کے ذریعہ سے دنیا کی اعلیٰ درجہ کی تصانیف اپنی زبان میں لائی جائیں۔ یہی ترجمے خیالات میں تغیر اور معلومات میں اضافہ کہیں گے، جمود کو توڑیں گے اور قوم میں ایک نئی حرکت پیدا کہیں گے اور پھر آخر یہی ترجمے تصنیف و تالیف

کے جدید اسلوب اور ڈھنگ سمجھائیں گے۔ ایسے وقت میں ترجمہ تصنیف سے زیادہ قابل قدر، زیادہ مفید اور زیادہ فیض رساں ہوتا ہے۔

اسی اصول کی بنا پر جب عثمانیہ یونیورسٹی کی تجویز پیش ہوئی تو ہزار اکرالٹڈ ہائینس رستم دوراں ارسطوئے زماں سے سالار آصف جاہ مظفر الممالک نظام الملک نظام الدولہ **نَوَابِ صِیْرُ عُمَانُ عَلِیْحَانُ بَہَادُرِ فَتَحِ جَنگِ** جی۔سی۔اس۔آئی۔جی۔سی۔بی۔ای۔والی حیدرآباد دکن خلد اللہ ملکہ و سلطنتہ نے جن کی علمی قدر دانی اور علمی سرپرستی اس زمانہ میں اچانک علوم کے حق میں آب حیات کا کام کر رہی ہے، یہ تقاضائے مصلحت و دور بینی سب سے اول سرشتہ تالیف و ترجمہ کے قیام کی منظوری عطا فرمائی، جو نہ صرف یونیورسٹی کے لئے نصاب تعلیم کی کتابیں تیار کریگا بلکہ ملک میں نشر و اشاعت علوم و فنون کا کام بھی انجام دیگا۔ اگرچہ اس سے قبل بھی یہ کام ہندوستان کے مختلف مقامات میں تھوڑا تھوڑا انجام پایا مثلاً فورٹ ولیم کالج کلکتہ میں زیر نگرانی ڈاکٹر گلکرسٹ، دہلی سوسائٹی میں، انجمن پنجاب میں زیر نگرانی ڈاکٹر لائٹنر و کرنل ہارلاند، علی گڑھ سائنٹفک انسٹیٹیوٹ میں جس کی بنا سرسید احمد خاں مرحوم نے ڈالی۔ مگر یہ کوششیں سب وقتی اور عارضی تھیں۔ نہ اُنکے پاس کافی سرمایہ اور سامان تھا نہ انہیں یہ موقع حاصل تھا

اور نہ انہیں **اَعْلٰی حَضَرَتِ وَاَفْلَاسِ** جیسے علم پرور
فرمانروا کی سہ ہستی کا شرف حاصل تھا۔ یہ پہلا وقت ہے کہ
اردو زبان کو علوم و فنون سے مالا مال کرنے کے لئے باقاعدہ
اور مستقل کوشش کی گئی ہے۔ اور یہ پہلا وقت ہے کہ
اردو زبان کو یہ رتبہ ملا ہے کہ وہ اعلیٰ تعلیم کا ذریعہ قرار
پائی ہے۔ اہیاسے علوم کے لئے جو کام آگسٹس نے روم میں،
خلافت عباسیہ میں ہارون الرشید و مامون الرشید نے ہسپانیہ میں
عبدالرحمن ثالث نے، بکراجیت و اکبر نے ہندوستان میں،
الفرڈ نے انگلستان میں، پیٹر اعظم و کیتھرائن نے روس میں
اور مٹ شی ہٹو نے جاپان میں کیا، وہی فرمانروائے دولت
اکھفیکہ نے اس ملک کے لئے کیا۔ **اَعْلٰی حَضَرَتِ وَاَفْلَاسِ**
کا یہ کارنامہ ہندوستان کی علمی تاریخ میں ہمیشہ فخر و مباہات
کے ساتھ ذکر کیا جائیگا۔

نہجہ ان اسباب کے جو قومی ترقی کا موجب ہوتے ہیں ایک
بڑا سبب زبان کی تکمیل ہے۔ جس قدر جو قوم زیادہ ترقی یافتہ
ہے اُسی قدر اُس کی زبان وسیع اور اس میں نازک خیالات
اور علمی مطالب کے ادا کرنے کی زیادہ صلاحیت ہوتی ہے،
اور جس قدر جس قوم کی زبان محدود ہوتی ہے اُسی قدر تنہیب
و شایستگی بلکہ انسانیت میں اس کا درجہ کم ہوتا ہے۔ چنانچہ
وحشی اقوام میں الفاظ کا ذخیرہ بہت ہی کم پایا گیا ہے۔ علمائے
فلسفہ و علم اللسان نے یہ ثابت کیا ہے کہ زبان، خیال اور

خیال، زبان ہے اور ایک مدت کے بعد اس نتیجے پر پہنچے ہیں کہ انسانی دماغ کے صحیح تاریخی ارتقا کا علم زبان کی تاریخ کے مطالعہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ الفاظ ہمیں سوچنے میں ویسی ہی مدد دیتے ہیں جیسی آنکھیں دیکھنے میں۔ اس لئے زبان کی ترقی درحقیقت عقل کی ترقی ہے۔

علم ادب اسی قدر وسیع ہے جس قدر حیات انسانی۔ اور اس کا اثر زندگی کے ہر شعبہ پر پڑتا ہے۔ وہ نہ صرف انسان کی ذہنی، معاشرتی، سیاسی ترقی میں مدد دیتا، اور نظر میں سمٹا دماغ میں روشنی، دلوں میں حرکت اور خیالات میں تفسیر پیدا کرتا ہے بلکہ قوموں کے بنانے میں ایک قوی آلہ ہے۔ قومیت کے لئے ہم خیالی شرط ہے اور ہم خیالی کے لئے ہم زبانی لازم۔ گویا ایک زبانی قومیت کا شیرازہ ہے جو اسے منتشر ہونے سے بچائے رکھتا ہے۔ ایک زمانہ تھا جب کہ مسلمان اقطاع عالم میں پھیلے ہوئے تھے لیکن اُن کے علم ادب اور زبان نے انہیں ہر جگہ ایک کر رکھا تھا۔ اس زمانے میں انگریز ایک دنیا پر چھائے ہوئے ہیں لیکن جادو بے مسافت و اختلافِ مالا ایک زبانی کی بدولت قومیت کے ایک سلسلے میں منسلک ہیں، زبان میں جادو کا سا اثر ہے اور صرف افراد ہی پر نہیں بلکہ اقوام پر بھی اُس کا وہی تسلط ہے۔

یہی وجہ ہے کہ تعلیم کا صحیح اور فطرتی ذریعہ اپنی ہی زبان ہو سکتی ہے۔ اس امر کو اَعْلَىٰ حَضْرَتِ وَاَقْلَسُ نے

پہچانا اور جامعہ عثمانیہ کی بنیاد ڈالی۔ جامعہ عثمانیہ ہندوستان میں پہلی یونیورسٹی ہے جس میں ابتدا سے انتہا تک ذریعہ تعلیم ایک دیسی زبان ہوگا۔ اور یہ زبان اردو ہوگی۔ ایک ایسے ملک میں جہاں ”بہانت بہانت کی بولیاں“ بولی جاتی ہیں، جہاں ہر صوبہ ایک نیا عالم ہے، صرف اردو ہی ایک عام اور مشترک زبان ہو سکتی ہے۔ یہ اہل ہند کے میل جول سے پیدا ہوئی اور اب بھی یہی اس فرض کو انجام دیگی۔ یہ اس کے خمیر اور وضع و ترکیب میں ہے۔ اس لئے یہی تعلیم اور نہاد خیالات کا واسطہ بن سکتی اور قومی زبان کا دعوئے کر سکتی ہے۔

جب تعلیم کا ذریعہ اردو قرار دیا گیا تو یہ کھلا اعتراض تھا کہ اردو میں اعلیٰ تعلیم کے لئے کتابوں کا ذخیرہ کہاں ہے اور ساتھ ہی یہ بھی کہا جاتا تھا کہ اردو میں یہ صلاحیت ہی نہیں کہ اس میں علوم و فنون کی اعلیٰ تعلیم ہو سکے۔ یہ صمیم ہے کہ اردو میں اعلیٰ تعلیم کے لئے کافی ذخیرہ نہیں۔ اور اردو ہی پر کیا منحصر ہے، ہندوستان کی کسی زبان میں بھی نہیں۔ یہ طلب و رسد کا عام مسئلہ ہے۔ جب مانگ ہی نہ تھی تو رسد کہاں سے آتی۔ جب ضرورت ہی نہ تھی تو کتابیں کیونکر مینا ہوتیں۔ ہماری اعلیٰ تعلیم غیر زبان میں ہوتی تھی، تو علوم و فنون کا ذخیرہ ہماری زبان میں کہاں سے آتا۔ ضرورت ایجاد کی مان ہے۔ اب ضرورت محسوس ہوئی ہے تو کتابیں بھی

میتا ہو جائیں گی۔ اسی کمی کو پورا کرنے اور اسی ضرورت کو رفع کرنے کے لئے سررشتہ تالیف و ترجمہ قائم کیا گیا۔ یہ صحیح نہیں ہے کہ اردو زبان میں اس کی صلاحیت نہیں۔ اس کے لئے کسی دلیل و برہان کی ضرورت نہیں۔ سررشتہ تالیف و ترجمہ کا وجود اس کا شافی جواب ہے۔ یہ سررشتہ یہی کام کر رہا ہے۔ کتابیں تالیف و ترجمہ ہو رہی ہیں اور چند روز میں عثمانیہ یونیورسٹی کالج کے طالب علموں کے ہاتھوں میں ہونگی اور رفتہ رفتہ عام شایقین علم تک پہنچ جائیں گی۔

لیکن اس میں سب سے کٹھن اور سنگلاخ مرحلہ وضع اصطلاحات کا تھا۔ اس میں بہت کچھ اختلاف اور بحث کی گنجائش ہے۔ اس بارے میں ایک مدت کے تجربہ اور کامل غور و فکر اور مشورہ کے بعد میری یہ رائے قرار پائی ہے کہ تنہا نہ تو ماہر علم صحیح طور سے اصطلاحات وضع کر سکتا ہے اور نہ ماہر لسان۔ ایک کو دوسرے کی ضرورت ہے۔ اور ایک کی کمی دوسرا پورا کرتا ہے۔ اس لئے اس اہم کام کو صحیح طور سے انجام دینے کے لئے یہ ضروری ہے کہ دونوں یک جا جمع کئے جائیں تاکہ وہ ایک دوسرے کے مشورہ اور مدد سے ایسی اصطلاحیں بنائیں جو نہ اہل علم کو ناگوار ہوں نہ اہل زبان کو۔ چنانچہ اسی اصول پر ہم نے وضع اصطلاحات کے لئے ایک ایسی مجلس بنائی جس میں دونوں جماعتوں کے اصحاب شریک ہیں۔ علاوہ ان کے

پہچانا اور جامعہ عثمانیہ کی بنیاد ڈالی۔ جامعہ عثمانیہ ہندوستان میں پہلی یونیورسٹی ہے جس میں ابتدا سے انتہا تک ذریعہ تعلیم ایک دیسی زبان ہوگا۔ اور یہ زبان اردو ہوگی۔ ایک ایسے ملک میں جہاں ”ہانت بہانت کی بولیاں“ بولی جاتی ہیں، جہاں ہر صوبہ ایک نیا عالم ہے، صرف اردو ہی ایک عام اور مشترک زبان ہو سکتی ہے۔ یہ اہل ہند کے میل جول سے پیدا ہوئی اور اب بھی یہی اس فرض کو انجام دیگی۔ یہ اس کے خمیر اور وضع و ترکیب میں ہے۔ اس لئے یہی تعلیم اور نہادہ خیالات کا واسطہ بن سکتی اور قومی زبان کا دعوئے کر سکتی ہے۔

جب تعلیم کا ذریعہ اردو قرار دیا گیا تو یہ کھلا اعتراض تھا کہ اردو میں اعلیٰ تعلیم کے لئے کتابوں کا ذخیرہ کہاں ہے اور ساتھ ہی یہ بھی کہا جاتا تھا کہ اردو میں یہ صلاحیت ہی نہیں کہ اس میں علوم و فنون کی اعلیٰ تعلیم ہو سکے۔ یہ صحیح ہے کہ اردو میں اعلیٰ تعلیم کے لئے کافی ذخیرہ نہیں۔ اور اردو ہی پر کیا منحصر ہے، ہندوستان کی کسی زبان میں بھی نہیں۔ یہ طلب و رسد کا عام مسئلہ ہے۔ جب مانگ ہی نہ تھی تو رسد کہاں سے آتی۔ جب ضرورت ہی نہ تھی تو کتابیں کیونکر مہیا ہوتیں۔ ہماری اعلیٰ تعلیم غیر زبان میں ہوتی تھی، تو علوم و فنون کا ذخیرہ ہماری زبان میں کہاں سے آتا۔ ضرورت ایجاد کی مان ہے۔ اب ضرورت محسوس ہوئی ہے تو کتابیں بھی

میتا ہو جائیں گی۔ اسی کمی کو پورا کرنے اور اسی ضرورت کو رفع کرنے کے لئے سررشتہ تالیف و ترجمہ قائم کیا گیا۔ یہ صحیح نہیں ہے کہ اردو زبان میں اس کی صلاحیت نہیں۔ اس کے لئے کسی دلیل و برہان کی ضرورت نہیں۔ سررشتہ تالیف و ترجمہ کا وجود اس کا شافی جواب ہے۔ یہ سرشتہ یہی کام کر رہا ہے۔ کتابیں تالیف و ترجمہ ہو رہی ہیں اور چند روز میں عثمانیہ یونیورسٹی کالج کے طالب علموں کے ہاتھوں میں ہونگی اور رفتہ رفتہ عام شائقین علم تک پہنچ جائیں گی۔

لیکن اس میں سب سے کٹھن اور سنگلاخ مرحلہ وضع اصطلاحات کا تھا۔ اس میں بہت کچھ اختلاف اور بحث کی گنجائش ہے۔ اس بارے میں ایک مدت کے تجربہ اور کامل غور و فکر اور مشورہ کے بعد میری یہ رائے قرار پائی ہے کہ تنہا نہ تو ماہر علم صحیح طور سے اصطلاحات وضع کر سکتا ہے اور نہ ماہر لسان۔ ایک کو دوسرے کی ضرورت ہے۔ اور ایک کی کمی دوسرا پورا کرتا ہے۔ اس لئے اس اہم کام کو صحیح طور سے انجام دینے کے لئے یہ ضروری ہے کہ دونوں یک جا جمع کئے جائیں تاکہ وہ ایک دوسرے کے مشورہ اور مدد سے ایسی اصطلاحیں بنائیں جو نہ اہل علم کو ناگوار ہوں نہ اہل زبان کو۔ چنانچہ اسی اصول پر ہم نے وضع اصطلاحات کے لئے ایک ایسی مجلس بنائی جس میں دونوں جماعتوں کے اصحاب شریک ہیں۔ علاوہ ان کے

ہم نے اُن اہل علم سے بھی مشورہ کیا جو اس کی خاص اہلیت رکھتے ہیں اور بُعد مسافت کی وجہ سے ہماری مجلس میں شریک نہیں ہو سکتے۔ اس میں شک نہیں کہ بعض الفاظ غیر مانوس معلوم ہوں گے اور اہل زبان انہیں دیکھ کر ناک بہوں چڑھائیں گے۔ لیکن اس سے گزیر نہیں۔ ہمیں بعض ایسے علوم سے واسطہ ہے جن کی ہوا تک ہماری زبان کو نہیں لگی۔ ایسی صورت میں سوائے اس کے چارہ نہیں کہ جب ہماری زبان کے موجودہ الفاظ خاص خاص مفہوم کے ادا کرنے سے قاصر ہوں تو ہم جدید الفاظ وضع کریں۔ لیکن اس کے یہ معنی نہیں ہیں کہ ہم نے محض ٹالنے کے لئے زبردستی الفاظ گھڑ کر رکھ دئے ہیں بلکہ جس نہج پر اب تک الفاظ بنتے چلے آئے ہیں اور جن اصول ترکیب و اشتقاق پر اب تک ہماری زبان کاربند رہی ہے، اس کی پوری پابندی ہم نے کی ہے۔ ہم نے اُس وقت تک کسی لفظ کے بنانے کی جرأت نہیں کی جب تک اُسی قسم کی متعدد مثالیں ہمارے پیش نظر نہ رہی ہوں۔ ہماری رائے میں جدید الفاظ کے وضع کرنے کی اس سے بہتر اور صحیح کوئی صورت نہیں۔ اب اگر کوئی لفظ غیر مانوس یا اجنبی معلوم ہو تو اس میں ہمارا قصور نہیں۔ جو زبان زیادہ تر شعر و شاعری اور قصص تک محدود ہو، وہاں ایسا ہونا کچھ تعجب کی بات نہیں۔ جس ملک سے ایجاد و اختراع کا مادہ سلب ہو گیا ہو جہاں لوگ نئی چیزوں کے بنانے اور دیکھنے کے عادی نہ ہوں، وہاں جدید الفاظ کا

غیر مانوس اور اجنبی معلوم ہونا موجب حیرت نہیں۔ الفاظ کی حالت بھی انسانوں کی سی ہے۔ اجنبی شخص بھی رفتہ رفتہ مانوس ہو جاتے ہیں۔ اول اول الفاظ کا بھی یہی حال ہے۔ استعمال آہستہ آہستہ غیر مانوس کو مانوس کر دیتا ہے اور صحت و غیر صحت کا فیصلہ زمانہ کے ہاتھ میں ہوتا ہے۔ ہمارا فرض یہ ہے کہ لفظ تجویز کرتے وقت ہر پہلو پر کامل غور کر لیں، آئندہ چل کر اگر وہ استعمال اور زمانہ کی کسوٹی پر پورا اترتا تو خود ٹکسالی ہو جائیگا اور اپنی جگہ آپ پیدا کر لیگا۔ علاوہ اس کے جو الفاظ پیش کئے گئے ہیں وہ الہامی نہیں کہ جن میں رد و بدل نہ ہو سکے، بلکہ **فرہنگ اصطلاحات عثمانیہ** جو زیر ترتیب ہے پہلے اس کا مسودہ اہل علم کی خدمت میں پیش کیا جائے گا اور جہاں تک ممکن ہوگا اس کی اصلاح میں کوئی دقیقہ فرو گذاشت نہیں کیا جائے گا۔

لیکن ہماری مشکلات صرف اصطلاحات علمیہ تک ہی محدود نہیں ہیں۔ ہمیں ایک ایسی زبان سے ترجمہ کرنا پڑتا ہے جو ہمارے لئے بالکل اجنبی ہے، اس میں اور ہماری زبان میں کسی قسم کا کوئی رشتہ یا تعلق نہیں۔ اس کا طرز بیان، ادائے مطلب کے اسلوب، محاورات وغیرہ بالکل جدا ہیں۔ جو الفاظ اور جملے انگریزی زبان میں بالکل معمولی اور روزمرہ کے استعمال میں آتے ہیں، اُن کا ترجمہ جب ہم اپنی زبان میں کرنے بیٹھتے ہیں تو سخت دشواری پیش آتی ہے۔ ان تمام دشواریوں پر

غالب آنے کے لئے مترجم کو کیسا کچھ خونِ جگر کھانا نہیں پڑتا۔ ترجمہ کا کام، جیسا کہ عموماً خیال کیا جاتا ہے، کچھ آسان کام نہیں ہے۔ بہت خاک چھانی پڑتی ہے تب کہیں گوہر مقصود ہاتھ آتا ہے۔ اس سرشت کا کام صرف یہی نہ ہوگا (اگرچہ یہ اس کا فرضِ اولین ہے) کہ وہ نصابِ تعلیم کی کتابیں تیار کرے، بلکہ اس کے علاوہ وہ ہر علم پر متعدد اور کثرت سے کتابیں تالیف و ترجمہ کرائے گا، تاکہ لوگوں میں علم کا شوق بڑھے، ملک میں روشنی پھیلے، خیالات و قلوب پر اثر پیدا ہو، جمالت کا استیصال ہو۔ جمالت کے معنی اب لاعلمی ہی کے نہیں بلکہ اس میں افلاس، کم ہمتی، تنگ دلی، کوتاہ نظری، بے غیرتی، بد اخلاقی سب کچھ آجاتا ہے۔ جمالت کا مقابلہ کر کے اسے پس پا کرنا سب سے بڑا کام ہے۔ انسانی دماغ کی ترقی علم کی ترقی ہے۔ انسانی ترقی کی تاریخ علم کی اشاعت و ترقی کی تاریخ ہے۔ ابتدائے آفرینش سے اس وقت تک انسان نے جو کچھ کیا ہے، اگر اس پر ایک وسیع نظر ڈالی جائے تو نتیجہ یہ نکلے گا کہ جوں جوں علم میں اضافہ ہوتا گیا، پچھلی غلطیوں کی صحت ہوتی گئی، تاریکی گھٹتی گئی، روشنی بڑھتی گئی، انسان میدانِ ترقی میں قدم آگے بڑھاتا گیا۔ اسی مقدس فرض کے ادا کرنے کے لئے یہ سرشت قائم کیا گیا ہے اور وہ اپنی بساط کے موافق اس کے انجام دینے میں کوتاہی نہ کرے گا۔

لیکن غلطی، تحقیق و جستجو کی گھات میں لگی رہتی ہے۔ ادب کا

کال ذوق سلیم ہر ایک کو نصیب نہیں ہوتا۔ بڑے بڑے نقاد اور مبصر فاش غلطیاں کر جاتے ہیں۔ لیکن اس سے ان کے کام پر حرف نہیں آتا۔ غلطی ترقی کے مانع نہیں ہے، بلکہ وہ صحت کی طرف رہتائی کرتی ہے۔ پچھلوں کی بھول چوک آنے والے مسافر کو رستہ بھٹکنے سے بچا دیتی ہے۔ ایک جاپانی ماہر تعلیم (بیرون کی کوچی) نے اپنے ملک کا تعلیمی حال لکھتے ہوئے اس صحیح کیفیت کا ذکر کیا ہے جو ہونہار اور ترقی کرنے والے افراد اور اقوام پر گزرتی ہے۔

”ہم نے بہت سے تجربے کئے اور بہت سی ناکامیاں اور غلطیاں ہوئیں، لیکن ہم نے ان سے نئے سبق سیکھے اور فائدہ اٹھایا۔ رفتہ رفتہ ہیں اپنے ملک کی تعلیمی ضروریات اور امکانات کا صحیح اور بہتر علم ہوتا گیا اور ایسے تعلیمی طریقے معلوم ہوتے گئے جو ہمارے اہل وطن کے لئے زیادہ موزوں تھے۔ ابھی بہت سے ایسے مسائل ہیں جو ہمیں حل کرنے میں بہت سی ایسی اصلاحیں ہیں جو ہمیں عمل میں لانی ہیں، ہم نے اب تک کوشش کی اور ابھی کوشش کر رہے ہیں اور مختلف طریقوں کی برائیاں اور بھلائیاں دریافت کرنے کے درپے ہیں، تاکہ اپنے ملک کے فائدے کے لئے اچھی باتوں کو اختیار کریں اور رواج دیں اور برائیوں سے بچیں۔ اس لئے جو حضرات ہمارے کام پر تنقیدی نظر ڈالیں انہیں وقت کی تنگی، کام کا بھوم اور اس کی اہمیت اور ہماری مشکلات پیش نظر رکھنی چاہئیں۔ یہ پہلی سعی ہے اور پہلی سعی میں کچھ نہ کچھ خامیاں

ضرور رہ جاتی ہیں۔ لیکن آگے چل کر یہی خامیاں ہماری رہنما بنیں گی اور پختگی اور اصلاح تک پہنچائیں گی۔ یہ نقش اول ہے، نقش ثانی اس سے بہتر ہوگا۔ ضرورت کا احساس علم کا شوق، حقیقت کی لگن، صحت کی ٹوہ، جدوجہد کی رسائی خود بخود ترقی کے مدارج طے کر لے گی۔

جاپانی بڑے فخر سے یہ کہتے ہیں کہ ہم نے تیس چالیس سال کے عرصے میں وہ کچھ کر دکھایا جس کے انجام دینے میں یورپ کو اتنی ہی صدیاں صرف کرنی پڑیں۔ کیا کوئی دن ایسا آئے گا کہ ہم بھی یہ کہنے کے قابل ہوں گے؟ ہم نے پہلی شرط پوری کر دی ہے یعنی بیجا قیود سے آزاد ہو کر اپنی زبان کو اعلیٰ تعلیم کا ذریعہ قرار دیا ہے۔ لوگ ابھی ہمارے کام کو تذبذب کی نگاہ سے دیکھ رہے ہیں اور ہماری زبان کی قابلیت کی طرف متنبہ نظریں ڈال رہے ہیں۔ لیکن وہ دن آنے والا ہے کہ اس ڈرے کا بھی ستارہ چمکے گا، یہ زبان علم و حکمت سے مالا مال ہوگی اور

اَعْلٰی صُتٍ وَّ اَفْکَلَسَ کی نظر کیسا اثر کی بدولت یہ دنیا کی مہذب و شایستہ زبانوں کی ہمسری کا دعوے کرے گی۔ اگرچہ اُس وقت ہماری سعی اور محنت حقیر معلوم ہوگی، مگر یہی شامِ غربت صبحِ وطن کی آمد کی خبر دے رہی ہے، یہی شبِ بیدارِ روزِ روشن کا جلوہ دکھائیں گی، اور یہی مشقت اُس قصرِ رفیع الشان کی بنیاد ہوگی جو آئندہ تعمیر ہونے والا ہے۔ اس وقت ہمارا کام صبر و استقلال سے میدانِ صاف کرنا،

داغ بیل ڈالنا اور نیو کھودنا ہے، اور فرہاد وار شیریں حکمت کی خاطر سنگلاخ پہاڑوں کو کھود کھود کر جوئے علم لانے کی سعی کرتا ہے۔ اور گو ہم نہ ہوں گے مگر ایک زمانہ آئیگا جب کہ اس میں علم و حکمت کے دریا بہیں گے اور ادبیات کی افتادہ زمین سرسبز و شاداب نظر آئے گی۔

آخر میں میں سررشتہ کے مترجمین کا شکریہ ادا کرتا ہوں جنہوں نے اپنے فرض کو بڑی مستعدی اور شوق سے انجام دیا۔ نیز میں ارکان مجلس وضع اصطلاحات کا شکر گزار ہوں کہ ان کے مفید مشورے اور تحقیق کی مدد سے یہ مشکل کام بخوبی انجام پا رہا ہے۔ لیکن خصوصیت کے ساتھ یہ سررشتہ جناب مسٹر محمد اکبر حیدری بی۔ اے معتمد عدالت و تعلیمات و کوٹوالی و امور عامہ سرکار عالی کا ممنون ہے جنہیں ابتدا سے قیام و انتظام جامعہ عثمانیہ میں خاص انہماک رہا ہے۔ اور اگر ان کی توجہ اور امداد ہمارے شریک حال نہ ہوتی تو یہ عظیم الشان کام صورت پذیر نہ ہوتا۔ میں سید راس مسعود صاحب بی۔ اے (آکسن) آئی۔ ای۔ ایس۔ ناظم تعلیمات سرکار عالی کا بھی شکریہ ادا کرتا ہوں کہ ان کی توجہ اور عنایت ہمارے حال پر مبذول رہی اور ضرورت کے وقت ہمیشہ بلا تکلف خوشی کے ساتھ ہمیں مدد دی۔

عبدالحق

ناظم سررشتہ تالیف و ترجمہ (عثمانیہ یونیورسٹی)

اَلْكَارِجَالِیَّةُ



- مولوی عبدالحق صاحب بی۔ اے۔۔۔۔۔ ناظم۔
 قاضی محمد حسین صاحب۔ ایم۔ اے۔ ریٹائر۔۔۔۔۔ مترجم ریاضیات
 چودھری برکت علی صاحب بی۔ بی۔ سی۔۔۔۔۔ مترجم سائنس
 مولوی سید ہاشمی صاحب۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ مترجم تاریخ۔
 مولوی محمد الیاس صاحب برنی ایم۔ اے۔۔۔۔۔ مترجم معاشیات
 قاضی تلمذ حسین صاحب ایم۔ اے۔۔۔۔۔ مترجم سیاسیات
 مولوی ظفر علی خاں صاحب بی۔ اے۔۔۔۔۔ مترجم تاریخ۔
 مولوی عبدالمجید صاحب بی۔ اے۔۔۔۔۔ مترجم فلسفہ و منطق
 مولوی عبدالحکیم صاحب شرر۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ مولف تاریخ اسلام
 مولوی سید علی رضا صاحب بی۔ اے۔۔۔۔۔ مترجم قانون۔
 مولوی عبداللہ الحمادی صاحب۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ مترجم کتب عربی
 علاوہ ان مذکورہ بالا مترجمین کے مولوی حاجی
 صفی الدین صاحب ترجمہ شدہ کتابوں کو مذہبی نقطہ نظر
 سے دیکھنے کے لئے اور نواب حیدر یار جنگ (مولوی علی حیدر صاحب
 طباطبائی) ترجموں پر نظر ثانی کرنے کے لئے مقرر فرمائے گئے ہیں۔

ارکان مجلس و خطبات

مولوی مرزا مہدی خاں صاحب کوکب وطنہ یاب کلر عالی (سابق ناظم موم شہری)
 مولوی حمید الدین صاحب بی۔ اے صدر دارالعلوم
 نواب حیدر یار جنگ (مولوی علی حیدر صاحب طباطبائی)
 مولوی حمید الدین صاحب سلیم
 مولوی عبدالحق بی۔ اے ناظم سرشتہ تالیف و ترجمہ

علاوہ ان مستقل ارکان کے ، مترجمین سرشتہ تالیف و ترجمہ نیز
 دوسرے اصحاب سے بلحاظ اُنکے فن کے مشورہ کیا گیا۔ مثلاً
 خان فضل محمد خان صاحب ایم۔ اے ریٹائر (پرنسپل ٹی ہائی اسکول حیدرآباد)
 مولوی عبد الواسع صاحب (پروفیسر دارالعلوم حیدرآباد)
 پروفیسر عبدالرحمن صاحب بی۔ ایس۔ سی (نظام کالج)
 مرزا محمد ہادی صاحب بی۔ اے (پروفیسر کرسچن کالج لکھنؤ)
 مولوی سلیمان صاحب ندوی

سید راس مسعود صاحب بی۔ اے (ناظم تعلیمات حیدرآباد) وغیرہ

علم حرکت

فہرست مضامین

باب	مضمون	صفحات
باب اول	رفقار	۱ تا ۴۷
باب دوم	اسراع	۴۸ تا ۶۹
باب سوم	حرکت بجاذبہ ارض	۷۰ تا ۱۰۰
باب چہارم	قوانین حرکت	۱۰۱ تا ۱۳۴
باب پنجم	قوانین حرکت (سلسلہ)	۱۳۵ تا ۱۷۸
باب ششم	صدمہ - کام اور توانائی	۱۷۹ تا ۲۲۴
باب ہفتم	مرئیات	۲۲۵ تا ۲۶۴
باب ہشتم	لچکدار جسموں کا تصادم	۲۶۵ تا ۳۰۶
باب نہم	رسم الطریق اور عمادی اسراع	۳۰۷ تا ۳۳۹
باب دہم	جاذبہ ارض کے زیر عمل ایک چکے منحنی حرکت	۳۴۰ تا ۳۶۰
باب یازدہم	بسیط موسیقی حرکت - رقص	۳۶۱ تا ۳۹۶
باب دوازدہم	اکائیوں اور ابعاد	۳۹۷ تا ۴۲۸
متفرق سوالات		۴۲۹ تا ۴۵۶
جوابات		بعد از صفحہ ۴۵۶ آخر صفحہ ۴۸۱

بسم اللہ الرحمن الرحیم

علم حرکت

باب اول

رفتار

(۱) ایک نقطہ کو حرکت کرتا ہوا اس حالت میں کہتے ہیں جب کہ اس کا مقام وقت کی ہر آن میں بدل رہا ہو۔ اگر ایک متحرک نقطے کا مقام وقت کی ایک آن میں ط ہو اور بعدہ ایک اور آن میں ق ہو تو درمیانی وقت میں اس کے مقام کی تبدیلی ط ق ہوگی۔ یکے بعد دیگرے متحرک نقطے کے تمام مقامات میں سے جو خط کھینچا جائے وہ اس نقطہ کا طریق یا راستہ کہلاتا ہے۔

(۲) چال۔ تعریف۔ متحرک نقطے کے راستہ چلنے کی شرح کو اس کی چال کہتے ہیں۔

متحرک نقطے کی چال اس حالت میں یکساں کہلاتی ہے جب کہ وہ مساوی اوقات میں اپنے راستہ کے مساوی حصے

طے کرے۔ خواہ اوقات کی مدت کتنی ہی کم ہو۔
 فرض کرو کہ ایک ریل گاڑی ایک گھنٹہ میں ۳۰ میل چلتی
 ہے اور دوسرے گھنٹے میں ۳۰ میل اور پھر تیسرے میں بھی
 ۳۰ میل۔ اور چند گھنٹوں میں بھی اسی طرح چلتی ہے۔ تو ہم
 یقیناً یہ نہیں کہہ سکتے کہ اس کی چال یکساں ہے جب تک کہ
 ہم کو یہ معلوم نہ ہو کہ وہ ایک منٹ میں نصف میل چلتی ہے
 اور ایک سیکنڈ میں ۴۴ فٹ اور ایک گھنٹے کے ہزارویں حصے
 میں ۳۰ میل کا ہزارواں حصہ اور ایک گھنٹے کے کروڑویں حصے
 میں ۳۰ میل کا کروڑواں حصہ۔ اور اسی طرح وقت کی ہر ایک
 مقدار کے لئے خواہ وہ کتنی قلیل ہو۔

جب کسی نقطے کی چال یکساں ہو تو اس کا اندازہ وہ فاصلہ
 ہے جو نقطہ وقت کی ایک اکائی میں طے کرے۔ اور اگر نقطے
 کی چال ہر آن میں بدل رہی ہو۔ تو کسی خاص آن میں اس کا
 اندازہ وہ فاصلہ ہے جو نقطہ وقت کی ایک اکائی میں طے
 کرے اگر وہ وقت کی اس اکائی میں اسی چال سے چلتا
 رہے۔ جو اس خاص آن میں اس کی چال ہے۔

اگر ہم یہ کہیں کہ ایک ریل گاڑی وقت کی ایک خاص
 آن میں ۴۰ میل فی گھنٹہ کی چال سے چل رہی ہے۔ تو اس
 ہمارا یہ مطلب نہیں ہے کہ وہ گزشتہ ایک گھنٹہ میں ۴۰ میل
 چل چکی ہے اور نہ یہ مطلب ہے کہ وہ آئندہ ایک گھنٹہ
 میں ۴۰ میل چلے گی۔ بلکہ یہ مطلب ہے کہ اگر ایک گھنٹہ تک

اس کی چال وہی رہے جو اس خاص آن میں ہے تو اس ایک گھنٹے میں وہ ۴۰ میل چلے گی۔
اگر ایک نقطے کی چال یکساں نہ ہو تو کسی آن میں اس کا اندازہ بطریق ذیل لگایا جا سکتا ہے۔ فرض کرو کہ اس خاص آن کے بعد $\frac{1}{2}$ سیکنڈ کی مدت میں نقطے نے فاصلہ F

طے کیا۔ تو مقدار $\frac{F}{\frac{1}{2}}$ یعنی $\frac{\text{فاصلہ جو طے ہوا}}{\text{وقت جس میں یہ فاصلہ طے ہوا}}$ تقریباً مطلوبہ چال کے برابر ہے۔ اگر اس سے زیادہ تقریبی اندازہ لگانا مقصود ہو تو فرض کرو کہ اس خاص آن کے بعد $\frac{1}{2}$ سیکنڈ میں نقطے نے فاصلہ F طے کیا۔ تو $\frac{F}{\frac{1}{2}}$ یعنی $\frac{\text{فاصلہ جو طے ہوا}}{\text{وقت جس میں یہ فاصلہ طے ہوا}}$ زیادہ تقریبی اندازہ ہے۔ اور اس سے

زیادہ تقریبی اندازہ $\frac{F}{\frac{1}{2}}$ ہے جہاں F وہ فاصلہ ہے جو آن مذکور کے بعد نقطے نے $\frac{1}{2}$ سیکنڈ میں طے کیا یہی عمل جاری رکھنے سے چال کے اور بھی زیادہ تقریبی اندازے لگ سکتے ہیں۔

پس اگر کسی نقطے کی چال ہر آن بدل رہی ہو تو ہم بخوبی سمجھ سکتے ہیں کہ کسی خاص آن میں نقطے کی چال کا مفہوم کیا ہے۔

حسابی زبان میں اس مفہوم کو اس طرح ادا کیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ ایک خاص آن کے بعد تھوڑے سے وقت

و میں متحرک نقطہ اپنے راستہ کا اتنا حصہ طے کرتا ہے کہ اس کا طول ف ہے تو آن مذکور میں متحرک نقطے کی چال کا اندازہ ف کی انتہائی قیمت ہے جب کہ وقت و کو کم سے کم کرتے چلے جائیں۔ اسی طرح اگر کوئی بدلنے والی مقدار ہو خواہ روپیہ یا کسی ملک کی آبادی یا کوئی اور چیز جس کی تبدیلی حساب و شمار میں آ سکتی ہے تو ایسی مقدار کی شرح تبدیل $\frac{F}{T}$ کی انتہائی قیمت ہے جہاں تھوڑے سے وقت و میں اس مقدار کی تبدیلی ت ہے۔

(۳) طول اور وقت کی اکائیاں جو انگلستان میں عام طور پر استعمال ہوتی ہیں وہ ایک فٹ اور ایک سیکنڈ یا ثانیہ ہیں ایک فٹ ایک گزر کا تیسرا حصہ ہے اور ویسٹ منسٹر میں پیتل کی ایک ٹھوس سلاخ محفوظ ہے۔ جس میں سونے کی دو کیلیں جڑی ہیں اور ان دو کیلوں کے درمیان جو فاصلہ ہے وہ ایک گز کہلاتا ہے۔

جتنے وقت میں زمین اپنے محور کے گرد ایک پوری گردش کرتی ہے وہ ایک دن ہے۔ ایک دن میں ۲۴ گھنٹے ہوتے ہیں اور ایک گھنٹے میں ۶۰ منٹ اور ایک منٹ میں ۶۰ منٹ سکند ہوتے ہیں سیکنڈ یا ثانیہ کی تعریف یہی ہے۔

علمی پیمائش میں طول کی اکائی سینٹی میٹر ہے جو ایک میٹر کا $\frac{1}{100}$ ہے۔ شروع میں میٹر کی تعریف یوں کی گئی تھی کہ وہ سطح زمین کے ایک ربع یعنی قطب شمالی اور خط استوا کے

درمیانی فاصلے کا کروڑواں حصہ ہے۔ لیکن عمل اس پر ہے کہ پیرس میں پلائنٹم کی ایک خاص سلاخ محفوظ ہے۔ اس کے طول کو میٹر کہتے ہیں۔ ایک میٹر تقریباً ۳۹،۳۷ انچ کے مساوی ہے اس لئے ایک فٹ تقریباً ۳۰،۴۸ سینٹی میٹر کے برابر ہے۔ میٹر کے دسویں حصہ کو ڈیسی میٹر اور ہزارویں حصے کو ملی میٹر کہتے ہیں۔

(۴) چال کی اکائی ایک ایسے متحرک نقطے کی چال کو کہتے ہیں جو وقت کی ایک اکائی میں طول کی ایک اکائی یکساں طے کرے۔ پس چال کی اکائی ان دو اکائیوں پر منحصر ہے اس لئے اگر ان میں سے ایک یا دونوں تبدیل ہوں تو چال کی اکائی میں بھی عموماً تبدیلی واقع ہوگی۔

(۵) اگر ایک نقطے کی چال L ہو تو اس کے یہ معنی ہیں کہ وہ وقت کی ایک اکائی میں طول کی L اکائیاں طے کرتا ہے۔

لہذا نقطہ مذکورہ وقت کی W اکائیوں میں طول کی L و اکائیاں طے کریگا۔ پس چال L سے چلنے والا نقطہ وقت W میں اگر فاصلہ F طے کرے تو $F = L \cdot W$ ۔

اگر چال کا اندازہ ایک قسم کی اکائیوں میں لگایا گیا ہو تو دوسری قسم کی اکائیوں میں اس کی تبدیلی آسانی سے ہو سکتی ہے۔

مثلاً ۶۰ میل فی گھنٹہ کی چال وہی ہے جو

ایک میل فی منٹ ہے۔

یا $\frac{1}{4}$ میل فی سکند
یا $\frac{5}{40}$ فٹ فی سیکنڈ
یعنی ۸۸ فٹ فی سیکنڈ

مشال (۱) یہ فرض کر کے کہ زمین کا مرکز ۳۶۵ دنوں میں ۹۳۰۰۰۰۰ میل نصف قطر کا دائرہ طے کرتا ہے۔ ثابت کرو کہ اس کی چال ۱۸۵۵ میل فی ثانیہ ہے۔

مشال (۲) یہ تسلیم کر کے کہ روشنی آفتاب سے زمین تک ۸ سکند میں پہنچتی ہے ثابت کرو کہ روشنی کی چال ۱۹۲۰۰۰ میل فی ثانیہ ہے۔

(۶) نقل مکان - ایک متحرک نقطے کے مقام کی تبدیلی کو اس کی نقل مکان کہتے ہیں۔ اگر متحرک نقطے کے مقام اول و آخر کے خط وصل کا طول اور سمت دونوں معلوم ہوں تو اس کی نقل مکان معلوم ہو سکتی ہے پس نقل مکان کی مقدار بھی ہوتی ہے اور سمت بھی۔

مشال (۱) ایک آدمی سو میل عین مشرق کی طرف جاتا ہے اور پھر ۴ میل ٹھیک شمال کی طرف ثابت کرو کہ اس کی نقل مکان ۵ میل ہے اور مشرق سے شمال کی جانب زاویہ $\sin^{-1} \frac{4}{5}$ بناتی ہے۔

مشال (۲) ایک جہاز ایک میل جنوب کی طرف جاتا ہے اور پھر ۴ میل جنوب مغرب کی جانب ثابت کرو کہ اس کی نقل مکان ۵ میل ہے اور جنوب سے مغرب کی

طرف زاویہ مساوی بناتی ہے۔
مثال (۳) ایک جہاز حسب ذیل چلتا ہے۔ تمام زاوئے
شمال سے مشرق کی طرف شمار کئے گئے ہیں۔

۵ میل بہ زاویہ ۲۲۵°

۶ میل بہ شمال

۲ میل بہ زاویہ ۹۰°

۳ میل بہ زاویہ ۱۳۵°

۴ میل بہ زاویہ ۲۰۰°

کل فاصلہ چلنے میں ۲ گھنٹے صرف ہوئے اور پانی مشرق سے
بجانب غرب ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہا ہے۔
تیسرا ثابت کرو کہ جہاز کے مقام اول و آخر کا درمیانی فاصلہ تقریباً ۱۸ میل
ہے۔ اور یہ کہ اس نے مغرب کی جانب تقریباً ۸.۸ میل کا فاصلہ طے کیا ہے۔
(۷) رفتار۔ تعریف۔ ایک متحرک نقطے کی نقل مکان کی شرح
اس کی رفتار کہلاتی ہے۔

لہذا رفتار کی مقدار بھی ہوتی ہے اور سمت بھی۔
ایک نقطے کی رفتار یکساں اس وقت کہلاتی ہے۔ جب کہ وہ ایک مستقل
سمت میں حرکت کر رہا ہو اور مساوی اوقات میں اپنے راستے کے
مساوی طول طے کرے۔ اوقات کی مقدار خواہ کتنی ہی قلیل ہو۔ یکساں
رفتار کا اندازہ اس نقل مکان سے کیا جاتا ہے جو وقت کی ایک
اکائی میں ظہور پذیر ہو۔ اور بدلنے والی رفتار کا اندازہ ایک خاص آن
میں بطریق ذیل کیا جاتا ہے؛۔ فرض کرو کہ آن مذکور کے بعد

وقت کی ایک اکائی میں رفتار وہی رہتی ہے۔ جو آن مذکور میں ہے۔ تو وقت کی اس ایک اکائی میں جو نقل مکان ہو وہ آن مذکور میں رفتار کا اندازہ ہے۔

جیسا کہ دفعہ (۲) میں بیان ہوا۔ اگر ایک متحرک نقطے کی رفتار یکساں نہ ہو تو کسی خاص آن میں اس کا اندازہ اس طرح ہو سکتا ہے۔ کہ آن مذکور کے بعد $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{8}$ ، $\frac{1}{16}$ سکند میں اس کی نقل مکان دریافت کی جائیں ان کے ذریعہ رفتار کا زیادہ سے زیادہ تقریبی اندازہ حاصل ہوگا۔

زبان ریاضیات میں یوں کہا جاتا ہے کہ اگر آن مذکور کے بعد تھوڑے سے وقت و میں نقل مکان نہ ہو تو $\frac{1}{n}$ کی انتہائی قیمت جب کہ n کو کم کم کرتے جائیں آن مذکور میں نقطے کی رفتار ہوگی۔

(۸) طالب علم کو یہ معلوم ہو گیا ہوگا کہ جب متحرک نقطہ خط مستقیم میں حرکت کر رہا ہو تو چال اور رفتار میں کوئی فرق نہیں ہوتا۔

اگر حرکت خط مستقیم میں نہ ہو تو چال اور رفتار میں فرق ہوتا ہے۔ مثلاً اگر ایک نقطہ ایک دائرے کے محیط پر یکساں چل رہا ہو یعنی مساوی اوقات میں (خواہ اوقات کی مقدار کتنی ہی کم ہو) قوس کے مساوی حصے طے کر رہا ہو۔ تو محیط کے مختلف مقامات پر حرکت کی سمت مختلف ہوگی۔ کیونکہ کسی خاص مقام پر یہ سمت مماس دائرہ کی سمت ہوگی۔ پس

اس صورت میں رفتار اپنے اصطلاحی معنوں میں ہر مقام پر بدل رہی ہے اور چال ہر مقام پر یکساں ہے۔

(۹) رفتار کی اکائی کی مقدار ایک ایسے نقطے کی رفتار ہے جس کی نقل مکان وقت کی ایک اکائی میں طول کی ایک اکائی ہو۔

جب ہم کہتے ہیں کہ ایک متحرک نقطے کی رفتار s ہے تو اس سے ہمارا یہ مطلب ہوتا ہے کہ اس کی رفتار میں رفتار کی s اکائیاں ہیں یعنی یہ کہ وقت کی ایک اکائی میں اس کی نقل مکان طول کی s اکائیاں ہیں اگر ایک متحرک نقطے کی رفتار ایک سمت میں s ہو تو اس کے مساوی رفتار متقابل سمت میں لازماً $(-s)$ سے تعبیر ہوگی۔

بعض مولفین الفاظ ”فٹ سکند“ کو ”ایک فٹ فی سکند“ کی رفتار کے معنوں میں استعمال کرتے ہیں۔ مثلاً ”تین فٹ سکند کی رفتار“ سے ان کا مطلب ”تین فٹ فی سکند کی رفتار“ ہوتا ہے۔ اسی طرح ”ایک سینٹی میٹر سکند کی رفتار“ سے ”ایک سینٹی میٹر فی سکند کی رفتار“ مفہوم ہوتا ہے۔

(۱۰) چونکہ ایک نقطے کی رفتار اس وقت معلوم ہوتی ہے جب کہ اس کی مقدار اور سمت دونوں معلوم ہوں اس لئے رفتار کو اگر ہم ایک خط مستقیم AB سے تعبیر کریں تو مناسب ہے۔ مثلاً جب ہم کہیں کہ دو متحرک نقطوں کی رفتاریں مقدار اور سمت میں دو خطوط مستقیم AB اور CD سے

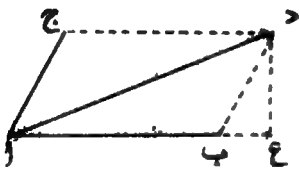
تعبیر ہوتی ہیں تو ہمارا اس سے یہ مطلب ہے کہ نقطوں کی حرکت کی سمتیں خطوط ا ب اور ج د کے متوازی ہیں اور ان سمتوں میں رفتاروں کی مقداریں ا ب اور ج د کے طولوں کے تناسب ہیں۔

(۱۱) یہ ممکن ہے کہ ایک جسم کی رفتاریں ایک ہی وقت میں دو یا زیادہ مختلف سمتوں میں ہوں۔ اس کی ایک عام فہم مثال اس شخص کی ہے جو ایک متحرک جہاز کے عرشہ پر ایک مقام سے دوسرے مقام تک چلے اس کی ایک حرکت تو جہاز کی حرکت ہے اور دوسری اس کی اپنی حرکت جہاز کے عرشہ پر۔ یہ ظاہر ہے کہ فضا میں اس شخص کی حرکت ان دو صورتوں سے مختلف ہوگی جب جہاز ساکن ہو یا جب وہ شخص جہاز کے عرشہ پر بہ مقام اول ساکن رہے۔ اب ایک اور مثال ہو۔ فرض کرو کہ ایک جہاز اس طرح چلتا ہے کہ اس کا رخ ایک سمت مستقل میں رہتا ہے۔ مان لو کہ یہ سمت شمال ہے۔ اور پانی کے بہاؤ کا زور اس کو ایک مختلف سمت یعنی جنوب مشرق کی طرف لے جاتا ہے۔ اور فرض کرو کہ ایک ملاح جہاز کے متول پر چڑھ رہا ہے ملاح کی نقل مکان اور رفتار کا انحصار صرفاً تین مقادیر پر ہے۔ یعنی جہاز کی رفتار۔ پانی کی رفتار اور ملاح کی اپنی رفتار۔ اس کی رفتار واقعی ان تینوں رفتاروں سے مرکب ہے۔

دفعہ ذیل میں ہم دو مفروضہ رفتاروں کی ترکیب کا طریقہ بیان کریں گے۔

(۱۲) مسئلہ۔ رفتاروں کا متوازی الاضلاع۔ اگر ایک متحرک نقطے کی ایک وقت میں دو ایسی رفتاریں ہوں جن کو ایک متوازی الاضلاع کے دو متصل ضلعے (جو ایک نقطے سے کھینچے جائیں) مقدار اور سمت میں تعبیر کریں۔ تو دونو رفتاروں کا مل کر ایسی رفتار کے مساوی ہوں گی جو مقدار اور سمت میں متوازی الاضلاع کے اس قطر سے تعبیر ہوگی جو نقطہ مذکورہ میں سے گزرتا ہے۔

فرض کرو کہ دونو رفتاریں خطوط اب اور اج سے تعبیر ہوتی ہیں اور ان کی مقداریں ر اور ف ہیں متوازی الاضلاع اب اج د کی تکمیل کرو۔



ہم یہ فرض کر سکتے ہیں کہ متحرک نقطہ ا سے شروع ہو کر خط اب کی سمت میں رفتار ر سے چلتا ہے اور ساتھ ہی ساتھ خط اب صفحہ ہذا پر

اس طرح حرکت کرتا ہے۔ کہ نقطہ ا خط اج کی سمت میں رفتار ر سے چلتا ہے۔ وقت کی ایک اکائی میں متحرک نقطہ خط اب پر ا سے چل کر ب تک حرکت کریگا اور اسی عرصہ میں خط اب حرکت کر کے مقام ج د پر پہنچ جائیگا۔ لہذا

وقت کی ایک اکائی کے اختتام پر متحرک نقطہ د پر پہنچ جائیگا۔ چونکہ دونوں رفتاریں مقدار اور سمت میں غیر تبدیل رہتی ہیں اس لئے متحرک نقطے کی رفتار ا سے لے کر د تک غیر تبدیل رہیگی۔

یعنی وقت کی ایک اکائی میں نقطے کا راستہ خط مستقیم ا د ہوگا پس ا د مقدار اور سمت میں ان دو رفتاروں کے مساوی ہے جو ا ب اور ا ج سے تعبیر ہوتی ہیں۔ طالب علم کو ثبوت بالا کے سمجھنے میں سہولت ہوگی اگر وہ یہ فرض کرے کہ ا ج ایک چلتے جہاز کی حرکت کی سمت ہے اور عرشہ جہاز پر ا ب ایک خط کھینچا ہوا ہے اور اس خط پر ایک آدمی یکساں چل رہا ہے۔

(۱۳) تحریف۔ اگر دو یا زیادہ رفتاریں مل کر ایک رفتار کے مساوی ہوں تو یہ ان کا حاصل کہلاتی ہے اور وہ اس کے اجزاء ترکیبی کہلاتے ہیں۔

دو رفتاروں س اور و کا درمیانی زاویہ عہ ہے۔ ان کا حاصل بہ طریق ذیل معلوم ہو سکتا ہے۔ فرض کرو کہ شکل دفعہ (۱۲) میں ا ب اور ا ج رفتاروں س اور و کو تعبیر کرتے ہیں اور ان کا درمیانی زاویہ ب ا ج عہ ہے۔ تو بہ فدیہ علم مثلث

$$ا د = ا ب + ب د = ا ب + ا ج \times ب د \times ج ا ب د$$

پس اگر ہم حاصل رفتار ا د کو ی سے تعبیر کریں تو

$$ی = س + و + و \times س \times ج و عہ$$

کیونکہ زاویہ ا ب د = $\pi - عہ$

نیز اگر ہم زاویہ ب ا د کو طے سے تعبیر کریں تو

$$\frac{\text{ب د}}{\text{ب ا}} = \frac{\text{جب ا د ب}}{\text{جب ب ا د}} = \frac{\text{جب د ا ب}}{\text{جب ب ا د}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\text{جب ع ط}}{\text{جب ط}} = \frac{\text{جب ع جم ط} - \text{جم ع جب ط}}{\text{جب ط}} = \frac{\text{جب ع جم ط} - \text{جم ع}}{\text{جب ط}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\text{جم ط} + \text{ر و جم ع}}{\text{وجب ع}}$$

$$\frac{\text{وجب ع}}{\text{ر و جم ع}} = \text{یعنی مس ط}$$

پس اگر دو رفتاریں ایک دوسرے سے زاویہ ع بنائیں۔ تو ان کا حاصل ایک رفتار $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ ر و جم ع کے مساوی ہے جو رفتار س کی سمت سے زاویہ مس ا $\frac{\text{وجب ع}}{\text{ر و جم ع}}$ بناتی ہے۔ حاصل رفتار کی سمت اس طرح بھی حاصل ہو سکتی ہے۔ ا ب یا ا ب محدودہ پر د ع عمود نکالو جو ا ب سے نقطہ ع پر ملے۔

$$\text{تب مس د ا ب} = \frac{\text{ع د}}{\text{ا ع}} = \frac{\text{ب د جب ع ب د}}{\text{ا ب + ب د جم ع ب د}} = \frac{\text{وجب ع}}{\text{ر و جم ع}}$$

(۱۴) ایک مفروضہ رفتار کو تحلیل کرنے کے لا انتہا طریقے ہیں۔ کیونکہ اگر متوازی الاضلاع کا قطر ا د دیا ہوا ہو تو اس قطر پر لا انتہا متوازی الاضلاع بن سکتے ہیں۔ او اگر ا ب د ج ان میں سے ایک ہو تو رفتار ا د دو رفتاروں ا ب اور ا ج کے مساوی ہوگی۔

دفعہ (۱۲) میں کیا گیا تھا۔
چونکہ ایک مثلث کے اضلاع زوایا کے مقابل کی جیبوں کے
تناسب ہوتے ہیں اس لئے

$$\frac{اب}{جباب} = \frac{ب د}{جباب} = \frac{اد}{جباب}$$

$$\text{یعنی } \frac{اب}{جباب} = \frac{ب د}{جباب} = \frac{اد}{جباب}$$

۵۔ اب = اد جب ۴ اور ب د = اد جب ۳
پس ان دو سمتوں میں رفتار کے اجزاء ترکیبی یہ ہوئے۔

۱۶۔ رفتاروں کا مثلث۔ اگر ایک متحرک نقطے کی
رفتاریں ایک وقت میں ایسی ہوں جو ایک مثلث کے اضلاع
اب اور ب ج سے بالترتیب تعبیر ہوں۔ تو دونوں رفتاریں
ایک ایسی رفتار کے مساوی ہوں گی جو ا ج سے تعبیر
ہوتی ہے۔

متوازی الاضلاع اب ج د کی تشکیل کرنے سے یہ ظاہر ہے
کہ جن رفتاروں کو خطوط اب اور ب ج تعبیر کرتے
ہیں انہی رفتاروں کو خطوط اب اور اد تعبیر کریں گے
لہذا ان کی حاصل رفتار ا ج سے تعبیر ہوگی۔

نتیجہ صحیح (۱) اگر ایک ہی وقت ایک نقطے کو تین ایسی رفتاریں دی جائیں جو ایک مثلث کے اضلاع سے تعبیر ہوں جبکہ اضلاع کو ایک ہی رخ یا جائے تو نقطہ ساکن رہیگا۔

نتیجہ صحیح (۲) اگر ایک متحرک نقطے کی رفتاریں $ل$ و $ا$ اور $م$ و $ب$ سے تعبیر ہوں۔ تو دونوں مل کر ایک رفتار $(ل + م)$ و $ک$ کے مساوی ہوں گی جہاں $ک$ ، $ا$ و $ب$ پر ایسا نقطہ ہے کہ $ل$ و $ا$ و $ب$ = $م$ و $ک$ کیونکہ رفتاروں کے مثلث کے مسئلے کے ذریعہ رفتار $ل$ و $ا$ ، دو رفتاروں $ل$ و $ک$ اور $ل$ و $ا$ کے مساوی ہے اور رفتار $م$ و $ب$ ، دو رفتاروں $م$ و $ک$ اور $م$ و $ب$ کے برابر ہے۔ لیکن رفتاریں $ل$ و $ا$ اور $م$ و $ک$ ب ایک دوسرے کو معدوم کرتی ہیں۔ پس حاصل $(ل + م)$ و $ک$ کے برابر ہے۔

(۱۷) رفتاروں کا ذواربۃ السطوح۔ جس طرح رفتاروں کے متوازی الاضلاع کا مسئلہ ثابت ہوا۔ اسی طرح یہ ثابت ہو سکتا ہے کہ اگر تین رفتاریں ایک ذواربۃ السطوح کے ایک کونے پر ملنے والے تین کناروں سے تعبیر ہوں تو ان کی حاصل رفتار ذواربۃ السطوح کے اس کونے میں سے گزرنیوالے قطر سے تعبیر ہوگی۔ برعکس اس کے ایک رفتار تین اجزا میں تحلیل ہو سکتی ہے۔

(۱۸) رفتاروں کا کثیر الاضلاع۔ اگر ایک متحرک

نقطے کی رفتاریں ایک وقت میں ایسی ہوں جو ایک کثیر الاضلاع کے اضلاع اب، ب، ج، د، ... ک ل سے تعبیر ہوں (خواہ کثیر الاضلاع کے ضلعے ایک سطح

میں ہوں یا نہ ہوں) تو حاصل رفتار ال سے تعبیر ہوگی۔

کیونکہ یہ موجب دفعہ (۱۶) رفتاریں اب اور ب ج رفتار ا ج کے

مساوی ہیں۔

اور رفتاریں ا ج اور ج د رفتار ا د کے برابر ہیں۔ علیٰ ہذا القیاس پس حاصل رفتار ال سے تعبیر ہوگی۔

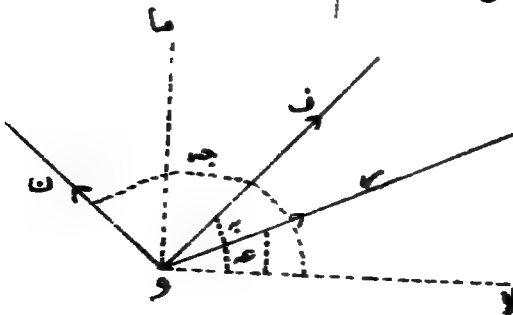
نتیجہ صریح۔ اگر نقطہ ل، ا پر منطبق ہو یعنی کثیر الاضلاع

ایک بند شکل ہو تو حاصل رفتار صفر ہوگی یعنی نقطہ ساکن رہیگا۔

(۱۶) اگر ایک نقطہ کئی ایک مختلف سمتوں میں رفتاریں رکھتا ہو۔ تو ان کا

حاصل معلوم کرنے کا طریقہ یہ ہے۔ دو متقاطع علی القوایم سمتوں میں تمام

رفتاروں کو تحلیل کرو اور ان دو سمتوں میں جو رفتاریں ہوں ان کی ترکیب سے کل کی حاصل رفتار معلوم ہوگی۔



فرض کرو کہ ایک نقطے کی رفتاریں س، ف، ن،
ایسی سمتوں میں ہیں جو ایک ثابت خط ولا سے زاوے
ع، بہا، جہا بناتی ہیں اور فرض کرو کہ و ما، ولا پر عمود ہے۔
س کے اجزاء ولا اور و ما کی سمتوں میں س جمع ع
اور س جب ع ہوں گے۔ اور ف کے اجزاء ف جب بہا
اور ف جب بہا ہوں گے اسی طرح باقی رفتاروں کی تحلیل
کرو۔ پس تمام رفتاروں کے اجزاء یہ ہوں گے۔

س جمع ع + ف جب بہا + ن جمع جہا +
ولا کے متوازی۔

س جب ع + ف جب بہا + ن جب جہا +
و ما کے متوازی۔

اگر حاصل رفتار ح ہو اور د لا سے زاویہ طہ بنائے تو
ح جب طہ = س جمع ع + ف جب بہا + ن جمع جہا +
ح جب طہ = س جب ع + ف جب بہا + ن جب جہا +
مربے لے کر جمع کرنے سے۔

ح = (س جمع ع + ف جب بہا + ن جمع جہا +)
اور تقسیم کرنے سے

$$\text{مس طہ} = \frac{\text{س جب ع} + \text{ف جب بہا} + \text{ن جب جہا} + \dots}{\text{س جمع ع} + \text{ف جب بہا} + \text{ن جب جہا} + \dots}$$

ان دو مساواتوں سے ح اور طہ معلوم ہوں گے۔

امثلہ نمبری (۱)

(۱) ایک جہاز ۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے عین شمال کی جانب چلتا ہے اور پانی کا بہاؤ اس کو ۳۷ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جنوب مشرق کی طرف لے جاتا ہے۔ دریافت کرو کہ ایک گھنٹہ کے بعد جہاز کہاں ہوگا؟

جہاز کی دو رفتاریں ہیں ایک ۱۵ میل فی گھنٹہ جانب شمال اور دوسری ۲۱۳ میل فی گھنٹہ جانب جنوب مشرق۔ دوسری رفتار دو رفتاروں کے مساوی ہے۔ ایک ۲۱۳ جم ۲۵ میل فی گھنٹہ مشرق کی جانب اور دوسری ۲۱۳ جب ۲۵ میل فی گھنٹہ جنوب کی جانب پس جہاز کی کل رفتار یہ ہے۔

۱۲۔ میس فی گھنٹہ جانب شمال

اور ۱۳ میل فی گھنٹہ جانب مشرق

ہذا حاصل رفتار $12^{\circ} 34'$ ہے۔ یعنی 15.56 میل فی گھنٹہ ایسی سمت میں جو
فصل سے زاویہ 58° بنا رہا ہے۔ یعنی 34.3 میل فی گھنٹہ
یہ زاویہ 34° از شمال جانب مشرق۔

(۲) ایک نقطے کی رفتاریں ایک وقت میں چار مختلف سمتوں

میں ۳'۲' اور ایک یس پہلی اور دوسری کے درمیان ۳۰' کا زاویہ ہے اور دوسری اور تیسری کے درمیان ۹۰' کا اور تیسری اور چوتھی کے درمیان ۱۲۰' کا۔ ان کا حاصل دریافت کرو۔

ولا پہلی رفتار کی سمت میں لو اور وہاں اس کی عمودی سمت تیار۔

ولا کے ساتھ رفتاریں مفصلہ ذیل زاوے بناتی ہیں۔

۰۰. ۰۳. ۰۱۲. ۰۲۳۰

پس اگر ح حاصل رفتار ہو اور ولا سے زاویہ ط بنائے

توح جمعہ = ۲۰ جم ۳ + ۲۰ جم ۲ + ۱۲۰ جم ۱ = ۲۴۰

یعنی ح جوسط = $\frac{FV_3 + D}{r} = (\frac{1}{r} - \frac{1}{r}) \times 1 + (\frac{1}{r} - \frac{1}{r}) \times 2 + \frac{FV}{r} \times 3 + 4$

اور حسب طے = $\frac{F^V + 3}{4} = \frac{F^V}{4} \times 1 - \frac{F^V}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times 3$

مربع لے کر جمع کرنے سے

$$0,542 = 2 \div 1350 \text{ AAC} = 769 + 14 = 783$$

اور تقسیم کرنے سے

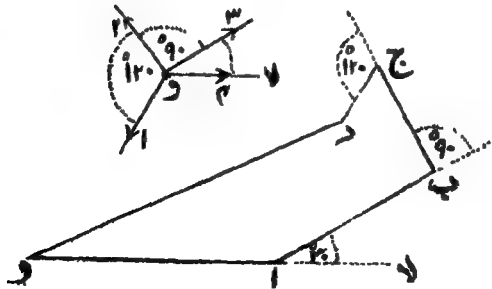
$$\text{مس ط} = \frac{37+3}{37+5} = 37 - 34 = 3 = \text{مس ۴} = \text{مس ۲}$$

پس حاصل رفتار ۶۲ و ۵ ہے اور پہلی رفتار سے ۲۴ و ۵ کا زاویہ

بناتی ہے۔

ترسیا۔ ولا پر و ا برابر ۴ انج کے قطع کرو۔ اور زاویہ لا اب برابر

۳۰ کے بناؤ اور اب برابر ۳ انچ کے لو۔ ب ج، اب پر عمود نکالو اور



۲۔ انج کے مساوی قطع کرو۔ اور پھر ج محدودہ سے ۱۲۰ کے

زاوے پر ج د بہ قدر انچ کھینچو۔ و د کو ملاؤ ناپنے سے معلوم ہوگا کہ $92 = 92$ و ۵ انچ اور زاویہ $191 = 25$ تقریباً

(۳) ایک جہاز کی رفتار $1/2$ میل فی گھنٹہ ہے جہاز پر ایک گیند اس کی عمودی سمت میں لڑھکا دی گئی ہے۔ گیند کی رفتار ۳ گز فی سیکنڈ ہے فضا میں گیند کے راستے کی ترسیم کرو اور ثابت کرو کہ ۳۵ سیکنڈ میں ۴۵ فٹ طے کرتی ہے۔

(۴) ایک کشتی ایک دریا میں اس طرح چلائی جاتی ہے کہ کشتی کا رخ ہمیشہ دریا کی سمت پر عمود وار رہتا ہے۔ اگر دریا کا عرض ۳۰۰ فٹ ہو تو دریافت کرو کہ جہاں سے کشتی چلی ہے وہاں سے کس قدر دریا کے نیچے کی طرف دوسرے کنارے پر لگے گی۔ کشتی کی رفتار ۶ میل فی گھنٹہ ہے اور دریا کا پانی ۲ میل فی گھنٹہ چلتا ہے۔

(۵) ایک شخص بہ ذریعہ کشتی دریا کو عبور کرنا چاہتا ہے لیکن اس طرح کہ جہاں سے چلے اس کے عین مقابل دوسرے کنارے پر پہنچے۔ کشتی کی رفتار دریا کی رفتار سے دو چند ہے۔ معلوم کرو کہ کشتی کا رخ کس طرف ہونا چاہئے؟

(۶) ایک کشتی کی چال آب ساکن میں ۶ میل فی گھنٹہ ہے۔ اگر دریا میں جس کی رفتار ۴ میل فی گھنٹہ ہے۔ اس کشتی کو چلایا جائے تو تریماً دریافت کرو کہ کشتی کا رخ کیا ہو کہ کشتی کی حرکت دریا سے زاویہ قائمہ بنائے۔

(۷) ایک ندی کی رفتار $1/2$ میل فی گھنٹہ ہے ایک تیراک

جس کی رفتار $2\frac{1}{2}$ میل فی گھنٹہ ہے اس ندی کو عموماً عبور کرنا چاہتا ہے۔ دریافت کرو کہ وہ کس سمت میں چلے؟ اگر کم سے کم وقت میں عبور کرنا مقصود ہو تو معلوم کرو کہ تیزاگ کس سمت میں تیرے۔

(۸) ایک جہاز کا رخ عین شمال کی جانب ہے اور وہ ایک دریا کو عبور کر رہا ہے جس کا پانی مغرب کی جانب بہ رہا ہے۔ ایک گھنٹے کے بعد معلوم ہوا کہ جہاز نے شمال سے غرب کی جانب 30° کا زاویہ بنانے والی سمت میں 37.8 میل کا فاصلہ طے کیا۔ پانی اور جہاز کی رفتاریں معلوم کرو۔ (۹) دو جہاز لا اور ما دو مقامات A اور B پر ہیں فاصلہ اب ۵ میل ہے۔ لا، اب سے 40° کا زاویہ بناتی ہوئی سمت میں 10 میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلنے لگتا ہے۔ معلوم کرو کہ ما اسی وقت 37.10 میل کی رفتار سے کس سمت میں چلے کہ وہ لا سے ٹھیک ٹکرا جائے۔ یہ بھی دریافت کرو کہ لا سے ٹکرا کس زاویہ پر ہوگی اور کتنے وقت کے بعد ہوگی؟

(۱۰) ایک ٹریم کار ایک سڑک پر 8 میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہے۔ اس میں ایک جسم 14 فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے کس سمت میں پھینکا جائے کہ اس کی حاصل حرکت ٹریم کار کی عمودی سمت میں ہو۔

(۱۱) ایک جہاز شمال کی جانب 3 فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے

جا رہا ہے پانی کا بہاؤ اسے مشرق کی جانب ۳ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے لے جا رہا ہے اور اس میں ایک طاح عمودی مستول پر ۲ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے چڑھ رہا ہے۔ طاح کی رفتار اور سمت حرکت فضا میں دریافت کرو۔

(۱۲) ایک رفتار کے اجزاء ترکیبی دو سمتوں میں معلوم کرو جو اس سے ۳۰° اور ۵۴° کے زاوئے بناتی ہیں۔
(۱۳) ایک نقطہ جس کی رفتاریں مختلف سمتوں میں ۱۳° ، ۴۰° ، ۱۳° ہیں ساکن ہے۔ دو چھوٹی رفتاروں کا درمیانی زاویہ دریافت کرو۔

(۱۴) ایک نقطے کی رفتاریں ۳° ، ۱۹° ، ۹° ہیں اور وہ ایک دوسرے سے ۱۲۰° کے زاوئے بناتی ہیں۔ تریباً اور حساباً ان کا حاصل دریافت کرو۔

(۱۵) ایک وقت میں ایک نقطے کی رفتاریں ۳۴° ، ۳۴° اور ۳۴° ہیں پہلی اور دوسری، دوسری اور تیسری اور تیسری اور چوتھی کے درمیانی زاوئے بالترتیب ۹۰° ، ۹۰° اور ۱۵۰° ہیں۔ تریباً اور حساباً ثابت کرو کہ حاصل رفتار ۳۴° ہے اور اس کی سمت پہلی رفتار سے ۱۲۰° کا زاویہ بناتی ہے۔

(۱۶) ایک نقطہ دو مفروضہ سمتوں میں مساوی رفتاریں رکھتا ہے۔ اگر ایک رفتار کو نصف کر دیا جائے تو وہ زاویہ بھی جو حاصل رفتار دوسری رفتار سے بناتی ہے

نصف ہو جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ رفتاروں کا درمیانی زاویہ ۹۰ ہے۔

(۱۷) ایک نقطے کی رفتاریں مقدار اور سمت میں ان خطوط سے تعبیر ہوتی ہیں جو ایک دائرے کے محیط کے کسی نقطے سے کسی قطر کے سروں تک کھینچی جائیں۔ ثابت کرو کہ ان کا حاصل اس نقطے میں سے گزرنے والے قطر سے تعبیر ہوگا۔

(۱۸) ایک نقطے کی ایک وقت میں چار رفتاریں ہیں۔ پہلی ۲۴ فٹ فی سیکنڈ ہے دوسری ۳۶ فٹ فی سیکنڈ پہلی سے ۶۰° کا زاویہ بناتی ہے۔ تیسری ۴۵ فٹ فی سیکنڈ تیسری سے ۳۵° کا زاویہ بناتی ہے۔ چوتھی ۶۰ فٹ فی سیکنڈ تیسری سے ۳۵° کا زاویہ بناتی ہے۔ ترسیماً ثابت کرو کہ حاصل رفتار ۱۱۸.۵ فٹ فی سیکنڈ ہے اور پہلی رفتار سے تقریباً ۸۲° کا زاویہ بناتی ہے۔

(۲۰) اوسط چال اور رفتار۔ ایک نقطے کی اوسط چال، وقت کی ایک دی ہوئی مدت میں، ایک ایسے نقطے کی چال ہے۔ جو اسی مدت میں وہی راستہ یکساں چال سے طے کرے جو نقطہ مذکورہ نے طے کیا ہے۔ پس ایک متحرک نقطے کی اوسط چال ایک دی ہوئی مدت میں

$$= \frac{\text{کل فاصلہ جو نقطے نے مدت مذکورہ میں طے کیا}}{\text{کل وقت جس میں وہ فاصلہ طے کیا۔}}$$

اگر ایک شخص $\frac{1}{2}$ سیکنڈ میں ۱۰۰ گز دور سے تو
 اس کی اوسط چال $\frac{100}{\frac{1}{2}}$ یعنی ۲۰۰ گز فی سیکنڈ ہے۔
 دیگر فرض کرو کہ ایک ریل گاڑی سٹیشن چھوڑ کر ۱۰
 منٹ میں ایک میل پہنچتی ہے پھر ۱۵ منٹ ۲۰ میل فی گھنٹہ
 گھنٹہ کی چال سے چلتی ہے۔ اخیر میں ایک میل ۶ منٹ
 میں چل کر دوسرے سٹیشن پر ٹھہرتی ہے۔
 کل فاصلہ جو طے ہوا = $1 + \frac{2}{3} + 1 = 2\frac{2}{3}$ میل
 کل وقت جس میں فاصلہ طے ہوا = $5 + 15 + 6 = 26$ منٹ
 اس کی اوسط چال = $\frac{2\frac{2}{3}}{26}$ میل فی منٹ = $\frac{8}{39} \times 60$ میل فی
 گھنٹہ = $12\frac{1}{3}$ میل فی گھنٹہ تقریباً
 ایک نقطہ مفروض کی اوسط رفتار کسی سمت میں ایک دی

ہوئی مدت میں

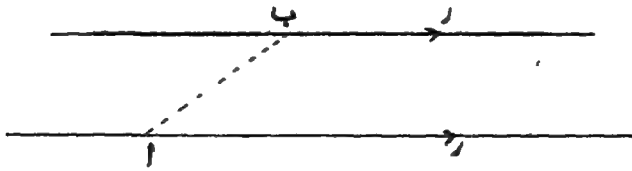
$$\frac{\text{کل نقل مکان اس مدت میں}}{\text{کل مدت جس میں نقل مکان ظہور پذیر ہوئی}} =$$

 (۲۱) حرکت اضافی۔ سکون اور حرکت، اضافی اصطلاحیں
 ہیں۔ ہم حرکت مصدق سے بدلے، واقف ہیں جو حرکت
 ہمیں معلوم ہے وہ سب اضافی ہے۔

مثلاً۔ جب ہم کہتے ہیں کہ ایک ریل گاڑی بہ جانب
 شمال ۴۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہے تو اس سے
 ہمارا یہ مطلب ہوتا ہے کہ اس کی یہ رفتار بہ لحاظ زمین
 کے ہے۔ یعنی اگر ایک شخص زمین پر ساکن ہو تو اسے

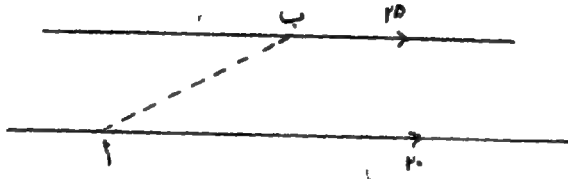
ریل گاڑی اس رفتار سے چلتی ہوئی معلوم ہوگی۔ ریل گاڑی کی یہ حرکت سطح زمین پر ہے اس حرکت کے علاوہ اسکی اور حرکتیں بھی ہیں۔ اول زمین کی روزانہ گردش اپنے محور کے گرد۔ ریل گاڑی چونکہ زمین پر ہے اس لئے وہ زمین کی اس حرکت میں شامل ہے۔ دوم زمین کی سالانہ گردش آفتاب کے گرد۔ ریل گاڑی اس حرکت میں بھی زمین کے ساتھ شامل ہے سوم اگر کل نظام شمسی کی فضا میں کوئی حرکت ہو ریل گاڑی کی اس میں بھی شمولیت ہوگی۔

(۲۲) اب اولاً دو ریل گاڑیوں کی حرکت پر غور کرو جو ایک دوسرے کے متوازی ایک ہی سمت میں مساوی رفتاروں سے چل رہی ہیں۔



فرض کرو کہ ایک گاڑی پر ایک نقطہ 'ا' اور دوسری پر ایک نقطہ 'ب' ہے اگر ایک شخص نقطہ 'ا' پر کھڑا ہو کر نقطہ 'ب' کی طرف ٹکٹکی لگا کر دیکھتا رہے۔ تو اس کو نقطہ 'ب' بالکل ساکن معلوم ہوگا۔ کیونکہ خط 'ا ب' کے طول اور سمت میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوگی اور 'ب' کی رفتار

بہ لحاظ ب کے صفر ہوگی۔
 ثانیاً فرض کرو کہ پہلی گاڑی کی رفتار ۲۰ میل
 فی گھنٹہ ہے اور دوسری کی اسی سمت میں
 ۲۵ میل فی گھنٹہ ہے اس صورت میں اگر ہم

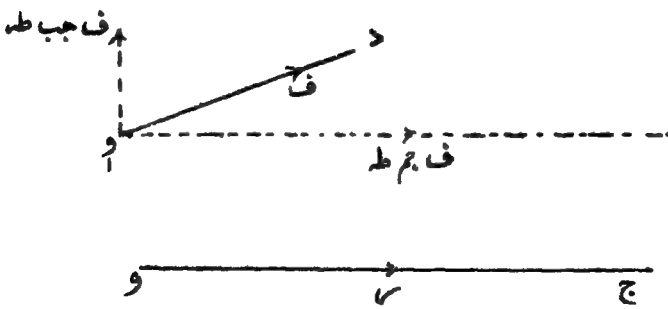


گاڑیوں کے درمیانی فاصلے کو نظر انداز کریں تو خط اب کا
 طول ۵ میل فی گھنٹہ کے حساب سے بڑھتا رہیگا اور یہی ب
 کی رفتار بہ لحاظ ا کے ہوگی۔

ثالثاً فرض کرو کہ پہلی گاڑی کی رفتار ۲۰ میل ہے اور دوسری
 کی ۲۵ میل متقابل سمت میں۔ اس صورت میں خط اب کا
 طول بہ حساب ۴۵ میل فی گھنٹہ ا کی حرکت کے متقابل سمت
 میں بڑھتا رہیگا۔



اور ب کی رفتار بہ لحاظ ۱ کے m میل فی گھنٹہ ہوگی۔
طالب علم کو یہ معلوم ہو گیا ہوگا کہ ہر صورت
میں اگر پہلی گاڑی کی رفتار کے متساوی اور متقابل رفتار
کو دوسری گاڑی کی رفتار کے ساتھ ترکیب کریں تو دوسری
گاڑی کی اضافی رفتار بہ لحاظ پہلی کی رفتار کے حاصل ہوگی۔
آخر فرض کرو کہ پہلی گاڑی خط $و ج$ کی سمت میں
رفتار سے چلتی ہے اور دوسری گاڑی رفتار $ف$ سے
خط $و د$ کی سمت میں حرکت کرتی ہے۔ جہاں $و د$ ، $و ج$
سے زاویہ θ بناتا ہے رفتار $ف$ کی تحلیل دو اجزا میں
کرو۔ ایک $ف \cos \theta$ ، $و ج$ کے متوازی
دوسرا $ف \sin \theta$ ، $و ج$ پر عمود۔



پہلے کی طرح ب کی رفتار بہ لحاظ ۱ کے، $و ج$ کے متوازی
 $ف \cos \theta$ ۔ $و ج$ پر عمودی سمت میں

ا کی کوئی رفتار نہیں ہے اس لئے ب کی رفتار بہ لحاظ
ا کے اس سمت میں ف جب طہ ہے۔
لہذا ب کی رفتار بہ لحاظ ا کے دو اجزا رکھتی ہے ایک
ف جم طہ۔ س، وج کے متوازی اور دوسرا
ف جب طہ، وج پر عمود۔ اگر دوسری گاڑی کی رفتار کی
ترکیب پہلی گاڑی کی رفتار کے متساوی اور متقابل رفتار
سے کریں تو بھی یہی دو اجزا حاصل ہوں گے۔ پس
ذیل کا کار آمد نتیجہ حاصل ہوا۔

اضافی رفتار۔ اگر دو نقاط کا درمیانی فاصلہ سمت یا
مقدار میں یا سمت اور مقدار دونوں میں بدل رہا ہو تو
ایک نقطہ بہ لحاظ دوسرے کے اضافی رفتار رکھتا ہے۔
اور اگر ایک نقطہ ب کی اضافی رفتار بلحاظ
دوسرے نقطہ ا کے دریافت کرنا مطلوب ہو تو
ب کی رفتار اور ا کی رفتار کے متساوی
اور متقابل رفتار کا حاصل معلوم کرو۔ یہ اضافی
رفتار مطلوب ہوگی۔

(۲۲) ایک اور پہلو سے بھی حرکت اضافی پر غور ہو
سکتا ہے۔ فرض کرو کہ خطوط ا ط اور ب ق نقاط ا
اور ب کی رفتاروں کو تعبیر کرتے ہیں۔ یعنی ایک
سیکنڈ میں دونوں نقطوں کے مقام ا اور ب سے
تبدیل ہو کر بالترتیب ط اور ق ہو جاتے ہیں۔

متوازی الاضلاع ۱ ط ل ب کی تکمیل کرو۔ اور ل ق کو ملاؤ یہ موجب دفعہ ۱۴ رفتار ب ق، دو رفتاروں ب ل اور ل ق کے مساوی ہے۔

اور ب ل ۱ ط

کے مساوی اور متوازی

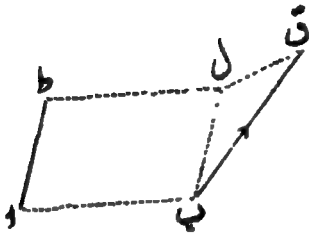
ہے اس لئے ب

کی رفتار دو رفتاروں

کے برابر ہے۔ ایک

ب ل ۱ کی رفتار

کے مساوی اور



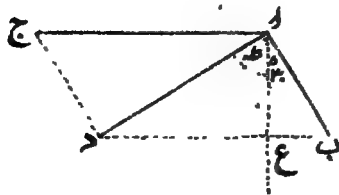
متوازی اور دوسری ل ق۔ لہذا ب کی رفتار بہ لحاظ ۱ کے ل ق سے تعبیر ہوتی ہے۔ لیکن ل ق رفتاروں ل ب اور ب ق کا حاصل ہے یعنی ب کی رفتار اور ۱ کی رفتار کے مساوی اور متقابل رفتار کا حاصل۔

پس ب کی رفتار بہ لحاظ ۱ کے معلوم کرنے کا طریقہ یہ ہوا کہ ب کی رفتار اور ۱ کی رفتار کے مساوی اور متقابل رفتار کا حاصل معلوم کرو یہ رفتار مطلوبہ ہوگی۔

(۲۴) پچھلی دفعہ سے ظاہر ہے کہ اگر دو نقاط ۱ اور ب ایک ہی سمت میں بالترتیب رفتاروں س اور ف سے چلیں تو ب کی رفتار بہ لحاظ ۱ کے اسی سمت میں

ف۔ سہ ہوگی اور ا کی رفتار بہ لحاظ ب کے س۔ ف ہوگی اگر وہ مختلف سمتوں میں حرکت کریں تو اضافی رفتار معلوم کرنے کے لئے رفتاروں کے متوازی الاضلاع مسئلہ استعمال کرنا ہوگا۔

مثال۔ ایک ریل گاڑی ایک افقی سڑک پر ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے اس وقت بارش بھی ہو رہی ہے اور ہوا گاڑی کی حرکت کی سمت میں زور سے چل رہی ہے۔ ہوا کے زور سے بارش سمت عمودی سے ۳۰ کا زاویہ بناتی ہوئی پڑتی ہے اور بارش کی رفتار ۲۲ فٹ فی سیکنڈ ہے دریافت کرو کہ ریل کے مسافروں کو بارش کس سمت میں پڑتی ہوئی معلوم دیگی؟ ریل گاڑی کی رفتار ۴۴ فٹ فی سیکنڈ ہے۔ فرض کرو کہ ا ب بارش کی رفتار کو تعبیر کرتا ہے پس اگر ا ع عمودی خط ہو تو زاویہ ب ا ع ۳۰ کا ہوگا۔ ا ج افقی سمت میں گاڑی کی سمت کے متقابل کھینچو اور فرض کرو کہ یہ گاڑی کی رفتار یعنی ۴۴ فٹ فی سیکنڈ کو تعبیر کرتا ہے



متوازی الاضلاع ا ب د ج کی تکمیل کرو۔
 ا د کو ط او اور فرض کرو کہ زاویہ ع ا د = ط
 مسافروں کی نظروں میں ا د بارش کی سمت ہوگی۔
 مثلث ب ا د سے

$$\frac{\text{ب د}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{جب د ا ب}}{\text{جب ب ا د}} = \frac{\text{جب (ط + ۳۰)}}{\text{جم ط}}$$

$$\therefore \frac{۴۴}{۲۲} = \frac{\text{جب ط جم ۳۰} + \text{جم ط جب ۳۰}}{\text{جم ط}}$$

$$= \text{مس ط جسم ۳۰} + \text{جب ۳۰}$$

$$۲ = \text{مس ط} \times \frac{۳۷}{۲} + \frac{۱}{۲}$$

$$\text{مس ط} = ۳۷ = \text{مس ۹۰}$$

$$\text{ط} = ۹۰$$

پس زاویہ ب ا د = ۹۰ یعنی بارش اپنی اصلی سمت
 سے زاویہ قائمہ بناتی ہوئی پڑتی دکھائی دیگی۔

امثلہ نمبری (۲)

(۱) ایک ریل گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے
 چل رہی ہے اور ایک پتھر افقی سمت میں گاڑی سے
 زاویہ قائمہ بناتا ہو اور ۳۳ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے

حرکت کرتا ہوا گاڑی سے ٹکراتا ہے۔ پتھر کی مری رفتار کی مقدار اور سمت معلوم کرو۔

(۲) ایک جہاز ۱۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے عین مشرق کی جانب جا رہا ہے اور ایک جہاز ۱۶ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے عین شمال کی طرف جا رہا ہے دوسرے جہاز کی اضافی رفتار بہ لحاظ پہلے کے معلوم کرو۔

(۳) ایک جہاز جنوب کی طرف ۲۷۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہا ہے اور ایک دوسرا جہاز جنوب مشرق کی سمت میں ۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہا ہے۔ اگر پہلے جہاز پر ایک شخص دوسرے جہاز کو دیکھ رہا ہو تو اسے دوسرا جہاز کس رفتار سے اور کس سمت میں چلتا ہوا دکھائی دیگا؟

(۴) ایک جہاز شمال مشرق کی طرف ۱۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہا ہے اس پر ایک مسافر ہوا کی حرکت کی سمت ملاحظہ کر رہا ہے اور اسے ہوا شمال کی جانب سے ۲۷۱۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتی ہوئی نظر

آتی ہے ہوا کی اصلی رفتار کی مقدار اور سمت معلوم کرو۔

(۵) ایک دریا ۶ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جنوب کی طرف

بہہ رہا ہے اور ایک جہاز بہ لحاظ دریا کے پانی کے

۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے مغرب کی جانب چل رہا ہے۔

ایک ریل گاڑی عین شمال کی طرف ۳۰ میل فی گھنٹہ کی

رفتار سے جا رہی ہے۔ اس کی اضافی رفتار بہ لحاظ جہاز کے معلوم کرو۔

(۶) ایک ریل گاڑی ایک سرنگ میں چل رہی ہے اور سرنگ کی چھت سے پانی کے قطرے گر رہے ہیں اور وہ ایک ریل کے مسافر کو افق سے ایک زاویہ برابر میں بنا رہے ہوئے گرتے نظر آتے ہیں۔ یہ معلوم ہے کہ ان کی رفتار ۲۴ فٹ فی سیکنڈ ہے۔ ہوا کی مزاحمت کو نظر انداز کر کے ریل گاڑی کی رفتار معلوم کرو۔

(۷) ایک شخص کو جب وہ ۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتا ہے بارش کی سمت عمودی نظر آتی ہے اور جب وہ ۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتا ہے تو بارش کے قطرے اس سے ۴۵° کے زاویہ پر ٹکراتے ہیں بارش کی اصلی چال اور سمت معلوم کرو۔

(۸) ایک جہاز مغرب کی طرف ۱۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہا ہے اور بادلوں کی حرکت سے معلوم ہوتا ہے کہ ہوا ۷ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے شمال مغرب سے چل رہی ہے اس کی اصلی رفتار دریافت کرو اور اسکی سمت ترسیماً معلوم کرو۔

(۹) ایک ریل گاڑی ۲۸ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ پستول کی ایک گولی چلائی گئی ہے جو گاڑی میں آکر لگتی ہے۔ گولی کی سمت گاڑی سے ایک

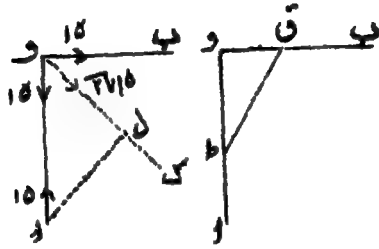
زاویہ جب اسے بتاتی ہے گولی گاڑی کے ایک ڈبے کے کونے میں داخل ہو کر مقابل کے کونے میں سے نکل جاتی ہے۔ پہلا کونہ بہ مقابلہ دوسرے کونے کے انجن سے بعید تر ہے۔ ڈبہ ۸ فٹ لمبا اور ۶ فٹ چوڑا ہے ثابت کرو کہ گولی کی رفتار ۸۰ میل فی گھنٹہ ہے اور وہ ڈبے میں سے $\frac{۱۱}{۱۲}$ سکنڈ میں گزر جاتی ہے۔

(۱۰) دو ریل گاڑیاں جن میں سے ہر ایک کا طول ۲۰۰ فٹ ہے۔ بالترتیب ۲۰ اور ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتاروں سے ایک دوسرے کے متوازی ایک دوسرے کی طرف چل رہی ہیں۔ دریافت کرو کہ وہ ایک دوسرے سے کتنے وقت میں گزر جائیں گی ؟

(۱۱) ہوا ایک ریل کی سڑک کی سمت میں چل رہی ہے۔ دو ریل گاڑیاں اس سڑک پر متقابل سمتوں میں جا رہی ہیں۔ ایک گاڑی کے انجن کا دھواں دوسرے کے دھوئیں سے دو چند رفتار رکھتا ہے۔ ثابت کرو کہ ہر ایک گاڑی کی رفتار ہوا کی رفتار سے سہ چند ہے۔

(۱۲) ایک جہاز جو مشرق کی جانب ۱۵ میل فی گھنٹہ کی چال سے چل رہا ہے۔ ایک مقام سے دو پہر کو گزرتا ہے۔ ایک دوسرا جہاز اسی چال سے شمال کی طرف جاتا ہے اور اسی مقام سے دن کے دیرھ بجے گزرتا ہے۔ معلوم کرو کہ ایک دوسرے سے ان کا فاصلہ

کم سے کم کس وقت ہوگا اور وہ فاصلہ کس قدر ہوگا۔
فرض کرو کہ وہ مقام ۹ ہے۔ اور فرض کرو کہ عین دوپہر
کو دوسرا جہاز ۱ پر ہے یعنی $۹۱ = ۲۲ \frac{1}{4}$ میل



پہلے جہاز کی اضافی رفتار بہ لحاظ دوسرے کے اس طرح
معلوم ہوگی پہلے کی رفتار ۱۵ کے ساتھ دوسرے کی رفتار
کے تساوی اور متقابل رفتار کو ترکیب کرو۔ یعنی پہلے کی
رفتار ۱۵ جو شرق کی جانب ہے اس کے ساتھ ۱۵
بہ جانب جنوب ملانے سے ۳۷۱۵ بہ جانب جنوب
مشرق حاصل ہوئی یہ مطلوبہ اضافی رفتار ہے اور
وک کی سمت میں ہے۔

ال، وک پر عمود نکالو۔ ال مطلوبہ قلیل ترین فاصلہ
یہ فاصلہ = واجب اول = $\frac{1}{4} \times ۲۲ \frac{1}{4} = ۵۶۹ = ۳۷۱۵$ میل تقریباً۔

بعد دو پہر وقت مطلوب = وہ وقت جو اضافی رفتار ۲۷۱۵
سے فاصلہ ول طے کرنے میں لگتا ہے۔

$$\frac{۳}{۳۷} \text{ گھنٹہ} = \frac{\frac{۱}{۲۷} \times ۲۲ \frac{۱}{۲}}{۲۷۱۵} = \frac{\text{ول}}{۲۷۱۵} =$$

یا بطرز دیگر۔ فرض کرو کہ وقت ت کے بعد جہازوں
کے مقام ط اور ق ہیں اور فرض کرو کہ ط ق = لا

$$\text{تب و ط} = \text{و ا} - \text{ا ت} = ۱۵ = (۳ - ت) \text{ اور و ق} = ۱۵ \text{ ت}$$

$$\text{لہذا ط ق} = ۱۵ = \left[\left(۳ - ت \right) + ت \right]$$

$$= ۲ \times ۱۵ = \left[ت - \frac{۳}{۲} + \frac{۹}{۲} \right]$$

$$= ۲ \times ۱۵ \times \left[\left(ت - \frac{۳}{۲} \right) + \frac{۹}{۲} \right]$$

چونکہ کسی مقدار کا مربع منفی نہیں ہو سکتا اس کی قلیل
ترین قیمت صفر ہوگی۔ پس لا کی قلیل ترین قیمت اس وقت

ہوگی جب $ت = \frac{۳}{۲}$ اور اس وقت لا = $۲۷ \times ۱۵ \times \frac{۹}{۲} = ۲۷ \times \frac{۲۷}{۲} = ۱۵۳۹$ تقریباً

(۱۳) ایک جہاز شمال کی جانب ۱۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار

سے جا رہا ہے اس جہاز سے ایک دوسرا جہاز عین اس

کے مشرق کی طرف ۱۰ میل کے فاصلہ پر دیکھا جاتا ہے جو

۱۶ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے عین مغرب کی جانب جا رہا

ہے۔ دریافت کرو کہ کس وقت ان کا درمیانی فاصلہ

قلیل ترین ہوگا اور یہ فاصلہ بھی معلوم کرو۔

(۱۴) ۱ اور ۲ دو مقامات کا درمیانی فاصلہ ۵ فٹ ہے۔

ایک نقطہ ۱ سے ب کی طرف ایسی رفتار سے حرکت دیا گیا ہے جو ۱ سے ب تک ۳ سیکنڈ میں پہنچا دے اور اسی وقت ایک دوسرا نقطہ ب سے ۱ ب کی عمودی سمت میں حرکت دیا گیا ہے۔ دوسرے نقطے کی رفتار پہلے کی رفتار کا $\frac{1}{3}$ ہے۔ ان کی اضافی رفتار مقدار اور سمت میں معلوم کرو اور ان کا قلیل ترین فاصلہ بھی دریافت کرو اور یہ فاصلہ کس وقت ہوگا؟

(۱۵) ایک جہاز مشرق کی طرف چل رہا ہے اور ہوا شمال مغرب سے چل رہی ہے جہاز پر سے ہوا شمال مشرق سے چلتی ہوئی معلوم ہوتی ہے۔ ثابت کرو کہ جہاز اور ہوا کی چالیں مساوی ہیں۔

(۱۶) ایک شخص ۴ میل فی گھنٹہ کے حساب سے مشرق کی جانب جا رہا ہے۔ اسے معلوم ہوتا ہے کہ ہوا شمال سے چل رہی ہے۔ جب وہ اپنی چال کو دوگنا کرتا ہے تو ہوا شمال مشرق سے چلتی ہوئی معلوم دیتی ہے۔ ہوا کی رفتار اور اس کی سمت معلوم کرو۔

(۱۷) ایک آدمی کو جو شمال مشرق کی طرف سفر کر رہا ہے یہ محسوس ہوتا ہے کہ ہوا شمال سے چل رہی ہے جب وہ اپنی چال کو دوچند کرتا ہے تو اسے معلوم دیتا ہے کہ ہوا ایک ایسی سمت سے چل رہی ہے جو شمال سے مشرق کی جانب زاویہ ۴۵° بناتی ہے ہوا کی اصلی

سمت دریافت کرو۔

(۱۸) دو نقطے ایک دائرے کے محیط پر مقابل سمتوں میں چلتے ہیں ایک کی رفتار s اور دوسرے کی $2s$ ہے ان کی اضافی رفتار کی سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قیمتیں دریافت کرو اور یہ کن مقامات پر ہوں گی؟
(۲۵) زاویہی رفتار - تعریف - اگر ایک سطح میں ایک نقطہ ط حرکت کر رہا ہو اور اسی سطح میں ایک ثابت نقطہ O اور ایک ثابت مستقیم خط AO ہو جو A میں سے گزرتا ہے تو زاویہ AO ط کے بڑھنے کی شرح ω کے گرد متحرک نقطے ط کی زاویہی رفتار کہلاتی ہے۔

یکساں ہونے کی حالت میں زاویہی رفتار کا اندازہ اس طرح کیا جاتا ہے وقت کی ایک اکائی میں خط AO نے جس زاوئے میں گردش کی ہے اس میں جتنے نیم قطری ہوں گے وہ نقطہ ط کی زاویہی رفتار کی مقدار ہوگی۔
یکساں نہ ہونے کی حالت میں زاویہی رفتار کے اندازے کا طریقہ یہ ہے۔ اگر ایک خاص آن میں زاویہی رفتار دریافت کرنا مطلوب ہے تو یہ فرض کرو کہ آن مذکور کے بعد وقت کی ایک اکائی تک رفتار وہی رہتی ہے جو آن مذکور پر تھی۔ اس طرح وقت کی ایک اکائی میں جو زاویہ AO کی گردش سے پیدا ہو وہ مطلوبہ زاویہی رفتار ہے۔

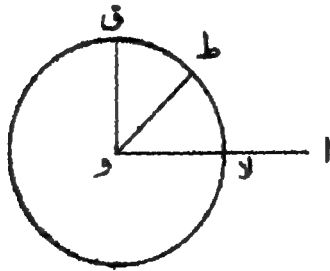
مثالیں۔ اگر ایک سیکنڈ میں خط AO چار فٹوں

یعنی $\pi/2$ نیم قطرینوں میں گھوم جائے تو زاویائی رفتار $\pi/2$ ہوگی۔

اگر ایک سیکنڈ میں خط و ط کی گردش سے ایک قائمے کی تین چوتھائی پیدا ہو تو زاویائی رفتار $\frac{3}{4} \times \frac{\pi}{2}$ یعنی $\frac{3\pi}{8}$ ہوگی۔

اگر خط و ط ایک سیکنڈ میں سات گردشیں کرے تو زاویائی رفتار $7 \times \frac{\pi}{2}$ یعنی $\frac{7\pi}{2}$ ہوگی۔

(۲۶) اگر متحرک نقطے کا راستہ معلوم ہو تو زاویائی رفتار ہمیشہ خطی رفتار کی شکل میں تحویل ہو سکتی ہے۔ ہم صرف اس صورت پر بحث کریں گے جب ایک نقطہ ایک دائرے کے محیط پر حرکت کر رہا ہو اور اس کی زاویائی رفتار یکساں ہو۔ اگر ایک نقطہ ایک دائرے کے محیط پر یکساں چال سے چل رہا ہو تو اس کی زاویائی رفتار دائرے کے مرکز کے گرد اس کی چال کو نصف قطر دائرہ پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتی ہے۔



فرض کرو کہ متحرک نقطہ وقت کی ایک آن میں ط پر تھا اور وقت کی ایک اکائی میں اس نے قوس ط ق طے کی۔ تو خط وط کی گردش سے زاویہ ط وق پیدا ہوا۔ اس لئے ط وق میں جو تعداد نیم قطریوں کی ہے وہ زاویئی رفتار ہے۔

لیکن زاویہ ط وق میں نیم قطریوں کی تعداد = $\frac{\text{قوس ط ق}}{\text{وط}}$ نیز چونکہ قوس ط ق وقت کی ایک اکائی میں طے ہوئی اس لئے یہ چال کے برابر ہے۔

پس اگر چال کو چم سے تعبیر کریں اور نصف قطر کون سے اور زاویئی رفتار کو سر سے۔

$$\text{تونس} = \frac{\text{چ}}{\text{ن}}$$

یعنی چ = سر ن

مثالیں۔ (۱) اگر متحرک نقطہ ایک ۴ فٹ نصف قطر والے دائرے کے محیط پر زاویئی رفتار کی اکائی سے حرکت کرے تو چال = $1 \times 3 = 3$ فٹ فی ثانیہ۔

(۲) ایک متحرک نقطہ ایک ۵ فٹ نصف قطر والے دائرے کے محیط پر ۸ فٹ فی سیکنڈ کی چال سے چلے تو اس کی زاویئی رفتار سر = $\frac{8}{5}$ نیم قطری فی ثانیہ۔

(۳) زمین اپنے محور کے گرد ۲۴ گھنٹے میں ایک پوری گردش کرتی ہے تو اس کی سطح کے کسی نقطہ کی زاویئی رفتار

$$= \frac{\pi \times 2}{4 \times 60 \times 24} \text{ نیم قطری فی ثانیہ}$$

چونکہ زمین کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل ہے اس لئے خط استوا کے کسی نقطہ کی چال

$$= \frac{2\pi \times 4000}{24 \times 60 \times 60} \times 4000 \text{ میل فی ثانیہ} -$$

$$= 1047 \text{ میل فی گھنٹہ}$$

امثلہ نمبری (۳)

(۱) ایک پہیہ اپنے مرکز کے گرد گھوم کر فی منٹ ۴۰۰ گردشیں کرتا ہے اس کے محیط کے کسی نقطے کی زاویہی رفتار مرکز کے گرد دریافت کرو۔

(۲) ایک پہیہ اپنے مرکز کے گرد گھومتا ہے اور فی سیکنڈ چار چکر کرتا ہے۔ محیط کے کسی نقطے کی زاویہی رفتار مرکز کے گرد دریافت کرو اور اگر پہیے کا نصف قطر ۲ فٹ ہو تو کسی نقطے کی خطی رفتار کیا ہوگی؟

(۳) اگر ایک کلاک کی منٹ کی سوئی ۶ فٹ لمبی ہو تو سوئی کے سرے کی چال فی سیکنڈ کتنے فٹ ہوگی؟ اس کی رفتار بھی معلوم کرو۔

(۴) ایک گھڑی میں گھنٹہ، منٹ، اور سیکنڈ کی تینوں سوئیاں ہیں ان کے طول بالترتیب ۴، ۸، ۱۶ اور ۲۴ انچ ہیں۔ ان کے سروں کی چالوں کا مقابلہ کرو۔

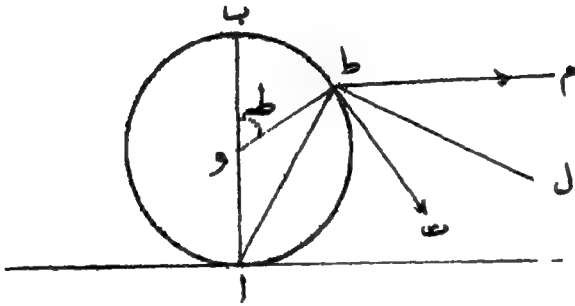
(۵) ایک پاؤں چکی کا محور افقی ہے اور قطر ۴۰ فٹ ہے

اور وہ ۴۰ سیکنڈ میں ایک گردش کرتی ہے۔ اگر اس کو چلانے والا ایک آدمی زمین سے ایک ہی بلندی پر رہے تو دریافت کرو کہ وہ اس کی سطح پر کس چال سے چل رہا ہے؟ (۶) ایک ریل گاڑی رفتار s سے چل رہی ہے۔ ریل کی سڑک کے متوازی فاصلہ f پر ایک اور سڑک ہے جس پر ایک گھوڑا گاڑی جا رہی ہے ریل کی سڑک سے فاصلہ q پر ایک درخت ہے۔ ریل کے ایک مسافر کو ایسا معلوم ہوتا ہے کہ گھوڑا گاڑی اور درخت ایک ہی خط مستقیم میں رہتے ہیں۔ گھوڑا گاڑی کی رفتار دریافت کرو۔

(۷) ایک نقطہ یکساں چال سے ایک دائرے کے محیط پر چل رہا ہے۔ ثابت کرو کہ محیط کے کسی نقطہ کے گرد اس کی زاویائی رفتار ایک مقدار مستقل ہے۔

(۸) ایک رسی کا ایک سر ایک مربع کے ایک کونے سے بندھا ہے مربع ایک افقی میز پر نصب کیا گیا ہے رسی کے دوسرے سرے پر ایک ذرہ بندھا ہے اور رسی کو مربع کے گرد پھیٹ دیا گیا ہے۔ مربع کا ایک ضلع h ہے اور رسی کا طول $3h$ ہے۔ ذرے کو رفتار s سے مربع کے ضلع کی عمودی سمت میں حرکت دی گئی ہے یہ فرض کر کے کہ ذرے کی چال یکساں رہتی ہے دریافت کرو کہ تمام رسی کتنے وقت میں مربع پر سے اتر آئے گی؟ (۹) ایک پہیہ یکساں رفتار سے زمین پر بغیر پھسلے گردش کرتا ہوا چلتا ہے

اس کا مرکز ایک خط مستقیم میں حرکت کرتا ہے۔ پیہیے کے محیط کے مختلف نقاط کی رفتاریں دریافت کرو۔
 فرض کرو کہ پیہیے کا مرکز $و$ ہے اور نصف قطر $ن$ ہے اور
 فرض کرو کہ مرکز کی رفتار $س$ ہے فرض کرو کہ کسی آن میں
 پیہیے کا نقطہ $ا$ زمین سے $م$ مس کرتا ہے۔



چونکہ پیہیے اپنے مرکز کے گرد یکساں گھوم رہا ہے اور ساتھ ہی
 ساتھ مرکز ایک خط مستقیم میں آگے بڑھ رہا ہے نیز چونکہ
 پیہیے کے محیط کے تمام نقطے یکے بعد دیگرے زمین سے
 مس کرتے ہیں اس لئے یہ ظاہر ہے کہ جتنے وقت میں
 مرکز پیہیے کے محیط کے برابر فاصلہ طے کرتا ہے اتنے وقت
 میں محیط کا ہر ایک نقطہ مرکز کے گرد پوری گردش کرتا ہے
 لہذا مرکز کی رفتار $س$ مقدار میں وہی ہے جو محیط کے
 کسی نقطے کی رفتار بہ لحاظ مرکز کے ہے۔ اس لئے پیہیے کے
 کسی نقطہ $ط$ کی دو رفتاریں ہیں جن میں سے ہر ایک کی

مقدار سے ہے اور ایک کی سمت ط م مرکز کے حرکت کے متوازی ہے اور دوسری کی سمت وہ ہے جو ط پر کے ماس ط ت کی ہے۔

پس ا کی رفتار = (ر - ر) = ۰۔

یعنی ایک آن میں نقطہ ا ساکن رہتا ہے۔

اسی طرح ب کی رفتار = (ر + ر) = ۲ر

اب کسی اور نقطہ ط کی رفتار پر غور کرو اس کی دو مساوی رفتاریں ر اور ر بالترتیب ط م اور ط ت کی سمتوں میں ہیں۔

چونکہ ط م اور ط ت بالترتیب و ب اور و ط پر عمود ہیں زاویہ م ط ت = زاویہ ط و ب = طہ (فرض کرو)

ان دو رفتاروں سے اور سے کا حاصل ایک رفتار ۲ر جسم ط کے مساوی ط ل کی سمت میں ہے جہاں

زاویہ ل ط ت = $\frac{1}{2}$ زاویہ م ط ت = $\frac{1}{2}$ زاویہ و ط ا

پس زاویہ ا ط ل = زاویہ و ط ت = ایک قائمہ

یعنی ط کی حرکت کی سمت ا ط پر عمود ہے اور اس کی زاویائی رفتار ا کے گرد

$$= \frac{۲ \text{ جسم ط}}{ا} = \frac{۲ \text{ جسم ط}}{۲ \text{ ن. جسم ط}} = \frac{۱}{ن}$$

= محیط کے کسی نقطہ کی زاویائی رفتار گرد مرکز کے

پس پہلے کا زمین کے ساتھ جو نقطہ تماس ہے اس کے گرد

پہلے کا ہر ایک نقطہ ایک مستقل زاویائی رفتار سے حرکت

کر رہا ہے جو مرکز کی رفتار کو پہلے کے نصف قطر پر تقسیم

کرنے سے حاصل ہوتی ہے۔

(۱۰) ایک انجن ۶۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہا ہے اس کے پیچھے کا قطر ۳ فٹ ہے۔ ۳ فٹ کی بلندی پر پیچھے کے جو دو نقطے ہیں ان کی رفتار اور سمت حرکت دریافت کرو۔

(۱۱) اگر ایک ریل گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہو اور اس کے پیچھے کا قطر ۳ فٹ ہو تو نہ پھسلنے کی حالت میں پیچھے کی زاویہی رفتار دریافت کرو۔

(۱۲) ایک ریل گاڑی کی رفتار ۳۰ میل فی گھنٹہ ہے اور اس کے پیچھے کا نصف قطر ۲ فٹ ہے۔ اگر حرکت بغیر پھسلنے کے ہو تو پیچھے کی زاویہی رفتار دریافت کرو۔ اور پیچھے کے سب سے اونچے نقطے کی اضافی رفتار بہ لحاظ مرکز معلوم کرو۔

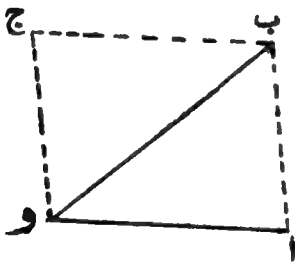
(۱۳) ایک گاڑی کے پیچھے کا نصف قطر ۲ فٹ ہے اور گاڑی ۱۰ میل فی گھنٹہ کے حساب سے چل رہی ہے۔ اگر حرکت بغیر پھسلنے کے ہو تو پیچھے کے بلند ترین نقطے کی رفتار معلوم کرو اور ان نقطوں کی رفتاریں بھی دریافت کرو جو زمین سے بالترتیب ایک اور تین فٹ کی بلندیوں پر ہیں۔



باب دوم

اسراع

(۲۷) تبدیل رفتار۔ فرض کرو کہ ایک آن میں ایک نقطے کی رفتار OA سے تعبیر ہوتی ہے اور کچھ وقت گزرنے کے بعد اس کی رفتار OB



سے تعبیر ہوتی ہے۔ AB کو ملاؤ اور متوازی الاضلاع $OACB$ کی تکمیل کرو تب دونوں رفتاریں OA اور OB مل کر رفتار OB کے مساوی

ہیں اس لئے اگر رفتار OA

کے ساتھ رفتار OB کو ترکیب کیا جائے تو رفتار OB حاصل ہوگی۔ پس دئے ہوئے وقت میں جو تبدیل رفتار میں واقع ہوا وہ OB سے تعبیر ہوتا ہے۔

بالعموم رفتار کا تبدیل پہلی اور دوسری رفتاروں کی مقداروں کا فرق نہیں ہوتا۔ بلکہ یہ تبدیل وہ رفتار ہوتی ہے جسے پہلی

رفتار کے ساتھ ترکیب کرنے سے دوسری رفتار حاصل ہو۔
رفتار کی تبدیلی مستقل نہیں ہو سکتی جب تک کہ مقدار اور
سمت دونوں مستقل نہ ہوں۔

امثلہ نمبری (۴)

(۱) ایک نقطہ ۱۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چل رہا ہے۔
اس کے بعد کسی ایک آن میں اس کی رفتار کی مقدار تو
وہی ہے لیکن سمت پہلی سمت سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے
تبدل رفتار دریافت کرو۔

حسب دفعہ گزشتہ شکل بناؤ۔ صورت ہذا میں $\theta = 30^\circ$ اور زاویہ
 $\phi = 30^\circ$

چونکہ $\theta = 30^\circ$ وہ اس لئے زاویہ $\phi = 30^\circ$

پس زاویہ $\alpha = 10.5^\circ$

نیز $\sin \alpha = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \times 20 = 10.5$

$$5 = (37 - 47) = 10.5$$

اس لئے تبدل رفتار یعنی ω ج ۱۰.۵ فٹ فی ثانیہ ہے
اور اس کا میلان رفتار کی پہلی سمت سے 10.5° ہے۔

(۲) ایک جہاز کی رفتار پہلے ۳ میل فی گھنٹہ مشرق کی
جانب ہے پھر کچھ عرصہ کے بعد ۴ میل فی گھنٹہ شمال کی
طرف ہے۔ تبدل رفتار دریافت کرو۔

(۳) ایک نقطے کی رفتار ۵ فٹ فی سیکنڈ ہے۔ کچھ عرصہ کے بعد اس کی رفتار کی مقدار تو وہی ہے لیکن سمت پہلی سمت سے ۶۰° کا زاویہ بناتی ہے۔ تبدیل رفتار دریافت کرو۔

(۴) ایک نقطہ بہ جانب شرق ۲۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے ایک گھنٹہ کے بعد شمال مشرق کی طرف اپنی پہلی چال سے حرکت کرتا ہے۔ تبدیل رفتار معلوم کرو۔

(۵) ایک نقطہ یکساں چال سے ایک ۷ گز نصف قطر والے دائرے کے محیط پر ۱۱ سیکنڈ میں گردش کرتا ہے۔ اگر وہ ایک قطر کے ایک سرے سے چلے تو محیط کا چھٹا حصہ طے کرنے کے بعد اس کی رفتار کا تبدیل دریافت کرو۔

(۲۸) اسراع - تعریف - ایک متحرک نقطے کی تبدیل رفتار کی شرح اسراع کہلاتی ہے۔ یہ یاد رہے کہ اسراع کی مقدار بھی ہوتی ہے اور سمت بھی۔ اسراع اس وقت یکساں ہوتا ہے جب مساوی اوقات میں رفتار کے تبدیل مساوی ہوں خواہ اوقات کی مقدار کتنی ہی کم ہو۔

یکساں ہونے کی حالت میں اسراع کا اندازہ وہ تبدیل رفتار ہے جو وقت کی ایک اکائی میں ظہور پذیر ہو۔ تبدیل ہونے کی حالت میں اگر ایک خاص آن میں اسراع کا اندازہ لگانا مقصود ہو تو یہ فرض کرو کہ وقت کی ایک اکائی میں اسراع وہی رہتا ہے جو آن مذکور میں تھا۔ اس مفروضے

وقت کی ایک اکائی میں جو رفتار کی تبدیلی ہوگی وہ اسراع مطلوب ہے۔

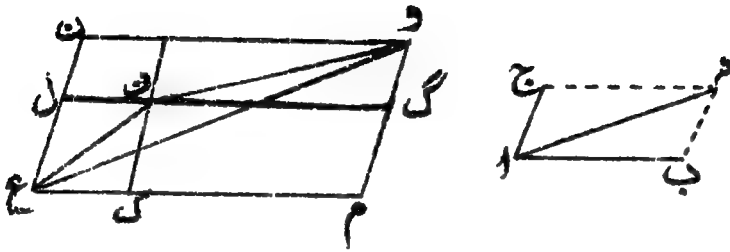
(۲۹) مقدار میں اسراع کی اکائی ایک ایسے متحرک نقطے کا اسراع ہے جس کی رفتار کی تبدیلی وقت کی ایک اکائی میں رفتار کی ایک اکائی ہو۔

پس جس نقطے کی رفتار کی تبدیلی وقت کی ایک اکائی میں رفتار کی n اکائیوں پر مشتمل ہو تو وہ اسراع کی n اکائیوں سے حرکت کر رہا ہوگا۔

مثلاً۔ اگر ایک نقطے کے اسراع میں ۱۰ سینٹی میٹر سیکنڈ^۲ والی اکائیاں ہوں تو اس کی رفتار کی تبدیلی ایک سیکنڈ^۲ میں ۱۰ سینٹی میٹر فی سیکنڈ ہوگی بعض اوقات ایسے اسراع کو ۱۰ سینٹی میٹر فی سیکنڈ^۲ کا اسراع کہتے ہیں۔

(۳۰) مسئلہ۔ اسراعوں کا متوازی الاضلاع۔ اگر ایک وقت میں ایک متحرک ذرے کے دو اسراع ہوں جو مقدار اور سمت میں ایک متوازی الاضلاع کے دو ضلعوں سے تعبیر ہوں جو ایک نقطے سے کھینچے جائیں تو دونو اسراع مل کر ایک ایسے اسراع کے مساوی ہوں گے جو اس نقطے میں سے گزرنے والے قطر متوازی الاضلاع سے تعبیر ہوگا۔ فرض کرو کہ متوازی الاضلاع ab d ج کے اضلاع a b اور a c دونوں اسراعوں کو تعبیر کرتے ہیں یعنی a b اور a c ان رفتاروں کو تعبیر کرتے ہیں جو وقت کی ایک اکائی میں

نقطے کی رفتار پر اضافے ہوتے ہیں۔ فرض کرو کہ اسی پیمانے پر ϵ ف نقطے کی رفتار کو اس آن میں تعبیر کرتا ہے جب دونو مذکورہ اسراع شروع ہوئے۔



ϵ ف پر ایک متوازی الاضلاع ϵ ک ف ل بناؤ جس کے ضلع اب اور ا ج کے متوازی ہوں۔ ϵ ک کو ϵ م تک اور ϵ ل کو ن تک خارج کرو تاکہ ϵ م اور ل ن بالترتیب اب اور ا ج کے مساوی ہوں حسب شکل بالا متوازی الاضلاعوں کی تکمیل کرو۔

تب رفتار ϵ ف دو رفتاروں ϵ ک اور ϵ ل کے برابر ہے لیکن وقت کی ایک اکائی میں رفتار کی تبدیلیاں ϵ م اور ل ن ہیں۔ اس لئے وقت کی ایک اکائی کے اخیر میں انہی سمتوں میں رفتاریں ϵ م اور ϵ ن ہوں گی۔ جو ϵ و کے برابر ہیں اور رفتار ϵ و دو رفتاروں ϵ ف اور ϵ و کے برابر ہے (دفعۃً) پس وقت کی ایک اکائی میں متحرک نقطے کی رفتار کا تبدل ϵ ف و ہے۔ یعنی ϵ ف و

حاصل اسراع ہے لیکن ف و ا د کے مساوی اور متوازی ہے۔
اس لئے اسراع ا د، دو اسراعوں اب اور ا ج کے برابر ہے
یعنی اسراعوں اب اور ا ج کا حاصل ا د ہے۔
(۳۱) پچھلی دفعہ سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ اسراعوں کی ترکیب و
تحلیل اسی طرح ہوتی ہے جس طرح رفتاروں کی اور یہ بھی ظاہر
ہے کہ اگر دفعات ۱۳ تا ۱۹ میں لفظ رفتار کی جگہ لفظ اسراع
درج کیا جائے تو سب مسائل اس صورت میں بھی صحیح
ہوں گے۔

رفتاریں اور اسراع اور نیز قوتیں مقادیر طبیعی کی ایک اہم
قسم کی مثالیں ہیں جن کو سمتی کہتے ہیں۔ جیسا کہ ان کے نام
سے ظاہر ہے ان مقادیر کی سمت بھی ہوتی ہے اور مقدار
بھی۔ اس لئے ہر مقدار سمتی کی ہوزوں تعبیر ایک خط مستقیم سے ہوتی ہے۔
تمام صورتوں میں مقادیر سمتی کی ترکیب بہ موجب قانون
متوازی الاضلاع ہوتی ہے۔

دفعات ۱۲ اور ۳۰ مقادیر سمتی کی جمع کی مثالیں ہیں اصطلاحاً یہ
کہا جاتا ہے کہ سمتی اب اور ب د یا ا ج کے جمع
کرنے سے سمتی مقدار ا د حاصل ہوتی ہے۔

جن مقادیر کی سمت نہیں ہوتی بلکہ محض مقدار ہی ہوتی
ہے ان کو میزانی کہتے ہیں۔ توانائی بالفعل جس کا بیان
آگے آچکا میزانی کی مثال ہے میزانی مقادیر کی اور مثالیں
ہیں۔ ایک ٹن کوئلہ دس روپیئے وغیرہ۔ میزانی مقادیر کی

ترکیب جمع مفرد سے ہوتی ہے۔
 (۳۲) ایک نقطہ ایک خط مستقیم میں اس طح حرکت کرتا ہے
 کہ اس کی ابتدائی رفتار ب ہے اور اس کا اسراع اس کی
 سمت حرکت میں ایک مقدار مستقل ع ہے اگر وقت و
 کے اختتام پر اس کی رفتار س ہو اور نقطہ ابتداء حرکت سے
 طے کردہ فاصلہ ف ہو تو

$$(۱) \quad س = ب + ع و$$

$$(۲) \quad ف = ب و + ع و$$

$$(۳) \quad س = ب + ع و$$

(۱) چونکہ ع اسراع کو تعبیر کرتا ہے اسلئے وقت کی اکائی
 میں رفتار کی تبدیلی ع ہوگی لہذا وقت کی و اکائیوں میں
 رفتار کی تبدیلی ع و ہوگی۔

لیکن چونکہ ابتداء نقطہ رفتار کی ب اکائیاں رکھتا تھا۔ پس
 وقت و کے اختتام پر اس کی رفتار میں (ب + ع و)
 اکائیاں ہوں گی۔

$$\text{یعنی } س = ب + ع و$$

(۲) فرض کرو کہ مدت و کے عین درمیان میں رفتار س
 ہے تو بذریعہ (۱) $س = ب + ع و$ اب مدت و میں
 دو آن ایسی لو جن میں سے ایک تو مدت مذکورہ کے
 درمیان سے بقدرتی پہلے ہو اور دوسری آن مدت مذکورہ
 کے درمیان سے بقدرتی پیچھے ہو۔ تو پہلی آن میں جوتقاً

ہوگی وہ رفتار سے اسی قدر کم ہوگی جس قدر کہ دوسری
اُن کی رفتار سے زیادہ ہوگی کیونکہ مدت و کے دوران
میں رفتار کی تبدیلی یکساں ہے۔

چونکہ مدت و اُنوں کے ایسے جوڑوں میں تقسیم ہو سکتی
ہے اس لئے طے کردہ فاصلہ وہی ہوگا جو وقت و میں یکساں
رفتار سے طے ہو۔

ف = س = (ب + ۶ + ۶) = (ب + ۶ + ۶) =
(۳) اگر ہم (۱) اور (۲) سے و کو ساقط کریں تو (۳) حاصل ہوگی
کیونکہ (۱) سے

$$س = (ب + ۶ + ۶)$$

$$ب + ۶ + ۶ = س$$

$$ب + ۶ + ۶ = س$$

$$ب + ۶ + ۶ = س$$

یعنی س = ب + ۶ + ۶

(۳۳) مساوات (۲) کا دوسرا ثبوت۔ مدت و
کو مساوی اوقات میں تقسیم کرو جن میں سے ہر ایک کی
مدت سی ہو اس لئے و = ن سی ان مدتوں کے آغاز و
میں نقطے کی رفتاریں بالترتیب یہ ہوں گی۔

ب، ب + ۶، ب + ۶ + ۶، ب + ۶ + ۶ + ۶،، ب + (ن - ۱) ۶
اگر ہر ایک مدت سی کے دوران میں نقطہ اس رفتار سے
حرکت کرے جو اس مدت کے شروع میں اس کی رفتار

ہے تو کل فاصلہ ف جو اس طرح طے ہو گا وہ

$$= ب ی + [ب + ع ی] ی + + [ب + (ن - ۱) ع ی] ی$$

$$\text{یعنی ف} = ن ب ی + ع ی \{ ۱ + ۲ + ۳ + + (ن - ۱) \}$$

$$= ن ب ی + ع ی \frac{ن(ن-۱)}{۲} \quad \text{سلسلہ حسابیہ جمع کرنے سے}$$

$= ب و + ۱ ع و + ۱ د - ۱ \frac{۱}{۲}$ ، کیونکہ $ی = \frac{۱}{۲}$
تیزان مدتوں کے اختتاموں پر نقطے کی رقاریں بالترتیب
یہ ہوں گی۔

ب + ع ی، ب + ۲ ع ی،، ب + ن ع
اب اگر ہر ایک مدت ی کے دوران میں نقطہ ایسی رفتار
سے حرکت کرے جو اس مدت کے آخر میں اسکی رفتار ہے
تو کل فاصلہ ف جو اس طرح طے ہو گا وہ

$$= (ب + ع ی) ی + (ب + ۲ ع ی) ی + + (ب + ن ع ی) ی$$

$$\text{یعنی ف} = ن ب + ۱ ع + ۱ د - ۱ \frac{۱}{۲} + + (ن - ۱) ع$$

$$= ب و + ۱ ع و + ۱ د - ۱ \frac{۱}{۲} + + (ن - ۱) ع$$

اصلی فاصلہ ف، ف اور ف کے درمیان ہے اور جتنا ہم
ن کو بڑھاتے جائیں یعنی جتنا ہم مدت ی کو پھوٹا کرتے
جائیں اتنا ہی فاصلوں ف اور ف کا فرق کم ہوتا جائیگا
اگر ہم ن کو لا انتہا بڑھائیں تو ف اور ف میں سے ہر ایک
کی قیمت یہ ہو جائے گی

ب و + $\frac{1}{4}$ ۶ و

پس ف = ب و + $\frac{1}{4}$ ۶ و

(۳۴) جب متحرک نقطہ حالت سکون سے چلتا ہے تو
ب = ۰، پس دفعہ ۳۲ کے ضابطوں کی یہ سادہ صوت
ہو جائے گی۔

۷ = ۶ و

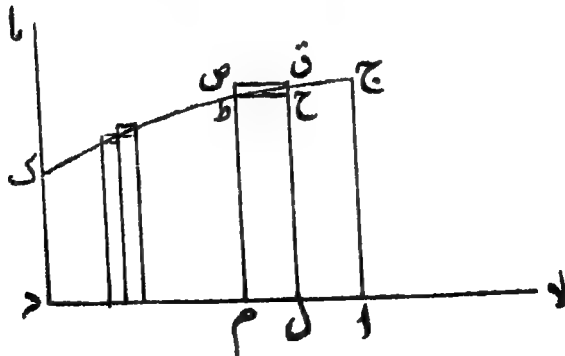
ف = $\frac{1}{4}$ ۶ و

۷ = ۶ ف

(۳۵) ترسیمی طریقہ - رفتار اور وقت کا منحنی۔
اگر متحرک نقطے کی رفتار بل رہی ہو تو ایک مفروض
وقت میں طے کردہ فاصلہ ترسیماً معلوم کرو۔

دو خطوط د لا اور د ما متقاطع علی القوائیم لو اور فرض
کرو کہ د لا کی سمت میں جو طول ناپے جائیں وہ
وقت کو تعبیر کرتے ہیں۔

یعنی اس سمت میں طول کی اکائی وقت کی ایک اکائی کو تعبیر
کرتی ہے۔



م جیسے ہر ایک نقطے پر عمود م ط ایسا نکالو جو وقت
د م پر رفتار کو تعبیر کرے تو م ط جیسے تمام معینوں
کے سرے ایک خط مثلاً ک ط ق ج پر واقع ہوں گے
جو منحنی ہوگا یا مستقیم۔

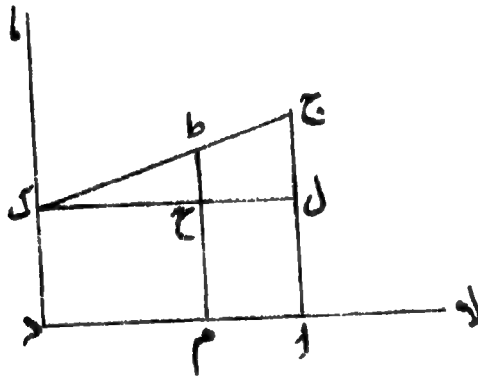
ہم یہ ثابت کریں گے کہ وقت د ا میں طے شدہ فاصلہ
اس رقبے کے برابر ہے جو خطوط د ک، د ا، ا ج،
ک ج سے محدود ہے۔

م ط کے قریب ایک معین ل ق لو، تو وقت م ل
کے دوران میں نقطہ ایسی رفتار سے حرکت کرتا ہے جو
م ط سے زیادہ ہے اور ل ق سے کم ہے پس وقت
م ل میں نقطے کا طے کردہ فاصلہ م ط \times م ل سے
زیادہ ہے اور ل ق \times م ل سے کم ہے یعنی وقت
م ل میں طے کردہ فاصلہ کی اکائیوں کی تعداد مستطیل
ط ل کے رقبے کی اکائیوں سے زیادہ ہے اور مستطیل
ق م کے رقبے کی اکائیوں سے کم ہے اسی طرح د ا
کو چھوٹے چھوٹے مساوی حصوں میں تقسیم کر کے یہی
عمل کرو۔

اس عمل سے ثابت ہوگا کہ وقت د ا میں طے شدہ
فاصلہ اندرونی مستطیلوں کے مجموعہ سے زیادہ ہے اور
بیرونی مستطیلوں کے مجموعہ سے کم ہے۔
اب وقت د ا کے حصص کی تعداد کو لا انتہا بڑھاؤ تو اندرونی

مستطیلوں کا مجموعہ اور بیرونی مستطیلوں کا مجموعہ آپس میں برابر ہو جائے گا اور ان میں سے ہر ایک منحنی کے رقبے کے مساوی ہو جائے گا یعنی وقت Δ میں طے شدہ فاصلے کی اکائیوں کی تعداد بالآخر رقبہ Δ اجزک کی اکائیوں کی تعداد کے مساوی ہوگی۔

(۳۶) یکساں اسراع کی صورت - یہ فرض کرو کہ ب ابتدائی رفتار ہے۔ اور ع یکساں اسراع ہے۔



د ما پر دک ایسا قطع کرو کہ ابتدائی رفتار ب کو وقت صفر پر تعبیر کرے چونکہ کسی وقت ق پر رفتار

$$= ب + ق \times ع$$

اسلئے نقطہ م پر معین م ط = دک + ع × د م (۱)
ک میں سے ک حل توازی د لا کا کھینچو تاکہ ط م کو ح ب اور ا ج کو ل پر لے
تب ح ط = م ط - دک = ع × د م (۱) بدیہہ (۱)

یعنی $ع = \frac{ح ط}{م} = \frac{ح ط}{ک ح} = مس ط ک ح$
 پس زاویہ ط ک ح غیر تبدیل ہے۔ یعنی ط ایک ایسے
 خط مستقیم پر واقع ہے جو ک میں سے گزرتا ہے اسلئے
 صورت ہذا میں رفتار اور وقت کا منحنی خط مستقیم ک ج ہے
 اور $ل ج = ک ل \times مس ج ک ل = ۶ \times ۵$
 لہذا وقت و میں طے شدہ فاصلہ کی اکائیوں کی تعداد
 د ا ج ک کے رقبے کی اکائیوں کی تعداد کے مساوی
 ہوگی۔

اور یہ رقبہ = رقبہ د ک ل + رقبہ ک ل ج
 $= د ا \times د ک + ک ل \times ل ج$

$$= د ا [د ک + ل ج] = و [ب + ۶]$$

$ب = و + ۶$
 (۳۷) دفعہ ۳۵ کی شکل میں چونکہ وقت م ل میں رفتار کی
 زیادتی ح ق ہے تو اس آن میں متحرک نقطے کا اسراع
 $\frac{ح ق}{م ل}$ کی انتہائی قیمت ہوگی جب م ل کو بے اتہا چھوٹا
 کیا جائے۔

$$اور \frac{ح ق}{م ل} = مس ق ط ح$$

لیکن جب م ل کو بے اتھا چھوٹا کیا جائے تب نقطہ ق نقطہ ط کے بالکل متصل ہو جائے گا اور اس وقت ط ق ، نقطہ ط پر منحنی کا تماس ہو جاتا ہے۔ اور جو زاویہ نقطہ ط پر کا تماس خط د ل سے بناتا ہے اس زاویہ کا تماس مس ق ط ح ہوگا

پس رفتار اور وقت کے منحنی میں خط وقت سے جو منحنی کا میلان ہوگا اس میلان کا تماس اسراع کی عددی قیمت ہوگی۔

(۳۸) کسی خاص ثنائیہ کے دوران میں طے شدہ فاصلہ [طالب علم کو یاد رکھنا چاہیے کہ دفعہ (۳۲) کے ضابطہ (۲) سے وہ فاصلہ حاصل نہیں ہوتا جو وین ثنائیہ میں طے ہوا بلکہ وہ فاصلہ جو وینوں میں طے ہوا]

وین ثنائیہ میں طے شدہ فاصلہ = وینوں میں طے شدہ فاصلہ - (و-۱) ثنائیوں میں طے شدہ فاصلہ

$$= [ب + و + \frac{1}{2} و - ۱] - [ب + و - ۱] + \frac{1}{2} و - ۱$$

$$= ب + \frac{1}{2} و - ۱$$

$$= ب + \frac{1}{2} و - ۱$$

پس حرکت کے پہلے، دوسرے، تیسرے، ن وین ثنائیہ میں طے شدہ فاصلے بالترتیب یہ ہوں گے

$$ب + \frac{1}{2} و + ۱، ب + \frac{3}{2} و + ۱، ب + \frac{5}{2} و + ۱،، ب + \frac{۲۵}{2} و + ۱$$

یہ فاصلے ایک سلسلہ حسابیہ میں ہیں جس کا فرق مشترک

۶ ہے۔
لہذا اگر کوئی جسم یکساں اسراع سے حرکت کرے تو مختلف
ثانیوں میں یکے بعد دیگرے جو فاصلے طے ہوں گے وہ
سلسلہ حسابیہ میں ہوں گے جس کا فرق مشترک اسراع
کی اکائیوں کی تعداد کے مساوی ہوگا۔

کسی خاص ثانیہ کے دوران میں طے شدہ فاصلہ بطرز دیگر
بھی معلوم ہو سکتا ہے جیسا کہ دفعہ (۳۲) میں ہم نے
دیکھا وین ثانیہ میں طے شدہ فاصلہ وہی ہوگا جو
متمم نقطہ ایک ایسی رفتار سے طے کرے جو اس ثانیہ
کے عین درمیان میں اس کی رفتار ہے۔

اب وین ثانیہ کے عین درمیان میں رفتار وہی ہے
جو (و-۱) ثانیوں کے اختتام پر ہے یعنی رفتار
= ب + ۶ (و-۱) (۱)

لہذا وین ثانیہ میں طے شدہ فاصلہ

$$= \text{ب} + ۶ \frac{۱-۱}{۲}$$

(۳۹) مثال (۱) ایک ریل گاڑی جو ۶۰ میل فی گھنٹہ
کی رفتار سے چل رہی تھی تین منٹ کے عرصہ میں بیڑے
یکساں ابطاء کے ساکن کردی گئی۔ یہ ابطاء معلوم کرو اور
بھی دریافت کرو کہ ساکن ہونے تک گاڑی نے کتنا
فاصلہ طے کیا؟

$$۶۰ \text{ میل فی گھنٹہ} = \frac{۳ \times ۱۶۰ \times ۶۰}{۶۰ \times ۶۰} = ۸۸ \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

اگر ریل گاڑی کا اسراع ۶ ہو تو چونکہ ۱۸۰ ثانیوں میں ۸۸ فٹ فی ثانیہ کی رفتار زائل ہو کر معدوم ہو جاتی ہے اس لئے بموجب دفعہ (۳۲) ضابطہ (۱) $۱۸۰ \times ۶ + ۸۸ = ۰$

$$\therefore ۶ = - \frac{۲۲}{۳۵} \text{ فٹ سیکنڈ اکائی}$$

[واضح ہو کہ ۶ کی قیمت منفی ہے کیونکہ یہ ابطاء ہے]
فرض کرو کہ فاصلہ طے شدہ لا ہے تو بذریعہ ضابطہ (۳)

$$۸۸ + ۶ \times \left(- \frac{۲۲}{۳۵} \right) \times لا = ۰$$

$$\therefore لا = \frac{۳۵}{۶} \times ۸۸ = ۴۹۲.۰ \text{ فٹ}$$

مثال (۲) ایک نقطہ یکسان اسراع سے حرکت کر رہا ہے

ابتداء حرکت سے گیارہویں اور پندرہویں ثانیوں میں وہ بالترتیب ۴۲۰ اور ۹۶۰ سینٹی میٹر طے کرتا ہے اسکی ابتدائی رفتار اور اس کا اسراع دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ابتدائی رفتار ج ہے اور اسراع ۶ ہے۔
تب ۴۲۰ = گیارہویں ثانیہ میں طے شدہ فاصلہ

$$\therefore ۴۲۰ = ج + ۶ \times \frac{۱۱ \times ۲}{۲} = ج + ۶۶ \dots\dots (۱)$$

$$\text{اسی طرح } ۹۶۰ = ج + ۶ \times \frac{۲۹ \times ۲}{۲} = ج + ۱۷۴ \dots\dots (۲)$$

مساوات (۱) و (۲) کو حل کرنے سے ج = ۹۰ اور ۶ = ۶۰

پس نقطہ ۹۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے شروع ہوا اور اس کا اسراع ۶۰ سینٹی میٹر ثانیہ اکائیوں میں۔

امثلہ نمبر (۵)

(۱) مقادیر ب، ۶، ۳، ۵، ۷ کے وہی معنی ہیں جو ان کو دفعہ ۳۲ میں دئے گئے ہیں۔

(۱) اگر $b = 6, 3 = 5, 7 = 10$ ، تو s اور t معلوم کرو

(۲) اگر $b = 6, 3 = 5, 7 = 10$ ، تو s اور t دریافت کرو

(۳) اگر $b = 6, 3 = 5, 7 = 10$ ، تو s اور t معلوم کرو۔

(۴) اگر $b = 6, 3 = 5, 7 = 10$ ، تو s اور t دریافت کرو

طول اور وقت کی اکائیاں فٹ اور ثانیہ ہیں۔

(۲) ایک جسم حالت سکون سے حرکت شروع کرتا ہے

اور اس کا اسراع ۲ فٹ ثانیہ اکائیاں ہیں تو ۱۰ ثانیوں تک

اختتام پر اس کی رفتار اور طے شدہ فاصلہ دریافت کرو۔

(۳) اگر ایک جسم کی ابتدائی رفتار ۴ فٹ فی ثانیہ ہو اور

اس کا اسراع ایک فٹ ثانیہ اکائی ہو تو کتنی مدت میں

اس کی رفتار ۳ میل فی گھنٹہ ہو جائے گی۔

(۴) ایک جسم حالت سکون سے حرکت شروع کر کے

۱۰ ثانیوں میں ایک ہزار فٹ طے کرتا ہے تو اس کا

اسراع دریافت کرو۔

(۵) ایک جسم حالت سکون سے حرکت شروع کرتا ہے

اور اس کا اسراع ۳ سینٹی میٹر ثانیہ اکائیاں ہے تو

کتنی مدت میں اس کی رفتار ۳۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ ہو جائے گی

اور اس مدت میں وہ کتنا فاصلہ طے کرنے کا ؟
 (۶) ایک نقطے کی ابتدائی رفتار ۱۰۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ ہے
 اور اس کا اسراع ۲۰ سینٹی میٹر ثانیہ اکائیوں ہے تو دریافت
 کرو کہ اس کی رفتار صفر تک ہوگی اور اس وقت تک وہ
 کتنا فاصلہ طے کر چکے گا ؟

(۷) ایک جسم حالت سکون سے شروع ہو کر یکساں اسراع
 سے حرکت کرتا ہے اور دسویں ثانیہ میں ۱۷۱ فٹ طے
 کرتا ہے تو اس کا اسراع معلوم کرو۔

(۸) ایک ذرہ یکساں اسراع سے حرکت کر رہا ہے اور
 ابتداء حرکت سے آنکھوں اور تیرھویں ثانیوں میں وہ
 بالترتیب $8\frac{1}{2}$ فٹ اور $4\frac{1}{2}$ فٹ طے کرتا ہے اس کی
 ابتدائی رفتار اور اس کا اسراع دریافت کرو۔

(۹) ایک ذرہ دو متصل ثانیوں میں بالترتیب $20\frac{1}{2}$ اور
 $23\frac{1}{2}$ فٹ حرکت کرتا ہے اور اس کا اسراع یکساں ہو تو
 ان دو ثانیوں میں سے پہلے کے شروع میں اسکی رفتار
 دریافت کرو اور اس کا اسراع بھی معلوم کرو۔ اور اگر
 یہ فرض کیا جائے کہ حرکت حالت سکون سے شروع ہوئی
 ہے تو دریافت کرو کہ پہلے ثانیہ کے شروع تک کتنا
 فاصلہ طے ہوا ہے ؟

(۱۰) ایک متحرک نقطے کا اسراع یکساں ہے اور وہ اپنی
 حرکت کے آخری ثانیہ میں اپنے کل طے کردہ فاصلہ کا $\frac{1}{4}$

طے کرتا ہے اگر ابتداء حرکت سکون سے ہو تو کل مدت حرکت اور طے شدہ فاصلہ دریافت کرو۔ یہ معلوم ہے کہ پہلے ثانیہ میں ۶ انچ فاصلہ طے ہوا۔

(۱۱) ایک نقطہ یکساں اسراع سے حرکت کرتا ہے اور اس کی حرکت کے پہلے ثانیہ کے بعد جو نصف ثانیہ آتا ہے اس میں وہ ۲۵ فٹ طے کرتا ہے اور اپنی حرکت کے گیارہویں ثانیہ میں وہ ۱۹۸ فٹ چلتا ہے تو نقطہ کا اسراع اور اس کی ابتدائی رفتار معلوم کرو۔

(۱۲) ایک جسم پہلے تین ثانیوں میں یکساں اسراع سے چلتا ہے اور اس عرصہ میں کل ۸ فٹ طے کرتا ہے اس عرصہ کے اخیر میں اسراع معدوم ہو جاتا ہے اور اسراع معدوم ہونے کے بعد تین ثانیوں میں جسم ۲۷ فٹ طے کرتا ہے۔

اسکی ابتدائی رفتار اور اسراع معلوم کرو۔

(۱۳) ایک میل گاڑی کی چال ۴۰ میل فی گھنٹہ سے ۱۰ میل فی گھنٹہ تک کم کی گئی ہے اور وہ اس دوران میں کل ۱۵۰ گز طے کرتی ہے۔ اگر ابطاء یکساں ہو تو دریافت کرو کہ کتنا اور فاصلہ طے کر کے وہ ساکن ہوگی؟

(۱۴) ایک نقطہ حالت سکون سے حرکت کرتا ہے اور اس کا یکساں اسراع ۸ فٹ ثانیہ اکائیاں ہیں تو دریکہ کرو کہ پہلا اور دوسرا اور تیسرا فٹ طے کرنے میں اس

کتنا وقت لگا؟

(۱۵) ایک ذرہ ایک نقطہ سے ۴ فٹ فی ثانیہ کی یکساں رفتار سے چلتا ہے اور اس کے دو ثانیہ بعد ایک اور ذرہ نقطہ سے اسی سمت میں حرکت کرتا ہے دوسرے ذرہ کی ابتدائی رفتار ۵ فٹ فی ثانیہ اور اسراع ۳ فٹ ثانیہ اکائیوں میں دریافت کرو کہ دوسرا ذرہ پہلے کو کس وقت اور کہاں جا ملے گا؟۔

(۱۶) ایک نقطہ اپنی حرکت کے پہلے ثانیہ میں ۷ فٹ طے کرتا ہے اور تیسرے اور چھٹے ثانیوں میں بالترتیب ۱۱ اور ۱۷ فٹ چلتا ہے۔ کیا اس کا اسراع یکساں ہو سکتا ہے؟

(۱۷) ایک نقطے کی رفتار شمال مشرق کی جانب ۶ ہے اور اس کا اسراع بجانب شمال ۸ اور بجانب شرق ۶ ہے۔ ایک ثانیہ کے بعد نقطے کا مقام دریافت کرو (اکائیوں فٹ اور ثانیہ میں)

(۱۸) ایک ذرہ ۲۰۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت شروع کرتا ہے اس کا ابطاء ۱۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ فی ثانیہ ہے دریافت کرو کہ وہ کتنے وقت میں ۱۵۰۰ سینٹی میٹر طے کرے گا (دوہرے جواب کی وجہ بیان کرو)

(۱۹) دو نقطے ایک ہی وقت ایک ہی مقام سے شروع ہو کر ایک خط مستقیم میں حرکت کرتے ہیں ایک کی

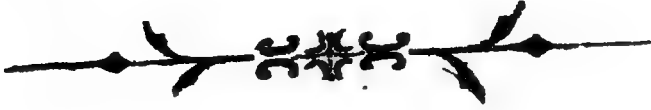
رفتار یکساں ہے اور دوسرے کا اسراع ع یکساں ہے تو ثابت کرو کہ ان کا درمیانی فاصلہ زیادہ سے زیادہ $\frac{b}{c}$ ہو گا اور یہ ابتداء حرکت سے $\frac{b}{c}$ وقت کے اختتام پر ہو گا۔

(۲۰) ایک ریل گاڑی حالت سکون سے شروع ہو کر ۱۲ منٹ کے بعد پھر ساکن ہو جاتی ہے اور ہر ایک منٹ کے اختتام پر اس کی چالیں میلوں میں فی گھنٹہ یہ ہوتی ہیں ۲۵، ۳۰، ۳۵، ۴۰، ۴۵، ۵۰، ۵۵، ۶۰، ۶۵، ۷۰، ۷۵، ۸۰، ۸۵، ۹۰، ۹۵، ۱۰۰، ۱۰۵، ۱۱۰، ۱۱۵، ۱۲۰، ۱۲۵، ۱۳۰، ۱۳۵، ۱۴۰، ۱۴۵، ۱۵۰، ۱۵۵، ۱۶۰، ۱۶۵، ۱۷۰، ۱۷۵، ۱۸۰، ۱۸۵، ۱۹۰، ۱۹۵، ۲۰۰، ۲۰۵، ۲۱۰، ۲۱۵، ۲۲۰، ۲۲۵، ۲۳۰، ۲۳۵، ۲۴۰، ۲۴۵، ۲۵۰، ۲۵۵، ۲۶۰، ۲۶۵، ۲۷۰، ۲۷۵، ۲۸۰، ۲۸۵، ۲۹۰، ۲۹۵، ۳۰۰، ۳۰۵، ۳۱۰، ۳۱۵، ۳۲۰، ۳۲۵، ۳۳۰، ۳۳۵، ۳۴۰، ۳۴۵، ۳۵۰، ۳۵۵، ۳۶۰، ۳۶۵، ۳۷۰، ۳۷۵، ۳۸۰، ۳۸۵، ۳۹۰، ۳۹۵، ۴۰۰، ۴۰۵، ۴۱۰، ۴۱۵، ۴۲۰، ۴۲۵، ۴۳۰، ۴۳۵، ۴۴۰، ۴۴۵، ۴۵۰، ۴۵۵، ۴۶۰، ۴۶۵، ۴۷۰، ۴۷۵، ۴۸۰، ۴۸۵، ۴۹۰، ۴۹۵، ۵۰۰، ۵۰۵، ۵۱۰، ۵۱۵، ۵۲۰، ۵۲۵، ۵۳۰، ۵۳۵، ۵۴۰، ۵۴۵، ۵۵۰، ۵۵۵، ۵۶۰، ۵۶۵، ۵۷۰، ۵۷۵، ۵۸۰، ۵۸۵، ۵۹۰، ۵۹۵، ۶۰۰، ۶۰۵، ۶۱۰، ۶۱۵، ۶۲۰، ۶۲۵، ۶۳۰، ۶۳۵، ۶۴۰، ۶۴۵، ۶۵۰، ۶۵۵، ۶۶۰، ۶۶۵، ۶۷۰، ۶۷۵، ۶۸۰، ۶۸۵، ۶۹۰، ۶۹۵، ۷۰۰، ۷۰۵، ۷۱۰، ۷۱۵، ۷۲۰، ۷۲۵، ۷۳۰، ۷۳۵، ۷۴۰، ۷۴۵، ۷۵۰، ۷۵۵، ۷۶۰، ۷۶۵، ۷۷۰، ۷۷۵، ۷۸۰، ۷۸۵، ۷۹۰، ۷۹۵، ۸۰۰، ۸۰۵، ۸۱۰، ۸۱۵، ۸۲۰، ۸۲۵، ۸۳۰، ۸۳۵، ۸۴۰، ۸۴۵، ۸۵۰، ۸۵۵، ۸۶۰، ۸۶۵، ۸۷۰، ۸۷۵، ۸۸۰، ۸۸۵، ۸۹۰، ۸۹۵، ۹۰۰، ۹۰۵، ۹۱۰، ۹۱۵، ۹۲۰، ۹۲۵، ۹۳۰، ۹۳۵، ۹۴۰، ۹۴۵، ۹۵۰، ۹۵۵، ۹۶۰، ۹۶۵، ۹۷۰، ۹۷۵، ۹۸۰، ۹۸۵، ۹۹۰، ۹۹۵، ۱۰۰۰، ۱۰۰۵، ۱۰۱۰، ۱۰۱۵، ۱۰۲۰، ۱۰۲۵، ۱۰۳۰، ۱۰۳۵، ۱۰۴۰، ۱۰۴۵، ۱۰۵۰، ۱۰۵۵، ۱۰۶۰، ۱۰۶۵، ۱۰۷۰، ۱۰۷۵، ۱۰۸۰، ۱۰۸۵، ۱۰۹۰، ۱۰۹۵، ۱۱۰۰، ۱۱۰۵، ۱۱۱۰، ۱۱۱۵، ۱۱۲۰، ۱۱۲۵، ۱۱۳۰، ۱۱۳۵، ۱۱۴۰، ۱۱۴۵، ۱۱۵۰، ۱۱۵۵، ۱۱۶۰، ۱۱۶۵، ۱۱۷۰، ۱۱۷۵، ۱۱۸۰، ۱۱۸۵، ۱۱۹۰، ۱۱۹۵، ۱۲۰۰، ۱۲۰۵، ۱۲۱۰، ۱۲۱۵، ۱۲۲۰، ۱۲۲۵، ۱۲۳۰، ۱۲۳۵، ۱۲۴۰، ۱۲۴۵، ۱۲۵۰، ۱۲۵۵، ۱۲۶۰، ۱۲۶۵، ۱۲۷۰، ۱۲۷۵، ۱۲۸۰، ۱۲۸۵، ۱۲۹۰، ۱۲۹۵، ۱۳۰۰، ۱۳۰۵، ۱۳۱۰، ۱۳۱۵، ۱۳۲۰، ۱۳۲۵، ۱۳۳۰، ۱۳۳۵، ۱۳۴۰، ۱۳۴۵، ۱۳۵۰، ۱۳۵۵، ۱۳۶۰، ۱۳۶۵، ۱۳۷۰، ۱۳۷۵، ۱۳۸۰، ۱۳۸۵، ۱۳۹۰، ۱۳۹۵، ۱۴۰۰، ۱۴۰۵، ۱۴۱۰، ۱۴۱۵، ۱۴۲۰، ۱۴۲۵، ۱۴۳۰، ۱۴۳۵، ۱۴۴۰، ۱۴۴۵، ۱۴۵۰، ۱۴۵۵، ۱۴۶۰، ۱۴۶۵، ۱۴۷۰، ۱۴۷۵، ۱۴۸۰، ۱۴۸۵، ۱۴۹۰، ۱۴۹۵، ۱۵۰۰، ۱۵۰۵، ۱۵۱۰، ۱۵۱۵، ۱۵۲۰، ۱۵۲۵، ۱۵۳۰، ۱۵۳۵، ۱۵۴۰، ۱۵۴۵، ۱۵۵۰، ۱۵۵۵، ۱۵۶۰، ۱۵۶۵، ۱۵۷۰، ۱۵۷۵، ۱۵۸۰، ۱۵۸۵، ۱۵۹۰، ۱۵۹۵، ۱۶۰۰، ۱۶۰۵، ۱۶۱۰، ۱۶۱۵، ۱۶۲۰، ۱۶۲۵، ۱۶۳۰، ۱۶۳۵، ۱۶۴۰، ۱۶۴۵، ۱۶۵۰، ۱۶۵۵، ۱۶۶۰، ۱۶۶۵، ۱۶۷۰، ۱۶۷۵، ۱۶۸۰، ۱۶۸۵، ۱۶۹۰، ۱۶۹۵، ۱۷۰۰، ۱۷۰۵، ۱۷۱۰، ۱۷۱۵، ۱۷۲۰، ۱۷۲۵، ۱۷۳۰، ۱۷۳۵، ۱۷۴۰، ۱۷۴۵، ۱۷۵۰، ۱۷۵۵، ۱۷۶۰، ۱۷۶۵، ۱۷۷۰، ۱۷۷۵، ۱۷۸۰، ۱۷۸۵، ۱۷۹۰، ۱۷۹۵، ۱۸۰۰، ۱۸۰۵، ۱۸۱۰، ۱۸۱۵، ۱۸۲۰، ۱۸۲۵، ۱۸۳۰، ۱۸۳۵، ۱۸۴۰، ۱۸۴۵، ۱۸۵۰، ۱۸۵۵، ۱۸۶۰، ۱۸۶۵، ۱۸۷۰، ۱۸۷۵، ۱۸۸۰، ۱۸۸۵، ۱۸۹۰، ۱۸۹۵، ۱۹۰۰، ۱۹۰۵، ۱۹۱۰، ۱۹۱۵، ۱۹۲۰، ۱۹۲۵، ۱۹۳۰، ۱۹۳۵، ۱۹۴۰، ۱۹۴۵، ۱۹۵۰، ۱۹۵۵، ۱۹۶۰، ۱۹۶۵، ۱۹۷۰، ۱۹۷۵، ۱۹۸۰، ۱۹۸۵، ۱۹۹۰، ۱۹۹۵، ۲۰۰۰، ۲۰۰۵، ۲۰۱۰، ۲۰۱۵، ۲۰۲۰، ۲۰۲۵، ۲۰۳۰، ۲۰۳۵، ۲۰۴۰، ۲۰۴۵، ۲۰۵۰، ۲۰۵۵، ۲۰۶۰، ۲۰۶۵، ۲۰۷۰، ۲۰۷۵، ۲۰۸۰، ۲۰۸۵، ۲۰۹۰، ۲۰۹۵، ۲۱۰۰، ۲۱۰۵، ۲۱۱۰، ۲۱۱۵، ۲۱۲۰، ۲۱۲۵، ۲۱۳۰، ۲۱۳۵، ۲۱۴۰، ۲۱۴۵، ۲۱۵۰، ۲۱۵۵، ۲۱۶۰، ۲۱۶۵، ۲۱۷۰، ۲۱۷۵، ۲۱۸۰، ۲۱۸۵، ۲۱۹۰، ۲۱۹۵، ۲۲۰۰، ۲۲۰۵، ۲۲۱۰، ۲۲۱۵، ۲۲۲۰، ۲۲۲۵، ۲۲۳۰، ۲۲۳۵، ۲۲۴۰، ۲۲۴۵،

(۲۱) ایک نقطہ حالت سکون سے حرکت شروع کرتا ہے اور اس کی رفتاریں فٹوں میں ہر ایک ثانیہ کے اختتام پر ساتویں ثانیہ تک یہ ہیں ۵، ۱۸، ۳۸، ۶۲، ۸۸، ۱۱۱، ۱۳۳، ۱۵۵، ۱۷۸، ۲۰۰، ۲۲۲، ۲۴۴، ۲۶۶، ۲۸۸، ۳۱۱، ۳۳۳، ۳۵۵، ۳۷۷، ۴۰۰، ۴۲۲، ۴۴۴، ۴۶۶، ۴۸۸، ۵۱۱، ۵۳۳، ۵۵۵، ۵۷۷، ۶۰۰، ۶۲۲، ۶۴۴، ۶۶۶، ۶۸۸، ۷۱۱، ۷۳۳، ۷۵۵، ۷۷۷، ۸۰۰، ۸۲۲، ۸۴۴، ۸۶۶، ۸۸۸، ۹۱۱، ۹۳۳، ۹۵۵، ۹۷۷، ۱۰۰۰۔ اس وقت اس کی کیا قیمت ہوگی؟

(۲۲) حالت سکون سے شروع ہو کر پانچ پانچ ثانیہ کے بعد ایک جسم کی رفتاریں فٹوں میں فی ثانیہ یہ ہیں ۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴، ۲۸، ۳۲، ۳۶، ۴۰، ۴۴، ۴۸، ۵۲، ۵۶، ۶۰، ۶۴، ۶۸، ۷۲، ۷۶، ۸۰، ۸۴، ۸۸، ۹۲، ۹۶، ۱۰۰، ۱۰۴، ۱۰۸، ۱۱۲، ۱۱۶، ۱۲۰، ۱۲۴، ۱۲۸، ۱۳۲، ۱۳۶، ۱۴۰، ۱۴۴، ۱۴۸، ۱۵۲، ۱۵۶، ۱۶۰، ۱۶۴، ۱۶۸، ۱۷۲، ۱۷۶، ۱۸۰، ۱۸۴، ۱۸۸، ۱۹۲، ۱۹۶، ۲۰۰، ۲۰۴، ۲۰۸، ۲۱۲، ۲۱۶، ۲۲۰، ۲۲۴، ۲۲۸، ۲۳۲، ۲۳۶، ۲۴۰، ۲۴۴، ۲۴۸، ۲۵۲، ۲۵۶، ۲۶۰، ۲۶۴، ۲۶۸، ۲۷۲، ۲۷۶، ۲۸۰، ۲۸۴، ۲۸۸، ۲۹۲، ۲۹۶، ۳۰۰، ۳۰۴، ۳۰۸، ۳۱۲، ۳۱۶، ۳۲۰، ۳۲۴، ۳۲۸، ۳۳۲، ۳۳۶، ۳۴۰، ۳۴۴، ۳۴۸، ۳۵۲، ۳۵۶، ۳۶۰، ۳۶۴، ۳۶۸، ۳۷۲، ۳۷۶، ۳۸۰، ۳۸۴، ۳۸۸، ۳۹۲، ۳۹۶، ۴۰۰، ۴۰۴، ۴۰۸، ۴۱۲، ۴۱۶، ۴۲۰، ۴۲۴، ۴۲۸، ۴۳۲، ۴۳۶، ۴۴۰، ۴۴۴، ۴۴۸، ۴۵۲، ۴۵۶، ۴۶۰، ۴۶۴، ۴۶۸، ۴۷۲، ۴۷۶، ۴۸۰، ۴۸۴، ۴۸۸، ۴۹۲، ۴۹۶، ۵۰۰، ۵۰۴، ۵۰۸، ۵۱۲، ۵۱۶، ۵۲۰، ۵۲۴، ۵۲۸، ۵۳۲، ۵۳۶، ۵۴۰، ۵۴۴، ۵۴۸، ۵۵۲، ۵۵۶، ۵۶۰، ۵۶۴، ۵۶۸، ۵۷۲، ۵۷۶، ۵۸۰، ۵۸۴، ۵۸۸، ۵۹۲، ۵۹۶، ۶۰۰، ۶۰۴، ۶۰۸، ۶۱۲، ۶۱۶، ۶۲۰، ۶۲۴، ۶۲۸، ۶۳۲، ۶۳۶، ۶۴۰، ۶۴۴، ۶۴۸، ۶۵۲، ۶۵۶، ۶۶۰، ۶۶۴، ۶۶۸، ۶۷۲، ۶۷۶، ۶۸۰، ۶۸۴، ۶۸۸، ۶۹۲، ۶۹۶، ۷۰۰، ۷۰۴، ۷۰۸، ۷۱۲، ۷۱۶، ۷۲۰، ۷۲۴، ۷۲۸، ۷۳۲، ۷۳۶، ۷۴۰، ۷۴۴، ۷۴۸، ۷۵۲، ۷۵۶، ۷۶۰، ۷۶۴، ۷۶۸، ۷۷۲، ۷۷۶، ۷۸۰، ۷۸۴، ۷۸۸، ۷۹۲، ۷۹۶، ۸۰۰، ۸۰۴، ۸۰۸، ۸۱۲، ۸۱۶، ۸۲۰، ۸۲۴، ۸۲۸، ۸۳۲، ۸۳۶، ۸۴۰، ۸۴۴، ۸۴۸، ۸۵۲، ۸۵۶، ۸۶۰، ۸۶۴، ۸۶۸، ۸۷۲، ۸۷۶، ۸۸۰، ۸۸۴، ۸۸۸، ۸۹۲، ۸۹۶، ۹۰۰، ۹۰۴، ۹۰۸، ۹۱۲، ۹۱۶، ۹۲۰، ۹۲۴، ۹۲۸، ۹۳۲، ۹۳۶، ۹۴۰، ۹۴۴، ۹۴۸، ۹۵۲، ۹۵۶، ۹۶۰، ۹۶۴، ۹۶۸، ۹۷۲، ۹۷۶، ۹۸۰، ۹۸۴، ۹۸۸، ۹۹۲، ۹۹۶، ۱۰۰۰۔

اور ۱۶ تائیںوں کے اختتام پر اسراع بھی دریافت کرو۔



باب سوم حرکت بجاذبہ ارض

(۴۴) گرتے ہوئے اجسام کا اسراع۔ ہم روزمرہ دیکھتے ہیں کہ جب کوئی جسم اوپر سے زمین کی طرف گرتا ہے جوں جوں وہ نیچے آتا ہے اس کی حرکت کی تیزی بڑھتی جاتی ہے یعنی اسکی حرکت میں اسراع ہے اور اس اسراع کا یکساں ہونا ذیل کے تجربہ سے ثابت ہو سکتا ہے جو پہلے موریس نے کیا تھا۔

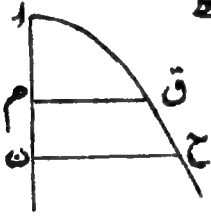
ایک مدور اسطوانے کے گرد کاغذ چڑا کر ایک گھڑی کل کے ذریعہ سے گھمایا جاتا ہے اور اس گردش میں اسطوانہ کا محور عمودی رکھا جاتا ہے۔ اسطوانے کے سامنے لوہے کا ایک وزن ہوتا ہے۔ جس کو ایک پنسل چپا لگی ہوتی ہے اور اس وزن کو دو قانڈوں کے ذریعہ مقید کر کے عمودی سمت میں اس طرح گرایا جاتا ہے کہ پنسل کا سرا اسطوانے پر کے کاغذ کو عین مس کرے۔

جب اسطوانے کی گردش یکساں ہوتی ہے اس وقت



وزن کو چھوڑ دیا جاتا ہے۔
چونکہ پینل پ کاغذ کو مس کرتی ہے
اس لئے پینل کے ذریعہ کاغذ پر ایک
منحنی مرتسم ہو جاتا ہے۔ جب وزن
زمین پر گر پڑتا ہے تو کاغذ کو اسطوان
پر سے اتار کر ایک سطح مستوی پر
بچھا دیا جاتا ہے۔ اب پینل کے کھینچے
ہوئے خط منحنی کے ملاحظہ سے معلوم

ہوتا ہے کہ ابتداء حرکت سے پینل کے طے کردہ عمودی
فاصلے اس کے طے کردہ افقی فاصلوں کے مربعوں کے
متناسب ہیں یعنی اگر ق اور ح خط
منحنی پر دو نقطے ہوں تو



$$\frac{ق}{ح} = \frac{م}{ن}$$

اب چونکہ اسطوانے کی گردش یکساں تھی اس لئے افقی فاصلے
وقت کی ان مدتوں کے متناسب ہیں جو ابتداء حرکت سے
شروع ہوئیں۔ لہذا ثابت ہوا کہ ابتداء حرکت سے جو عمودی
فاصلہ طے ہوا وہ صرف شدہ وقت کے مربع کے متناسب
ہے۔

لیکن دفعہ (۳۴) سے ہمیں معلوم ہے کہ اگر کوئی جسم
حالت سکون سے شروع ہو کر یکساں اسراع سے حرکت

باب سوم

علم حرکت

کرے تو اس کا طے کردہ فاصلہ وقت کے مربع کے متناسب ہے۔

پس ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ ایک گرتا ہوا جسم کیسے اسراع سے حرکت کرتا ہے۔

(۴۱) گلیلیو کا تجربہ۔ گرتے ہوئے اجسام کے اسراع کا یکساں ہونا پہلے پہل گلیلیو نے تقریباً ۱۵۹۰ء میں بتام پایا چند تجربوں کے ذریعہ ثابت کیا تھا۔ چونکہ جب ایک جسم بغیر کسی روک کے نیچے گرتا ہے اس کی رفتار جلد ہی اس قدر زیادہ ہو جاتی ہے کہ اس کا اندازہ مشکل ہوتا ہے گلیلیو نے اس وقت سے پہلے کے لڑے ایک سطح مائل پر اجسام کی حرکت کا ملاحظہ کیا اور اس پر یہ فرض کر لیا کہ اگر ایک چھوٹا سا گولا ایک سطح مائل پر ایک نالی میں نیچے کی طرف لڑھک کر جائے تو اس کی حرکت ایک ایسے قانون کے تابع ہوگی جو آزادانہ گرنے والے اجسام کا قانون حرکت ہے۔



سطح مائل کی نالی کی چوٹی سے شروع کر کے اس نے چند فاصلے ناپ لئے جو ۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ۳۶، ۴۹، ۶۴، ۸۱، ۱۰۰ یعنی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ کے متناسب تھے اور وہاں نشان لگا دیے۔

تب اس نے اپنے چھوٹے گولے کو چوٹی پر سے چھوڑا۔ اس امر کی تصدیق کی کہ ان فاصلوں کے طے کرنے میں جو وقت صرف ہوئے وہ ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ کے متناسب ہیں لہذا ابتداء حرکت سے لے کر طے شدہ فاصلے صرف شدہ وقتوں کے مربعوں کے متناسب ہوئے لیکن جب دفعہ (۳۴) یہ اس حالت میں ہوتا ہے جب اسراع یکساں ہو۔

پس اس سے ثابت ہوا کہ ایک سطح مائل کے نیچے کی طرف حرکت کا اسراع یکساں ہوتا ہے اور اس نتیجہ سے گلیلیو نے یہ مان لیا کہ آزادانہ گرنے والے جسم کی حرکت کا اسراع بھی یکساں ہوگا۔

گلیلیو کو وقت ناپنے میں زیادہ دقت پیش آئی کیونکہ اس زمانے کے کلاک صحیح وقت نہیں دیتے تھے۔ اس نے اپنے تجربہ کے لئے پانی کا ایک برتن استعمال کیا جس کی عمودی تراش اچھی بڑی تھی اور جس کے پیندے میں ایک چھوٹا سا سوراخ تھا جو گلیلیو اپنی انگلی سے بند کر سکتا تھا جس وقت گولے کی حرکت شروع ہوتی تھی اسی وقت وہ اپنی انگلی ہٹا لیتا تھا اور پانی سوراخ میں سے نکل کر ایک دوسرے برتن میں گرنا شروع ہوتا تھا۔ یہ دوسرا برتن اسی مطلب کے واسطے تھا۔ جب گولا کسی ایک نشان پر پہنچتا تو وہ سوراخ کو بند کر دیتا تھا جو پانی اس

دوران میں نکلتا اس کو قول لیا جاتا تھا اور اس پانی کا وزن مدت حرکت کا اچھا خاصا معیار تھا۔

(۴۲) مندرجہ بالا دیگر صحیح تر تجربات کے نتائج سے ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ اگر ایک جسم فضا میں زمین کی طرف گرے تو وہ ایک ایسے اسراع سے حرکت کریگا جو زمین کے ایک مقام پر ہمیشہ ایک ہی رہے گا لیکن مختلف مقامات پر اس میں تھوڑی سی تبدیلی ہوگی۔

اس اسراع کو ”اسراع بجاذبہ ارض“ کہتے ہیں اور اس اسراع کی قیمت کو ہمیشہ حرف ”ج“ سے تعبیر کرتے ہیں۔ جب فٹ ثانیہ اکائیوں استعمال ہوتی ہیں تو ج کی قیمت خط استوا پر ۹۱ s. ۳۲ اور قطبین پر ۲۵۲ s. ۳۲ ہوتی ہے سیٹی میٹر ثانیہ اکائیوں کی صورت میں ج کی انتہائی قیمتیں ۹۷۸ اور ۹۸۳ ہیں اور لندن کے عرض بلد میں ج کی قیمت ۹۸۱ s. ۱۷ ہے۔

ج کی قیمت معلوم کرنے کا بہترین طریقہ رفاص کے تجربات کے ذریعہ ہے۔ ہم باب یازدہم میں دوبارہ اس مضمون پر بحث کریں گے۔

[عددی مثالوں میں اگر کچھ اور نہ کہا گیا ہو تو یہ فرض کر لیا جائے کہ حرکت خلا میں ہے اور ج کی قیمت فٹ ثانیہ اکائیوں کی صورت میں ۳۲ اور سیٹی میٹر ثانیہ اکائیوں کی صورت میں ۹۸۱ ہے]

(۴۳) حرکت عمودی بجاذبہ ارض - اگر زمین کے کسی مقام سے ایک جسم اوپر کی طرف عمودی سمت میں پھینکا جائے اور اس کی ابتدائی رفتار ب ہو تو جسم کا اسراع حرکت کی ابتدائی سمت کے مقابل ہوگا اس لئے وہ (-ج) سے تعبیر ہوگا۔ لہذا جسم کی رفتار بتدریج کم ہوتی جائے گی یہاں تک کہ وہ بالکل معدوم ہو جائے گی۔ اس وقت صرف ایک آن کیلئے جسم ساکن ہوگا پھر فوراً نیچے کی طرف رفتار حاصل کرنی شروع کریگا اور اسی راستے واپس نیچے آئے گا۔

ایک مفروض بلندی ی تک پہنچنے کے لئے جو وقت صرف ہوتا ہے وہ ذفقہ (۳۲) کی مساوات (۲) میں بجائے c کے (-ج) رکھنے سے حاصل ہوگا یعنی مساوات ذیل سے حاصل ہوگا

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{ج ۲}$$

یہ درجہ دوم کی مساوات ہے جس کی دونو اصلیں مثبت ہیں۔ چھوٹی اصل سے وہ وقت حاصل ہوتا ہے جس وقت جسم اوپر جاتے ہوئے مفروض بلندی تک پہنچا اور بڑی اصل وہ وقت ہے جب جسم نیچے آتے ہوئے مفروض بلندی پر پہنچا۔

مثلاً اگر ایک جسم ۶۴ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے اوپر کو پھینکا جائے اور یہ دریافت کرنا مطلوب ہو

کہ ۲۸ فٹ کی بلندی پر وہ کس وقت ہوگا تو وقت مطلوبہ مساوات ذیل سے حاصل ہوگا۔

$$۲۸ = ۵۶۴ - ۱۶$$

اس مساوات سے $۵ = \frac{۱}{۱۶}$ یا $\frac{۱}{۱۶}$ پس ابتداء حرکت سے نصف ثانیہ بعد جسم ۲۸ فٹ کی بلندی پر ہوگا اور اس وقت سے ۳ ثانیہ بعد وہ پھر اسی بلندی پر ہوگا۔

(۳۴) ایک مفروض بلندی پر رفتار۔ ایک مفروض بلندی ی پر رفتار ر دفعہ (۳۲) کی مساوات سے حاصل ہو سکتی ہے یعنی

$$۱ = ۲ - ۲ ج ی$$

لہذا ایک مفروض بلندی پر کی رفتار اس مدت پر منحصر نہیں ہے جو ابتداء حرکت سے اس بلندی تک پہنچنے میں گزری۔ اور کل حرکت کے دوران میں کسی مقام پر رفتار کی مقدار ایک ہی ہوگی خواہ جسم اوپر کو جارہا ہو یا نیچے کو آ رہا ہو۔

(۳۵) زیادہ سے زیادہ بلندی جہاں تک جسم پہنچ سکتا ہے۔

زیادہ سے زیادہ بلندی پر جسم کی رفتار صفر ہوگی۔ پس اگر زیادہ سے زیادہ بلندی لا ہو تو

$$۰ = \text{ب} - ۲ \text{ ج} ۱$$

$$\frac{\text{ب}}{\text{ج} ۲} = \text{زیادہ سے زیادہ بلندی}$$

نیز زیادہ سے زیادہ بلندی تک پہنچنے کا وقت ق
اس مساوات سے حاصل ہوگا

$$۰ = \text{ب} - \text{ج} \text{ ق}$$

$$\text{ق} = \frac{\text{ب}}{\text{ج}}$$

(۴۶) وہ رفتار جو ایک جسم حالت سکون سے
شروع ہو کر ایک مفروض عمودی فاصلہ
گزیر کر حاصل کرے۔

اگر کوئی جسم حالت سکون سے گرنا شروع کرے تو
فاصلہ ی گزرنے کے بعد اس کی رفتار اس طرح حال
ہوگی کہ ہم دفعہ (۳۲) کی مساوات (۳) میں بجائے
ب، ع، ف کے، ج، ی رکھیں۔

$$\text{س} = \sqrt{۲ \text{ ج} ی}$$

مثله نمبری (۶)

(۱) ایک جسم زمین سے سمت عمودی میں بم فٹ فی
ثانیہ کی رفتار سے اوپر کو پھینکا جاتا ہے۔ دریافت کرکہ

(۱) وہ کتنی بلندی پر جا کر ساکن ہوگا (۲) ۹ فٹ کی بلندی پر پہنچنے کے لئے اسے کتنا وقت لگے گا؟

(۲) ایک ذرہ ۴۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے عمودی سمت میں اوپر پھینکا جاتا ہے۔ دریافت کرو کہ (۱) اسکی رفتار ۲۵ فٹ فی ثانیہ کب ہوگی (۲) ۲۵ فٹ کی بلندی پر وہ کب ہوگا؟

(۳) ایک پتھر اوپر کی طرف عمودی سمت میں ۲۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے پھینکا جاتا ہے۔ کتنا وقت گزرنے کے بعد اس کی رفتار ۲۰ فٹ فی ثانیہ ہوگی اور وہ اس وقت کتنی بلندی پر ہوگا؟

(۴) دریافت کرو کہ اگر ایک جسم حالت سکون سے نیچے کی طرف گرے تو (۱) ۱۰ ثانیہ میں وہ کتنا فاصلہ گرے گا (۲) ۱۰ فٹ کتنے وقت میں گریگا (۳) اگر ۱۰ ثانیہ میں ۱۰۰ فٹ گرے تو ابتدائی رفتار کیا ہوگی؟

(۵) ایک پتھر ایک کان میں نیچے کی طرف سمت عمودی میں پھینکا جاتا ہے اس کی ابتدائی رفتار ۹۶ فٹ فی ثانیہ ہے اور وہ ۳ ثانیہ میں کان کی تہ پر پہنچتا ہے۔ کان کا عمق دریافت کرو۔

(۶) ایک جسم ایک کان کی تہ سے اوپر کی طرف پھینکا جاتا ہے۔ کان کی گہرائی ۸۸ ج فٹ ہے اور جسم کی ابتدائی رفتار ۲۴ ج فٹ فی ثانیہ ہے۔

در یافت کرو کہ زیادہ سے زیادہ بلندی تک پہنچ کر سطح زمین پر واپس آنے میں جسم کو کتنا وقت لگے گا ؟
(۷) ایک ذرہ جو اوپر کی طرف پھینکا گیا ہے ۲۲۵ فٹ کی بلندی پر پہنچ کر واپس آتا ہے۔ معلوم کرو کہ ابتدا سے کتنی مدت کے بعد ذرہ ۱۷۶ فٹ کی بلندی پر ہوگا ؟

(۸) ایک جسم جو سمت عمودی میں اوپر کی طرف حرکت کرتا ہے ۵۴۵ سینٹی میٹر کی بلندی پر ۴۳۶ سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار رکھتا ہے۔ دریافت کرو کہ اس کی ابتدائی رفتار کیا ہے اور وہ کتنی مدت اور اوپر کو جائے گا ؟

(۹) ایک ذرہ نیچے کو حرکت کرتے ہوئے ایک مقام سے ۵۰ میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے گذرتا ہے۔ تو دریافت کرو کہ اس سے کتنی مدت پہلے وہ اوپر کی طرف اسی رفتار سے جا رہا تھا ؟

(۱۰) ایک جسم ۶۵۴۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے سمت عمودی میں اوپر کو پھینکا گیا ہے تو معلوم کرو کہ وہ کتنا اونچا چڑھے گا اور کتنی مدت اس کی حرکت اوپر کو رہے گی ؟

(۱۱) یہ معلوم ہے کہ ایک بغیر روک کے گرنے والا جسم چھٹے ثانیہ میں ۱۷۶۵۹۹ فٹ طے کرتا ہے تو ج کی

قیمت دریافت کرو۔

(۱۲) ایک گرنے والا ذرہ اپنی حرکت کے آخری ثانیہ میں ۲۲۴ فٹ طے کرتا ہے۔ دریافت کرو کہ وہ کتنی بلندی سے گرا اور اس کے گرنے میں کتنا وقت لگتا

ہوا؟

(۱۳) ایک جسم ایک مینار کی چوٹی سے بغیر روک کے گرتا ہے اور اپنی حرکت کے آخری ثانیہ میں کل فاصلہ کا $\frac{1}{4}$ طے کرتا ہے۔ مینار کی بلندی دریافت کرو۔
(۱۴) ایک جسم ایک مینار کی چوٹی سے گر کر اپنی حرکت کے آخری ثانیہ میں کل فاصلہ کا $\frac{9}{16}$ طے کرتا ہے۔ مینار کی اونچائی دریافت کرو۔

(۱۵) ایک پتھر ۱۰۶ فٹ فی ثانیہ کی ابتدائی رفتار سے اوپر کو سمت عمودی میں پھینکا گیا ہے۔ دریافت کرو کہ وہ کتنا اونچا چڑھے گا؟

اگر ۱ کی ابتداء حرکت سے ۴ ثانیہ بعد ایک دوسرا پتھر ب اسی مقام سے نیچے گرنے کو چھوڑ دیا جائے تو ثابت کرو کہ مزید ۴ ثانیہ کے بعد ۱، ۲، ۳ کو جا ملیگا۔

(۱۶) ایک جسم اوپر کی طرف ایک خاص رفتار سے پھینکا گیا ہے۔ اور یہ دیکھا جاتا ہے کہ اوپر جاتے

ہوئے جب جسم ۹۶۰ فٹ کی بلندی پر ہوتا ہے تو اسی مقام پر واپس آنے کے لئے اسے ۴ سیکنڈ

علم حرکت ۸۱ باب سوم

لگتے ہیں - دریافت کرو کہ جسم کی ابتدائی رفتار کیا ہے اور وہ کتنی بلندی تک اوپر گیا؟

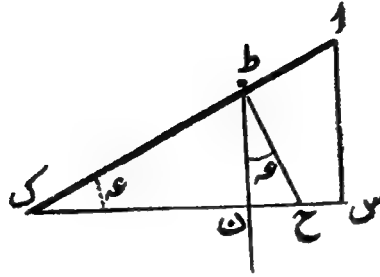
(۱۷) ایک جسم جو اوپر کو سمت عمودی میں پھینکا گیا ہے و ثانیہ میں ۷۲ فٹ اور ۲ و ثانیہ میں ۲۲۴ فٹ طے کرتا ہے تو و کی قیمت اور ابتدائی رفتار دریافت کرو۔

(۱۸) ایک پتھر ایک کنوئیں میں پھینکا گیا اور ۷ ثانیہ کے بعد پانی کی آواز سنائی دی - اگر آواز کی رفتار ۱۱۲۰ فٹ فی ثانیہ ہو تو کنوئیں کا عمق دریافت کرو۔

(۱۹) ایک پتھر ایک کنوئیں میں پھینکا گیا اور ۹۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے پانی پر پہنچا - اگر ابتداء حرکت سے ۳ ثانیہ بعد پانی کی آواز سنائی دے تو آواز کی رفتار دریافت کرو۔

(۲۰) اگر چاند کی سطح پر ایک گرتے ہوئے جسم کا اسراع اس اسراع کا $\frac{1}{6}$ ہو جو سطح زمین پر گرتے ہوئے جسم کا ہے تو دریافت کرو کہ اگر چاند کی سطح پر ۴۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ایک جسم اوپر کو سمت عمودی میں پھینکا جائے تو وہ کتنا اوپر جائے گا؟

(۴۷) ایک چکنی سطح مائل پر نیچے کو حرکت - فرض کرو کہ ایک چکنی سطح مائل کی تراش عمودی ہے اور سطح کا میلان افق سے θ ہے اور فرض کرو کہ سطح مائل پر ایک جسم ط ہے۔



اگر سطح مانل حائل نہ ہو تو جسم سمت شاقولی میں، اسراع ج سے، نیچے کو حرکت کرے گا۔

اب اسراعوں کے متوازی الاضلاع کے مسئلہ کی رو سے شاقولی اسراع ج، دو اسراعوں کے مساوی ہے
(۱) اسراع ج جسم عہ سطح پر عمود وار ط ح کی سمت
میں (۲) اسراع ج جب عہ سطح کے متوازی نیچے
کی طرف۔

سطح کی عمود وار سمت میں حرکت ناممکن ہے کیونکہ
سطح خود حائل ہے۔
اس لئے جسم سطح کے نیچے کی طرف اسراع ج جب عہ
کے ساتھ حرکت کریگا۔

اور اس کی حرکت کی تحقیقات اسی طرح ہوگی جیسے ایک
بغیر روک گرنے والے جسم کی صورت میں ہوئی۔
فرق صرف اتنا ہے کہ ج کی بجائے ج جب عہ
استعمال ہوگا۔

اس سے فوراً یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ حالت سکون سے شروع ہو کر سطح
مائل کا طول ل طے کرنے میں رفتار محصلہ

$$= \sqrt{2g \sin \theta} = \sqrt{2g \cos \theta} = \sqrt{2g} \sin \theta$$

ہذا یہ رفتار وہی ہے جو ایک جسم بغیر روک سمت
شاقولی میں گرتے ہوئے سطح مائل کی بلندی کے برابر
فاصلہ طے کر کے حاصل کرے۔ یا دوسرے لفظوں میں
رفتار محصلہ سطح کے میلان پر منحصر نہیں ہے بلکہ اس
فاصلے پر منحصر ہے جو جسم نے سمت شاقولی میں طے کیا
(۴۸) اگر جسم سطح مائل پر اوپر کی طرف ابتدائی رفتار
ب سے پھینکا جائے تو اس کی حرکت کی تحقیقات اسی
طریقہ سے ہوگی جو دفعات ۴۳ تا ۴۵ میں استعمال ہوا۔
زیادہ سے زیادہ فاصلہ جو سطح کے اوپر کی طرف طے ہوگا

وہ $\frac{b^2}{2g \sin \theta}$ ہے۔

اور اس فاصلے کے طے کرنے میں جو وقت صرف ہوگا

وہ $\frac{b}{g \sin \theta}$ ہے و قس علی ہذا۔

امثلہ نمبری (۷)

(۱) ایک جسم ۸۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ایک پکٹی

سطح مائل کے اوپر کی طرف پھینکا جاتا ہے۔
سطح کا میلان ۳۰° ہے۔ جسم کے ساکن ہونے تک ط
شدہ فاصلہ اور صرف شدہ وقت دریافت کرو۔

(۲) ایک چکنی سطح مائل کا طول ۱۵ فٹ اور ارتفاع
۱۲ فٹ ہے۔ ایک وزنی ذرہ اس کی چوٹی سے نیچے کو
پھسل کر آتا ہے۔ دریافت کرو کہ زمین تک پہنچنے میں
کتنا وقت لگیگا اور اس وقت ذرے کی رفتار کیا ہوگی؟

(۳) ایک ذرہ ایک چکنی مائل سطح پر نیچے کی طرف
پھسل کر ۲۱۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار حاصل کرتا ہے۔
سطح کا طول ۱۶ فٹ ہے اس کا میلان دریافت کرو۔

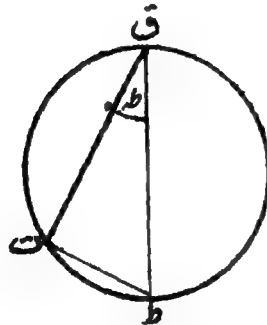
(۴) ایک جسم کو ایک چکنی مائل سطح کے ارتفاع کے
مساوی فاصلہ سمت شاقولی میں بغیر روک کے گرنے سے جتنا
وقت صرف ہوتا ہے اس سے چار گنا وقت اس سطح
کے طول میں پھسلنے کے لئے درکار ہوتا ہے۔ سطح
کے ارتفاع اور طول کی نسبت دریافت کرو۔

(۵) ایک سطح کا میلان افق سے جب ۳۰° ہے اور
ایک ذرہ اسی پر پہلے اوپر کی طرف پھر نیچے کی طرف
پھینکا جاتا ہے۔ دونوں صورتوں میں ابتدائی رفتار ۱۶ فٹ
فی ثانیہ ہے۔ ہر ایک صورت میں دریافت کرو کہ ۴
ثانیہ میں کتنا فاصلہ طے ہوگا اور کتنی رفتار حاصل ہوگی؟
(۶) ایک ذرہ ایک مائل سطح پر نیچے کی طرف بغیر روک

پھلتا ہے۔ اور پانچویں ثانیہ میں ۲۵، ۲۴، ۲۳ سیٹی میٹر طے کرتا ہے۔ افق سے سطح کا میلان دریافت کرو۔

(۷) اب ایک دائرے کا عمودی قطر ہے اور ک ل ایک اور قطر ہے جو اب سے زاویہ طہ بناتا ہے۔ اگر ک ل کے طول میں ایک ذرے کے پھسلنے کا وقت فاصلہ اب گرنے کے وقت سے دوگنا ہو تو طہ کی قیمت دریافت کرو۔

(۴۹) مسئلہ۔ اگر ایک عمودی دائرہ کے بلند ترین مقام سے مختلف وتر کھینچے جائیں۔ تو ہر ایک وتر پر ایک ذرہ کی پھسلنے کی مدت ایک ہی ہوگی۔ فرض کرو کہ دائرہ کا عمودی قطر ق ط ہے اور ق بلند ترین مقام ہے اور ق ت کوئی ایک وتر ہے۔ فرض کرو کہ زاویہ ت ق ط = طہ،



فرض کرو کہ ق ت = لا اور ق ط = ل
اس لئے لا = ل جم طہ

حسب طریق دفعہ گذشتہ ق ت کے نیچے کی طرف اسراع
ج جہم طہ ہو گا۔ اگر ق سے ت تک وقت و صرف
ہو تو اس کا مطلب یہ ہے کہ ایک ذرہ حالت سکون
سے شروع ہو کر اسراع ج جہم طہ سے حرکت کر کے
وقت و میں فاصلہ ق ت طے کرتا ہے

$$\therefore \text{لا} = \frac{1}{4} \text{ج جہم طہ} \times \text{و}$$

$$\therefore \text{و} = \frac{\text{لا}}{\text{ج جہم طہ}} = \frac{\text{و}}{\text{ج}}$$

یہ نتیجہ طہ کی قیمت پر منحصر نہیں ہے اور وقت و وہی
ہے جو فاصلہ ق ط سمت شاقولی میں گرنے کے لئے
صرف ہوتا۔

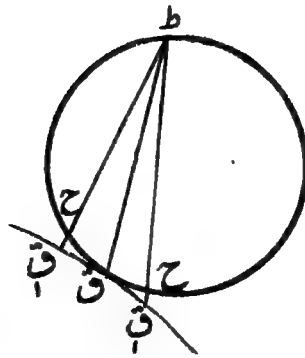
پس اس دائرے کے جتنے وتر نقطہ ق سے کھینچے جائیں
ان میں سے ہر ایک پر ذرہ کے پھسلنے کی مدت ایک ہی
ہو گی۔

اگر وتر دائرے کے سب سے نچلے نقطے سے کھینچے جائیں
تو یہ مسئلہ ان وٹروں کے لئے بھی درست ہو گا
(۵۰) تیز ترین نزول کے خطوط۔ اگر ایک نقطہ اور ایک
منحنی ایک ہی عمودی سطح میں واقع ہوں تو اس نقطے سے اس
خط منحنی تک تیز ترین نزول کا خط وہ خط مستقیم ہے جس کے
طول پر ایک جسم اس نقطے سے خط منحنی تک قلیل ترین مدت
میں پھسل سکے۔

عموماً یہ وہ خط نہیں ہوتا جو نقطہ مفروضہ سے منحنی تک طول میں چھوٹے سے چھوٹا عمل ہندسی سے کھینچا جائے۔ مثلاً ایک نقطہ مفروضہ سے ایک سطح مستوی تک چھوٹے سے چھوٹا خط تو اس پر عمود ہوتا ہے لیکن یہ تیز ترین نزول کا خط نہیں ہو سکتا جب تک کہ سطح مستوی افقی نہ ہو۔

(۵۱) مسئلہ۔ ایک نقطہ مفروضہ ط سے ایک خط منحنی تک جو ایک ہی عمودی سطح میں ہوں تیز ترین نزول کا خط ط ق ہو گا جہاں ق خط منحنی پر ایسا نقطہ ہے کہ ایک دائرہ جس کا بلند ترین نقطہ ط ہو خط منحنی کو ق پر مس کرے

فرض کرو کہ ایک ایسا دائرہ کھینچا گیا ہے کہ ط اس کا بلند ترین نقطہ ہے اور وہ خط منحنی کو ق پر خارجاً مس کرتا ہے۔ خط منحنی پر کوئی اور نقطہ ق لو۔ اور فرض کرو کہ ط ق دائرے کو ح پر قطع کرتا ہے۔

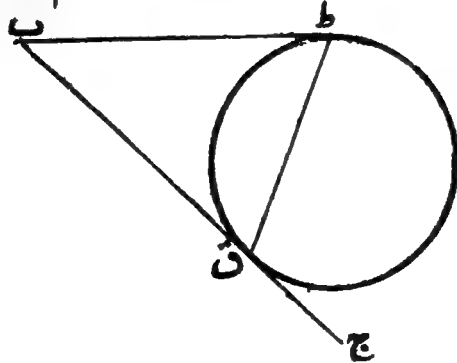


تب چونکہ ط ق < ط ح
اس لئے ط ق پر پھسلنے کی مدت < ط ح پر پھسلنے کی مدت
لیکن ط ح پر پھسلنے کی مدت = ط ق پر پھسلنے کی مدت
(دفعہ ۴۹)

لہذا ط ق پر پھسلنے کی مدت < ط ح پر پھسلنے کی مدت
اور ق خط منحنی پر کوئی سا نقطہ ہے۔
پس اگر کوئی اور خط مستقیم ط سے خط منحنی تک
کھینچا جائے اس پر پھسلنے کی مدت ط ق پر پھسلنے کی
مدت سے زیادہ ہوگی۔

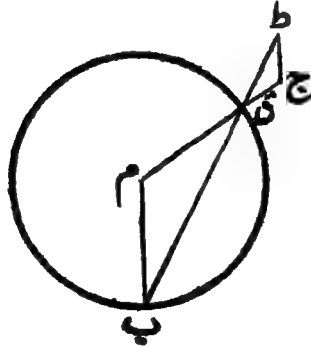
اسی طرح ہم ثابت کر سکتے ہیں کہ اگر ایک خط منحنی سے
ایک نقطہ مفروضہ ط تک تیز ترین نزول کا خط مطلوب
ہو تو ایسا دائرہ کھینچنا چاہئے جس کا سب سے نیچلا
نقطہ ط ہو اور جو خط منحنی کو ق پر مس کرے۔
تب ق ط خط مستقیم مطلوب ہوگا۔

مثال (۱) ایک نقطہ ط اور ایک خط مستقیم ایک ہی عمودی
سطح میں واقع ہیں۔ نقطے سے خط مستقیم تک تیز ترین
نزول کا خط دریافت کرو۔



فرض کرو کہ ب ج خط مستقیم مفروض ہے۔ تو ہمیں صرف ایک دائرہ کھینچنا ہے جس کا بلند ترین نقطہ ط ہو اور جو ب ج کو مس کرے۔ ط سے ط ب خط افقی کھینچو جو ب ج کو ب پر ملے۔ ب ج سے ب ق مساوی ب ط کے قطع کرو۔ تو ط ق خط مطلوب ہوگا۔ کیونکہ یہ ظاہر ہے کہ ایک ایسا دائرہ کھینچا جاسکتا ہے جو ب ط اور ب ق کو بالترتیب ط اور ق پر مس کرے

مثال (۲) ایک نقطہ مفروضہ سے ایک دائرہ مفروضہ تک تیز ترین نزول کا خط دریافت کرو۔ نقطہ اور دائرہ ایک ہی عمودی سطح میں واقع ہیں۔
فرض کرو کہ ب دائرہ مفروضہ کا پست ترین نقطہ ہے۔ ط ب کو ط او اور فرض کرو کہ ط ب دائرے کو ق پر قطع کرتا ہے۔ تو ط ق خط مطلوب ہوگا۔



علم حرکت ۹۰ باب سوم

دائرے کے مرکز م کو ق سے ملاؤ اور م ق کو استقامت
بڑھاؤ کہ ط میں سے گزرنے والے عمودی خط سے ج
پر ملے۔

تب زاویہ ق ط ج = زاویہ م ب ق کیونکہ
م ب اور ج ط متوازی ہیں
اور زاویہ م ب ق = زاویہ م ق ب = زاویہ
ج ق ط

پس اگر ج کو مرکز اور ج ط کو نصف قطر مان کر ایک
دائرہ کھینچیں تو اس کا بلند ترین نقطہ ط ہوگا اور وہ دائرہ
مفروضہ کو نقطہ ق پر مس کریگا
اگر ط، دائرہ مفروضہ کے اندر واقع ہو تو ط کو اس کے
بلند ترین نقطے سے ملا کر بڑھاؤ تاکہ دائرے کو ق پر
ملے۔ تو ط ق خط مطلوب ہوگا۔

(۵۲) مثال (۱) ایک کان کے گڑھے کا پنجرہ
اسراع کی ۲ فٹ ثانیہ اکائیوں سے نیچے اترتا ہے۔
اس کی ابتداء حرکت سے ۱۰ ثانیے بعد ایک ذرہ
گڑھے کی چوٹی سے نیچے کو چھوڑ دیا جاتا ہے۔ دریافت
کرو کہ کتنے وقت کے بعد ذرہ پنجرے پر لگیگا؟
فرض کرو کہ وقت مطلوب وہ ہے۔ وقت و میں
ذرہ ۱/۲ ج و فاصلہ گزرے گا۔

پنجرے کی مدت حرکت (۱۰ + ۱) سیکنڈ ہے۔

اس مدت میں پنچرا $\frac{1}{4} \times 2 \times (10+9) \times 2$ یعنی $(10+9) \times 2$ فاصلہ گزرے گا۔

$$\text{ہنا } (10+9) \times \frac{1}{4} = 16 \text{ ج } 16 = 9$$

$$\therefore 10+9 = 19$$

$$19 = 2 \text{ سیکنڈ}$$

مثال (۲) ایک پتھر سمت راس میں ایسی رفتار سے پھینکا گیا ہے جو اسے ۱۰۰ فٹ کی بلندی تک پہنچا سکے۔ دو سیکنڈ بعد اسی مقام سے ایک اور پتھر اسی سمت میں اسی رفتار سے پھینکا جاتا ہے۔ دریافت کرو کہ وہ کب اور کہاں ملیں گے؟

فرض کرو کہ ابتدائی رفتار ۱۰۰ فٹ ہے۔ چونکہ پتھر ۱۰۰ فٹ کی بلندی تک پہنچ سکتا ہے اس لئے

$$100 = 100 \times 2 - 16$$

$$\therefore 16 = 100 \times 2 - 100$$

فرض کرو کہ پہلے پتھر کی ابتدا حرکت سے ۱۰ سیکنڈ بعد دونوں پتھر ملتے ہیں۔

تب جو فاصلہ پہلے پتھر نے ۱۰ سیکنڈ میں طے کیا وہی فاصلہ دوسرے پتھر نے $(10-2)$ سیکنڈ میں طے کیا۔

$$\therefore 100 - 16 = 84 = (10-2) \times \frac{1}{4} \times 2$$

$$84 = 16 - 10 \times \frac{1}{4} \times 2 = 10 \times \frac{1}{4} \times 2$$

$$\therefore ۱۶۰ = ۱۶ \text{ ج } (۴ - ۲) = (۴ - ۲) ۱۶$$

$$\therefore ۳۲ = ۳۲ \text{ سیکنڈ}$$

نیز بلندی جس پر وہ ملتے ہیں $= ۸۰ \text{ ج } ۲ = ۲۸۰ - ۱۹۶ = ۸۴ \text{ فٹ}$
 پہلا پتھر نیچے آ رہا ہوگا اور دوسرا پتھر اوپر جا رہا ہوگا۔

امثلہ نمبری (۸)

(۱) ایک غبارے سے جو ۳۲ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے اوپر چڑھ رہا ہے ایک پتھر نیچے چھوڑا جاتا ہے اور وہ ۱۶ سیکنڈ میں زمین پر پہنچتا ہے۔ دریافت کرو کہ جب پتھر چھوڑا گیا اس وقت غبارہ کتنا اونچا تھا؟
 (۲) ایک جسم ۶۴ فٹ کی بلندی سے نیچے چھوڑا جاتا ہے اور اسی وقت زمین پر سے ایک اور جسم اوپر کو ۶۴ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے پھینکا جاتا ہے بتاؤ کہ وہ کتنے وقت کے بعد ملیں گے؟

اگر پہلا جسم دوسرے سے ایک سیکنڈ بعد چھوڑا جائے تو وہ کب ملیں گے؟

(۳) ایک برج کی بلندی ۲۸۸ فٹ ہے۔ ایک جسم برج کی چوٹی پر سے نیچے چھوڑا جاتا ہے اور عین اسی وقت ایک دوسرا جسم زمین پر سے اوپر کو سمت راس میں پھینکا جاتا ہے۔ دونو برج کے نصف پر ملتے ہیں۔ دریافت کرو کہ پھینکے ہوئے جسم کی ابتدائی رفتار کیا تھی

اور پہلے جسم کو ملنے کے وقت رفتار کیا ہے؟
 (۴) ایک جسم ایک برج کی چوٹی پر سے نیچے چھوڑا جاتا ہے اور اسی وقت ایک اور جسم اسی عمودی سیدھ میں زمین پر سے اوپر کو پھینکا جاتا ہے۔ دوسرے جسم کی رفتار اس قدر ہے کہ اسے برج کی چوٹی تک پہنچا دے۔ معلوم کرو کہ دونو جسم کہاں ملیں گے؟
 (۵) ایک ذرہ بلندی ل سے نیچے چھوڑا جاتا ہے اور اس فاصلے کا $\frac{1}{2}$ گزر چکنے کے بعد وہ ایک اور ذرے کے پاس سے گذرتا ہے جو اسی وقت اوپر کو پھینکا گیا تھا۔ معلوم کرو کہ دوسرا ذرہ کہاں تک پہنچے گا؟
 (۶) ایک جسم ایک سطح مائل کی چوٹی پر سے نیچے پھسلنا شروع کرتا ہے اور اسی وقت ایک اور جسم سطح کے پائے سے سطح کی اوپر کی طرف ایسی رفتار سے پھینکا جاتا ہے کہ دونو سطح کے عین نصف پر ملتے ہیں۔ تو رفتار رمی دریافت کرو اور ملنے کے وقت دونو کی رفتاریں بھی معلوم کرو۔
 (۷) ایک جسم رفتار u سے اوپر کو پھینکا جاتا ہے اور سیکنڈ گزرنے کے بعد ایک اور جسم اسی رفتار سے اوپر کو پھینکا جاتا ہے۔ معلوم کرو کہ وہ کب اور کہاں ملیں گے؟

(۸) ایک غبارہ ۴ فٹ سیکنڈ اکائیوں کے اسراع

سے اوپر کو چڑھتا ہے۔ آدھے منٹ کے بعد ایک جسم اس میں سے نیچے چھوڑ دیا جاتا ہے۔ معلوم کرو کہ وہ جسم زمین پر کس وقت پہنچے گا؟

(۹) ایک گولہ ۵ سیکنڈ تک بجاذبہ ارض گر کر ایک شیشے کی سطح میں سے گزرتا ہے اور اس کی نصف رفتار ضائع ہو جاتی ہے۔ اگر اس کے بعد زمین تک پہنچنے میں اس کو ایک سیکنڈ لگے تو زمین سے شیشے کی بلندی دریافت کرو۔

(۱۰) ایک گرتا ہوا جسم اپنی حرکت کے آخری سیکنڈ میں جو فاصلہ طے کرتا ہے اسکو اس فاصلے سے جو وہ آخری سے پہلے سیکنڈ میں طے کرتا ہے ۳ اور ۲ کی نسبت ہے۔ دریافت کرو کہ جسم کتنی بلندی سے نیچے چھوڑا گیا اور کتنی رفتار سے زمین پر پہنچا؟

(۱۱) ایک سطح مائل کا طول ۲۸۸ فٹ اور ارتفاع ۶۴ فٹ ہے۔ اسکو ایسے تین حصوں میں تقسیم کرو کہ اگر ایک ذرہ اس کی چوٹی سے چھوڑا جائے تو تینوں حصے مساوی اوقات میں طے ہوں اور یہ اوقات بھی معلوم کرو۔

(۱۲) اگر ایک عمودی دائرے کے افقی قطر کے ایک سرے سے وتر کھینچے جائیں تو ثابت کرو کہ ان وتروں پر ایک ذرے کے پھسلنے کے اوقات اسطرح بدلیں گے

جس طرح سمت عمودی سے وتروں کے میلانوں کے
ماسوں کے جذر -

(۱۳) متعدد چکنی سلاخیں ایک نقطے پر ملتی ہیں اور
ان پر چھلے چڑھے ہوئے ہیں جو ایک ہی وقت
پر سے چلتے ہیں اور نیچے کو پھسلتے ہیں۔ ثابت کرو کہ
وقت و کے بعد سب چھلے ایک کرے پر ہونگے

جس کا نصف قطر $\frac{r}{2}$ ہے۔

(۱۴) متعدد چکنی مائل سطحوں ایک نقطے پر ملتی ہیں اور
اس نقطے پر شروع ہو کر ایک افقی سطح پر ختم ہوتی
ہیں۔ متعدد چکنے اجسام اس نقطے سے شروع ہو کر
مائل سطحوں پر نیچے کی طرف پھسلتے ہیں۔ ثابت کرو کہ
محصّل رفتاریں مساوی ہونگی۔

(۱۵) ایک وزنی جسم ایک مائل سطح کے ارتفاع میں
نیچے کو گرتا ہے اور دوسرا اس کے طول میں نیچے کو
پھسلتا ہے۔ ثابت کرو کہ صرف شدہ وقت اس طرح
بدلتے ہیں جس طرح طے شدہ فاصلے اور یہ کہ محصّل
رفتاریں برابر ہیں۔

(۱۶) ایک وزنی ذرہ ایک چکنی مائل سطح پر نیچے کو
پھسلتا ہے۔ سطح کا ارتفاع دیا ہوا ہے۔

ثابت کرو کہ نزول کا وقت اس طرح بدلتا ہے جس طرح

سمت عمودی سے سطح کے میلان کا قاطع۔
 (۱۷) ایک عمودی دائرے کے متعدد چکنے وتر اسکے
 سب سے نیچے نقطے پر ملتے ہیں۔ اگر ایک جسم
 ان پر نیچے کی طرف پھسلے تو ثابت کرو کہ محصلہ رفتار
 اس سطح بدیلیگی جس سطح وتر کا طول۔

(۱۸) اگر دو دائرے اپنے بلند ترین یا پست ترین نقطے
 پر مس کریں اور اس نقطے میں سے ایک خط کھینچا جائے
 جو دونوں دائروں کو ملے تو اس خط کا جو حصہ دونوں
 دائروں کے اندر ہے اس پر نیچے کو پھسلنے کا وقت
 ایک ہی رہے گا۔

(۱۹) ایک سطح مائل کا ارتفاع ϕ ہے اور افق سے
 میلان θ ہے اور اس پر ایک نالی کھدی ہوئی ہے
 جس کا میلان خط میلان اعظم سے β ہے۔ تو معلوم
 کرو کہ اگر ایک ذرہ سطح کی چوٹی سے اس نالی میں حرکت
 شروع کرے تو وہ اس نالی کو کتنے عرصہ میں طے
 کرے گا؟

(۲۰) اگر ایک فاصلہ ϕ ، n مساوی حصص میں تقسیم
 کیا جائے۔ اور ہر ایک حصے کے اخیر پر ایک متحرک ذرہ کا
 اسراع بقدر $\frac{\phi}{n^2}$ زیادہ کیا جائے تو معلوم کرو کہ فاصلہ
 ϕ طے کرنے کے بعد ذرے کی رفتار کیا ہوگی
 اگر وہ حالت سکون سے باسراع ϕ حرکت شروع کرے۔

(۲۱) ایک ذرہ حالت سکون سے باسراع ع حرکت شروع کرتا ہے۔ وقت و کے بعد اس کا اسراع ۲ ع ہو جاتا ہے۔ اور وقت ۲ و کے بعد ۳ ع ہو جاتا ہے و علیٰ ہذا القیاس۔ وقت ن و کے بعد اس کی رفتار دریافت کرو اور ثابت کرو کہ طے شدہ فاصلہ یہ ہوگا

$$\frac{ن(ن+۱)(ن+۲)}{۱۲} ع و ۲ *$$

(۲۲) ایک جسم حالت سکون سے شروع ہو کر یکساں اسراع سے حرکت کرتا ہے۔ ثابت کرو کہ $(ن+۱+ن+۱)$ دینے والے مین طے شدہ فاصلہ دو فاصلوں کے مجموعے کے مساوی ہے۔ ایک پہلے ن ثانیوں میں طے شدہ فاصلہ اور دوسرا پہلے $(ن+۱)$ ثانیوں میں طے شدہ فاصلہ۔

(۲۳) کرۂ زمین پر دو مختلف مقام ہیں۔ ایک مقام پر جب ایک ذرہ ایک خاص بلندی سے گرتا ہے تو بمقابلہ دوسرے مقام کے اس کی رفتار محصلہ کم فٹ فی ثانیہ زیادہ ہوتی ہے لیکن وقت ن ثانیہ کم صرف ہوتا ہے۔ ثابت کرو کہ ہر دو مقامات پر ج کی عددی قیمتوں کا اوسط ہندسی جگہ ہے۔

(۲۴) ایک ریل گاڑی ایک سٹیشن پر سے چل کر دوسرے

سٹیشن پر جا ٹھہرتی ہے۔ دو نو سٹیشنوں کے درمیان ایک میل کا فاصلہ ہے اور گاڑی اپنے سفر کے پہلے دو ٹکٹ میں یکساں اسراع سے حرکت کرتی ہے اور آخری ٹکٹ میں اس کا ابطاء یکساں ہے اور کل فاصلہ طے کرنے میں تین منٹ لگتے ہیں۔ گاڑی کا اسراع، ابطاء اور اس کی رفتار اعظم دریافت کرو۔

(۲۵) ایک انجن اپنی پوری چال سے چل رہا ہے۔ اس وقت اچانک اس کو بریک لگا دیا جاتا ہے اور بھاپ بند کر دی جاتی ہے۔ اس کے بعد پہلے سیکنڈ میں انجن ۸۷ فٹ چلتا ہے اور دوسرے سیکنڈ میں ۸۵ فٹ۔ دریافت کرو کہ انجن کی اصلی چال کیا تھی اور وہ کتنے وقت میں ساکن ہو جائے گا اور اس وقت میں کتنا فاصلہ طے کرے گا؟ یہ فرض کر لیا جائے کہ بریک سے یکساں ابطاء پیدا ہوتا ہے۔ اور اگر انجن کے ساتھ گاڑی لگی ہو اور انجن اور گاڑی کا طول ۹۶ گز ہو اور اگر بریک لگنے کے وقت ایک شخص انجن سے ۴۸ گز آگے کی طرف کھڑا ہو تو گاڑی کتنے وقت میں اس شخص کو گزر جائے گی؟

(۲۶) ایک ریل گاڑی ایک سٹیشن سے چل کر دوسرے سٹیشن پر جا ٹھہرتی ہے اور اس سفر کے پہلے حصہ میں اسراع ع سے چلتی ہے اور جب بریک لگاوے

جاتے ہیں اور بھاپ بند کر دی جاتی ہے تو اس کا ابطاء
'ع' ہوتا ہے۔ اگر سٹیشنوں کے درمیان فاصلہ لی
ہو تو ثابت کرو کہ ایک سٹیشن سے دوسرے سٹیشن

تک صرف شدہ وقت $\frac{2l}{c+v}$ ہو گا۔

(۲۷) ایک ریل گاڑی سٹیشن ۱ سے سٹیشن ۲ تک
چلتی ہے اور اس سفر کے پہلے چوتھے حصے میں
اس کا اسراع یکساں ہے اور آخری چوتھے حصے میں
اس کا ابطاء یکساں ہے اور درمیانی نصف حصے میں
چال یکساں رہتی ہے۔ ثابت کرو کہ ریل گاڑی کی اوسط
چال پوری چال کا $\frac{3}{4}$ ہے۔

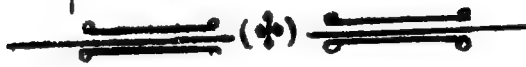
(۲۸) ایک پنجرہ ۶۰۰ فٹ گہرے گڑھے کی تہ سے
یکساں اسراع کے ساتھ اوپر کو چڑھتا ہے۔ گڑھے
کی چوٹی کے قریب اوپر وار قوت مسدود کی جاتی ہے
اور پنجرے کی حرکت محصلہ ہی اسکو عین چوٹی تک
پہنچا دیتی ہے۔ اگر کل وقت صرف شدہ ہو سیکنڈ
ہو۔ معلوم کرو کہ حرکت کے پہلے حصے میں اسراع
کیا تھا اور زیادہ سے زیادہ رفتار کیا تھی؟

(۲۹) ایک ریل گاڑی حالت سکون سے شروع ہو کر
پانچ منٹ میں اپنی زیادہ سے زیادہ چال یعنی ۵۰
میل فی گھنٹہ حاصل کر لیتی ہے اور اسی چال سے

چلتی رہتی ہے۔ یہاں تک کہ دوسرا سیٹن نصف میل رہ جاتا ہے۔ تو اسراع اور ابطاء کی قیمتیں فٹ سیکنڈ اکائیوں میں دریافت کرو اور یہ بھی معلوم کرو کہ کل سفر میں جو یکصد میل تھا کتنا وقت صرف ہوا۔ اور سارے سفر کے لئے رتقار اور وقت کا خط منحنی کھینچو۔



باب چہارم



قوانین حرکت

(۵۳) اس باب میں ہم اس امر پر غور کریں گے کہ حرکت کس طرح پیدا ہوتی ہے۔ لیکن پہلے ہمیں چند تعریفات کی ضرورت ہوگی۔

مادہ وہ ہے جو بواسطہ کے ذریعہ محسوس ہو سکے۔ یا وہ جس پر قوت لگ سکے یا جو قوت لگا سکے۔ اگر کوئی شخص مادہ کی کیفیت سے ناواقف ہو تو ہم مادہ کی کوئی ایسی تعریف نہیں کر سکتے جس سے اس شخص کو مادہ کی کیفیت معلوم ہو جائے۔ وقت اور فضا کی طرح مادے کا تصور بھی اولیٰ ہے۔

ذره مادہ کا ایک حصہ ہے جس کے تمام ابعاد نہایت ہی چھوٹے ہوں۔ جو بہر حال اس قدر چھوٹا ہو کہ ہماری تحقیقات کی غرض کے لئے اس کے مختلف حصے

علم حرکت باب چہارم

در میانی فاصلے نظر انداز ہو سکیں۔ بعض اوقات ایک محدود تاپ کا جسم بھی ذرہ سمجھا جا سکتا ہے مثلاً کرکٹ کی گیند جو اوپر کو پھینکی جاے یا ایک پتھر جو اوپر سے نیچے کو گرے۔ اور آفتاب کے گرد زمین کی حرکت پر غور کرنے میں زمین کو بھی ذرہ خیال کر سکتے ہیں۔

جسم مادہ کا ایک حصہ ہے جو سطحوں سے گھرا ہوا ہو اور جو ہر طرف سے محدود ہو۔ یعنی اس میں ذرات کی بہت بڑی تعداد ہوتی ہے۔

ایک جسم کی مقدار مادہ کو کمیت کہتے ہیں۔
وقت وہ ہے جو کسی جسم کی حالت سکون یا حالت حرکت یکساں کو بدلے یا بدلنے کی قابلیت رکھے۔
 شاید طالب علم یہ خیال کرے کہ ان تعریفات سے پورے مفہوم ادا نہیں ہوتا۔ ہم ذیل میں ان تعریفات کی تشریح کریں گے۔

اگر کسی قسم کے مادے مثلاً لوہے کا چھوٹا سا ٹکڑا ایک چکنی مینریپر پڑا ہو تو ہم اسے ذرا ڈھکیل کر آسانی سے حرکت دے سکتے ہیں۔ اگر اسی لوہے کی زیادہ مقدار لیں تو اتنا ہی زور لگانے سے وہ ایسی آسانی سے نہیں حرکت کر سکیگا۔ اسی طرح اگر ہم تقیر (پلائنیم) اور لکڑی کے دو ٹکڑے لیں جو ایک ہی

ناپ اور شکل کے ہوں تو ان پر ایک سا زور لگانے سے اثر اور نتیجے مختلف ہوں گے۔ ایسی ہی ایک اور مثال پر غور کرو۔ ایک توپ کا گولہ اور اسی ناپ کا ایک لکڑی کا گولہ لو اور ان کو زمین پر رکھ کر دونوں کو ایک سی ٹھوکر مارو تو لکڑی کے گولے پر اثر زیادہ ہوگا اور توپ کے گولے پر کم۔ اسی طرح اگر ایک سی ٹھوکر دو بیسوں کو لگائی جائیں جن میں سے ایک پانی سے بھرا ہوا ہو اور دوسرا اسی ناپ کا لیکن خالی ہو تو ان ٹھوکروں کے اثر کا ملاحظہ کرنے سے معلوم ہوگا کہ دونوں میں کتنا فرق ہے۔

پس ان تجربوں سے ثابت ہوا کہ اگر مختلف اجسام کو جن کی ظاہری شکل اور حالت ایک ہو ایک سا زور لگایا جائے تو ہمیشہ نتیجہ ایک سا نہیں ہوگا۔ نتائج میں فرق کیوں ہے صرف اسلئے کہ ہر ایک جسم کی کثیت مادہ مختلف ہے۔

(۵۴) اگر ایک ہی مقدار مادہ پر دو قوتیں یکے بعد دیگرے لگائی جائیں اور ایک مدت معینہ تک انکے عمل کرنے سے اس مقدار مادہ میں ایک ہی رفتار پیدا ہو تو وہ دو قوتیں مساوی کہلاتی ہیں۔

اگر دو مختلف مقادیر مادہ کو ایک ہی قوت لگائی جائے اور وہ قوت ایک مدت معینہ تک عمل کرے

ہر ایک مقدار میں ایک ہی رفتار پیدا کرے تو دونو مقادیر مادہ مساوی کہلائیں گی۔

طالب علم کو معلوم ہو گیا ہوگا کہ ہم یہاں یہ تسلیم کر لیتے ہیں کہ مختلف مواقع پر ایک سی قوتیں پیدا کرنا ممکن ہے۔ مثلاً ہم یہ مان لیتے ہیں کہ اگر ایک چکر دار کمائی کو کھینچ کر مختلف اوقات میں ایک سا لمبا کیا جائے اور باقی حالات متعلقہ نہ بدلیں تو ہر صورت میں کمائی کو اتنا کھینچے رکھنے میں ایک سی قوت درکار ہوگی۔

اس نئے ایک ہی قوت بار بار لگا کر ہم کیت مادہ کی معیاری اکائی کے مساوی متعدد مقادیر مادہ حاصل کر سکتے ہیں۔ اور مساوی مقادیر مادہ معلوم کرنے کا نظری طریقہ جو ہر صورت میں ہو سکے یہی ہے۔

علاہم کو معلوم ہوگا کہ مساوی مقادیر مادہ کے افزائ بھی مساوی ہوتے ہیں اور تول کر مقادیر مادہ کا باہمی مقابلہ نہایت آسانی سے ہو سکتا ہے۔

(۵۵) کیت مادہ کی برطانوی اکائی شہنشاہی پونڈ کہلاتی ہے اور یہ تقریباً (پلائینم) کا ایک ٹکڑا ہے جو ویسٹ منسٹر میں رکھا گیا ہے۔ اور بعینہ ایسے اور ٹکڑے دیگر محفوظ مقامات پر بھی رکھے گئے ہیں۔

کیت مادہ کی فرانسیسی یا علمی اکائی گرام کہلاتی ہے اور تقریباً (پلاٹینم) کی ایک خاص مقدار جو پیرس میں رکھی گئی ہے اس کا ہزارواں حصہ گرام ہے۔ ابتداءً منشا یہ تھا کہ سینٹی گریڈ کے ۴ درجہ حرارت پر خالص پانی کے ایک کعب سینٹی میٹر کی کیت مادہ کو گرام کہا جائے۔

یہ اکائی پونڈ سے بہت چھوٹی ہے

ایک گرام = ۱۵۵۴۳۲ گرین تقریباً

ایک پونڈ = ۴۵۳۵ گرام تقریباً

اکائیوں کا وہ نظام جس میں سینٹی میٹر، گرام اور ثانیہ بالترتیب طول، کیت مادہ اور وقت کی اکائیاں ہیں اکائیوں کا سس گ ڈ نظام کہلاتا ہے۔

(۵۶) کثافت - ایک یکساں جسم کے حجم کی اکائی میں جو مقدار مادہ ہو وہ اس جسم کی کثافت کہلاتی ہے۔ پس اگر کسی جسم کی کیت مادہ م ہو اور اس کا حجم ح ہو اور کثافت ک ہو تو

م = ح ک

(۵۷) ایک جسم کا وزن وہ قوت ہے جس سے زمین اس کو اپنی طرف کھینچتی ہے۔
یہ ثابت ہو سکتا ہے کہ دنیا میں مادہ کا ہر ایک ذرہ ہر ایک دوسرے ذرے کو ایک ایسی قوت سے کھینچتا ہے جو ذرات کی کمیات مادہ کے حاصل ضرب کی راست نسبت اور ان کے درمیانی فاصلے کے مربع کی معکوس نسبت سے بدلتی ہے۔ پس اس سے یہ نتیجہ نکل سکتا ہے کہ اگر ایک ذرہ ایک گروے کی سطح پر یا اس کے باہر واقع ہو تو گروہ اس ذرے کو ایک ایسی قوت سے کھینچتا ہے جو ذرے اور مرکز گروہ کے درمیانی فاصلے کے مربع کی معکوس نسبت سے بدلتی ہے۔ لیکن زمین کی شکل کامل طور پر گروی نہیں ہے اس لئے اسکی سطح کے نقاط مرکز سے مساوی فاصلوں پر نہیں ہیں۔ پس ایک معینہ مقدار مادہ پر زمین کی کشش اسکی سطح کے تمام نقاط پر بالکل ایک نہیں ہو سکتی یعنی ایک معینہ مقدار مادہ کا وزن زمین کے مختلف مقامات پر قدرے مختلف ہوگا۔

(۵۸) ایک جسم کا معیار حرکت اس کی کیت مادہ اور رفتار کے حاصل ضرب کے تناسب ہوتا ہے۔ اگر معیار حرکت کی اکائی کیت مادہ کی اکائی کے معیار حرکت کو لیا جائے جب اس کی رفتار، رفتار کی اکائی

ہو تو ایک جسم کا معیار حرکت ہم ر ہوگا جہاں ہم اس کی کمیت مادہ ہے اور ر رفتار ہے۔ معیار حرکت کی سمت وہی ہوگی جو رفتار کی۔

اگر ۱۰۰ گرام کا ایک جسم ۲۷۵ سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہو تو اس کے معیار حرکت میں ۲۷۵۰۰ سینٹی میٹر گرام ثانیہ اکائیاں معیار حرکت کی ہونگی۔

(۵۹) اب ہم قوانین حرکت کو بیان کر سکتے ہیں جو عام طور پر نیوٹن کے قوانین حرکت کہلاتے ہیں پہلے دو کو گلیلیو نے ۱۵۹۰ء کے قریب دریافت کیا تھا اور تیسرا قانون پرنسپیا کی اشاعت سے قبل کسی نہ کسی شکل میں ہک، ہائی گنس، والیس، رین و دیگر ریاضی دانوں کو معلوم تھا۔

نیوٹن نے ان قوانین کو اپنی کتاب پرنسپیا مطبوعہ ۱۶۸۶ء میں منضبط کیا

قوانین حرکت یہ ہیں۔

قانون اول۔ کسی جسم کی سکون کی حالت یا خطِ مستقیم میں اس کی یکساں حرکت کی حالت ہرگز نہیں بدل سکتی جب تک کہ کوئی بیرونی قوت اس پر عمل کرے اس حالت کو نہ بدلے۔

قانون دوم۔ معیار حرکت کی شرح تبدیل قوتِ عالمہ کے

متناسب ہوتی ہے اور اس کی سمت اس خط مستقیم کی سمت ہوتی ہے جس میں کہ قوت عمل کرتی ہے۔
قانون سوم۔ ہر ایک عمل قوت کے مساوی اور متقابل ایک جواب عمل ہوتا ہے۔

ان تینوں قوانین کا کوئی برہانی یا تجرباتی یا دیگر ثبوت نہیں دیا جاسکتا۔ لیکن ان قوانین پر تمام علم حرکت کی بنیاد ہے اور علم حرکت پر علم ہیئت بنی ہے۔ اور علم ہیئت سے جو نتائج حاصل ہوتے ہیں اور جو پیشین گوئیاں کی جاتی ہیں ان کا تطابق عینی مشاہداتِ عالم سے اس قدر مکمل ہے کہ اس علم کے بنیادی قوانین کا غلط ہونا حیطہ قیاس سے باہر ہے۔ مثلاً بھری جھتری چار سال پہلے شائع ہوتی ہے اور اس میں چاند اور سیاروں کی حرکات کے متعلق پیشین گوئیاں ہوتی ہیں اور سورج گرہن اور چاند گرہن کے متعلق وقت اور مقام کی شرح ہوتی ہے۔ اور یہ تمام پیشین گوئیاں ہمیشہ صحیح نکلتی ہیں۔ پس مندرجہ بالا تین قوانین حرکت کی صحت پر ہمارے اعتقاد کی اصلی وجہ یہ ہے کہ جو نتائج ان سے ماخوذ ہوتے ہیں وہ ہمارے مشاہدات سے متفق اور مطابق ہیں۔

(۶۰) **قانون اول**۔ اس قانون کی مثال ہمیں رو زمین پر نہیں مل سکتی کیونکہ عملاً یہ ناممکن ہے کہ

کسی جسم کی حرکت کے دوران میں اس پر کوئی قوت عمل نہ کرے۔ لیکن اس قانون کا تقریبی عمل ہم اس صورت میں دیکھ سکتے ہیں جب خشک اور سخت برف کا ایک ٹکڑا خشک صاف برف کی افقی سطح پر حرکت دیا جائے۔

برف کے ٹکڑے پر صرف دو قوتیں عمل کرتی ہیں۔ ایک برف کے ٹکڑے اور برف کی سطح کے درمیان فرک یا رگڑ۔ دوسری ہوا کی مزاحمت۔ برف کی سطح جتنی زیادہ صاف اور چکنی ہوگی اتنی زیادہ دور برف کا ٹکڑا جائیگا۔

اور ہوا کی مزاحمت جس قدر کم ہوگی اسی قدر زیادہ دور وہ ٹکڑا جائے گا۔ اس قانون کا بیان دعوائے یہ ہے کہ اگر برف مکمل طور پر چکنی ہو اور فرک بالکل معدوم ہو اور اگر ہوا کی مزاحمت بھی نہ ہو اور جسم پر کوئی اور قوت عمل نہ کرے تو وہ ہمیشہ ایک خط مستقیم میں یکساں رفتار سے چلتا رہے گا۔

یہ قانون اصول جمود کو بیان کرتا ہے۔ وہ

اصول یہ ہے کہ کسی جسم کا یہ طبعی میلان نہیں ہے کہ اپنی سکون کی حالت کو یا خط مستقیم میں یکساں حرکت کی حالت کو خود بخود بدل سکے۔ اگر لوہے کا ایک ٹکڑا زمین پر پڑا ہو تو وہ خود حرکت نہیں کر سکتا۔ اس کی حرکت اسی وقت ممکن ہے جب ایک بیرونی قوت اس پر عمل کرے۔

اگر دھات کا ایک ٹکڑا رسی میں باندھ کر

ایک پکنی افقی میز پر گھمایا جائے اور دوران حرکت میں رسی ٹوٹ جائے تو چونکہ دھات کے ٹکڑے پر اب کوئی قوت عمل نہیں کرتی اس لئے وہ خط مستقیم میں حرکت شروع کرے گا۔ جس نقطے پر دھات کے ٹکڑے کی مدور حرکت بند ہوئی اس نقطے پر کے خط مماس کی سمت حرکت کی سمت ہو گی۔

اگر کوئی شخص ایک تیز چلتی ہوئی ریل گاڑی میں سے نکل کھڑا ہو تو وہ بالعموم گر پڑتا ہے۔ اس کے پاؤں زمین کے ساتھ لگتے ہی ساکن ہو جاتے ہیں۔ اور چونکہ جسم کے اوپر کے حصے پر کوئی قوت عمل نہیں کرتی اسلئے اس حصے کی پہلی حرکت جاری رہتی ہے اور وہ زمین پر گر پڑتا ہے۔

اگر ایک شخص گھوڑے پر سوار ہو اور گھوڑا خوب تیز جا رہا ہو اور چلتے چلتے اچانک ٹھیر جائے تو اگر سوار اچھا نہ ہو تو گھوڑے کے سر کے اوپر سے نیچے گر جائے گا۔

اگر کوئی آدمی ایک گاڑی کی پچھلی جگہ پر بیٹھا ہو اور گاڑی اچانک چل پڑے تو اس آدمی کے پیچھے گرنے کا خطرہ ہے۔

(۶۱) قانون دوم۔ اس قانون سے ہم قوت

ناپنے کا طریقہ اخذ کرتے ہیں۔
فرض کرو کہ ایک جسم کی مقدار مادہ M ہے اور ایک
قوت Q اس پر عمل کر کے اسراع E پیدا کرتی ہے۔
تیب حسب قانون دوم

$Q \propto$ شرح تبدیل معیار حرکت

\propto شرح تبدیل M جہاں R رفتار ہے

$\propto M \times$ شرح تبدیل R (اگر M غیر تبدیل ہے)

$\propto M \times E$

ث $Q =$ لہ $M \times E$ جہاں لہ ایک مقدار مستقل ہے
اب فرض کرو کہ قوت کی اکائی ایک ایسی قوت ہے
جو کمیت مادہ کی ایک اکائی میں اسراع کی ایک اکائی
پیدا کرتی ہے۔

اس لئے جب $M = 1$ اور $E = 1$ ، تو $Q = 1$

لہذا لہ $= 1$
قوت کی اکائی کا انتخاب جب یہ ہو گیا تو مساوات
بالا کی یہ صورت ہوگی

$Q = M \times E$

اس لئے جب اکائیوں کا مناسب انتخاب کیا جائے تو قوت کا ٹاپ معیار حرکت کی شرح تبدیل کے ٹاپ کے مساوی ہوتا ہے۔

(۶۲) دفعہ سابقہ سے ظاہر ہے کہ علم حرکت میں قوت کی اکائی کی مقدار کا انحصار کمیت مادہ اور اسراع کی اکائیوں پر ہے۔ اور بموجب دفعات ۹ و ۲۹ اسراع کی اکائی طول اور وقت کی اکائیوں پر منحصر ہے۔ اس لئے قوت کی اکائی کا انحصار کمیت مادہ، طول اور وقت کی اکائیوں پر ہے۔ جب یہ اکائیاں معلوم ہوں تو قوت کی اکائی معلوم ہو سکتی ہے۔ جب کمیت مادہ، طول اور وقت کی اکائیاں، پونڈ، فٹ اور ثانیہ ہوں تو ان کی متعلقہ قوت کی اکائی پونڈل کہلاتی ہے۔

اس لئے مساوات $Q = M \times A$ بالکل درست ہے جہاں M جس میں پونڈوں کی تعداد ہے اور Q قوت عالمہ کے پونڈلوں کی تعداد ہے اور A اسراع کی اکائیوں کی تعداد ہے جو کمیت مادہ M میں قوت Q کے عمل سے پیدا ہوئیں۔

یہ تعلق بعض اوقات اس صورت میں بیان کیا جاتا ہے

$$\text{اسراع} = \frac{\text{قوت محرکہ}}{\text{مقدار مادہ محرکہ}}$$

یادداشت - اس کتاب میں قوت کی اکائی پونڈل ہوگی جب تک کہ خاص طور پر کہا نہ جائے۔ مثلاً جب ہم کہیں گے کہ ایک رسی کا تناؤ ت ہے تو اس سے ہمارا مطلب ت پونڈل ہوگا۔

(۶۳) جب کمیت مادہ، طول اور وقت کی اکائیاں گرام، سینٹی میٹر اور ثانیہ ہوں تو ان کی متعلقہ قوت کی اکائی کو ڈائنین کہتے ہیں۔ یہ نام ایک یونانی لفظ سے مشتق ہے جس کے معنی قوت ہیں۔

پس جب اس نظام میں مساوات $Q = Mc^2$ کا استعمال کیا جائے تو قوت کا اندازہ ڈائنینوں میں ہوگا اور کمیت مادہ کا گراموں میں اور اسراع کا سینٹی میٹر ثانیہ اکائیوں میں۔

(۶۴) قوت کی اکائی اور کمیت مادہ کی اکائی کے وزن کا باہمی تعلق۔

جیسا کہ دفعہ ۴۲ میں بیان ہوا ہمیں معلوم ہے کہ جب ایک جسم خلا میں آزادانہ گرتا ہے تو وہ ایک ایسے اسراع سے حرکت کرتا ہے جسے ہم ”ج“ سے تعبیر کرتے ہیں اور جو قوت کہ اس اسراع کو پیدا کرتی ہے وہ ہے جسے ہم جسم کا وزن کہتے ہیں۔

اب اگر کمیت مادہ کی اکائی پر قوت کی اکائی عمل کرے تو

اس میں اسراع کی اکائی پیدا کرتی ہے
اس لئے اگر کمیت مادہ کی اکائی پر قوت کی ج اکائیاں
عمل کریں تو وہ اسراع کی ج اکائیاں پیدا کریں گی (بموجب
قانون دوم) لیکن کمیت مادہ کی اکائی کا وزن ہی ہے
جو اس میں اسراع کی ج اکائیاں پیدا کرتا ہے۔

پس کمیت مادہ کی اکائی کا وزن = قوت کی ج اکائیاں
(۶۵) اکائیوں کا فٹ پونڈ ثانیہ نظام۔

اس نظام میں ج تقریباً ۳۲.۱۷ کے مساوی ہے
اس لئے ایک پونڈ کا وزن قوت کی ج اکائیوں کے
برابر ہے یعنی ج پونڈوں کے مساوی ہے، جہاں
ج = ۳۲.۱۷ تقریباً

پس ایک پونڈل ایک پونڈ کا تقریباً $\frac{1}{۳۲.۱۷}$ ہے یعنی
تقریباً نصف اونس کے وزن کے مساوی ہے۔

چونکہ روئے زمین کے مختلف مقامات پر ج کی قیمتیں
مختلف ہیں اور پونڈل ایک ایسی قوت ہے جو ہر جگہ
ایک ہی رہتی ہے اس سے یہ نتیجہ نکلا کہ پونڈ کا وزن
ایک مقدار مستقل نہیں ہے بلکہ روئے زمین کے

مختلف مقامات پر مختلف ہے۔
(۶۶) اکائیوں کا سینٹی میٹر گرام ثانیہ نظام۔

اس نظام میں ج تقریباً ۹۸۱ کے برابر ہے
اس لئے ایک گرام کا وزن قوت کی ج اکائیوں کے

مساوی ہے یعنی ج ڈائینوں کے برابر ہے جہاں ج = ۹۸۱ تقریباً

پس ڈائین ایک گرام کا تقریباً $\frac{1}{981}$ ہے
ڈائین پونڈل سے بہت چھوٹی اکائی ہے ان کا باہمی
تعلق بطریق ذیل آسانی سے معلوم ہو سکتا ہے۔

$$\frac{\text{ایک پونڈل}}{\text{ایک ڈائین}} = \frac{\text{ایک پونڈ کے وزن کا } \frac{1}{32.174}}{\text{ایک گرام کے وزن کا } \frac{1}{981}}$$

$$= \frac{981}{32.174} \times \frac{1}{32.174} = ۲۵۳۶۶ \times \frac{981}{32.174} = \frac{\text{ایک پونڈ}}{\text{ایک گرام}} \times \frac{981}{32.174} =$$

(موجب دفعہ ۵۵)

پس ایک پونڈل = ۱۳۸۰۰ ڈائین تقریباً

امثلہ نمبری (۹)

(۱) ایک جسم پر جس کی کیت مادہ ۲ پونڈ ہے ایک
غیر متبادل قوت عمل کرتی ہے اور ۵ ثانیہ میں ۱۵ فٹ
فی ثانیہ کی رفتار پیدا کرتی ہے۔ اگر جسم ابتدا میں ساکن
تھا تو قوت کی مقدار معلوم کرو۔

بذریعہ مساوات $b = a + c + d$

$$c = \frac{15}{5} = ۳$$

اگر قوت میں قی پونڈل ہوں تو

ق = $20 \times 3 = 60$ پونڈل
 (۲) ایک ۱۰ پونڈ کمیت مادہ والا جسم ایک چکنی افقی سطح پہ پڑا ہے اور اس پر ایک ۳ پونڈ وزن کے مساوی قوت عمل کرتی ہے۔ دریافت کرو کہ ۱۰ ثانیہ میں وہ کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

سوال بنا میں قوت محرکہ = ۳ پونڈ کا وزن = ۳ ج پونڈل
 اور مقدارِ مادہ محرکہ = ۱۰ پونڈ
 پس اگر فٹ ثانیہ اکائیاں استعمال ہوں تو اسراع = $\frac{3}{10}$ ج

۱۰ فاصلہ مطلوبہ = $\frac{1}{2} \times \frac{3}{10} \times 10^2 = 15$ فٹ
 (۳) اس قوت کی مقدار معلوم کرو جو ایک کیلو گرام پر ۵ ثانیہ عمل کر کے اس میں ایک میٹر فی ثانیہ کی رفتار پیدا کرے

یہاں رفتار مصلہ = ۱۰۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ
 اس لئے اسراع = ۲۰ م گ ثا اکائیاں
 پس قوت = $20 \times 1000 = 20000$ ڈائین = $\frac{20000}{981}$ گرام کا وزن تقریباً
 = ۲۰.۴۸ گرام کا وزن تقریباً

(۴) ذیل کی تین صورتوں میں اسراع معلوم کرو
 (۱) ۵ پونڈل کی قوت ۱۰ پونڈ کمیت مادہ والے جسم پر عمل کرتی ہے۔

(۲) ۵ پونڈ کے وزن کے مساوی قوت ۱۰ پونڈ کمیت مادہ والے جسم پر عمل کرتی ہے۔

(۳) ۵۰ پونڈ وزن کی قوت ۱۰ اٹن مقدار مادہ پر عمل کرتی ہے۔

(۵) ایک قوت ۲ پونڈ کی مقدار مادہ میں ۱۰ فٹ ثانیہ اکائیاں اسراع کی پیدا کرتی ہے۔ قوت کی مقدار پونڈوں میں اور پونڈوں کے وزن میں دریافت کرو۔

(۶) ایک ایسی قوت معلوم کرو جو ۱۲۰ پونڈ مقدار مادہ پر ۵ سیکنڈ عمل کر کے اس میں ۱۵ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار پیدا کرے۔ مقدار مادہ ایک چکنی مینر پر پڑی ہے اور قوت سمت افقی میں عمل کرتی ہے۔

(۷) ۱۰ ہنڈرڈ ویٹ مقدار مادہ پر ایک قوت ۱۰ ثانیہ عمل کر کے اس میں تین میل فی گھنٹہ کی رفتار پیدا کرتی ہے۔ قوت کی مقدار معلوم کرو۔

(۸) ۲ پونڈ وزن کی ایک قوت ۲۰ پونڈ کی مقدار مادہ پر آدھ منٹ عمل کرتی ہے۔ اور اتنے وقت میں محصلہ رفتار اور طے شدہ فاصلہ معلوم کرو۔

(۹) ایک جسم ایک یکساں قوت کے زیر عمل ۱۰ سیکنڈ میں ۷ میٹر طے کرتا ہے قوت کا مقابلہ جسم کے وزن سے کرو اور رفتار محصلہ دریافت کرو۔

(۱۰) ایک پونڈ وزن کی قوت ۱۸ پونڈ مقدار مادہ پر ایک چکنی افقی سطح پر عمل کرتی ہے۔

دریافت کرو کہ ۵۰ فٹ فاصلہ طے کرنے کے بعد اسکی

کیا رفتار ہوگی؟

(۱۱) ایک جسم کی کمیت مادہ ۲۰ ٹن ہے اور اس پر ۱۱۲۰۰۰ پونڈل کی قوت عمل کرتی ہے۔ بتاؤ کہ کتنی مدت

میں اس کی رفتار تیس میل فی گھنٹہ ہوگی؟

(۱۲) ایک ٹن کی مقدار مادہ ۱۰ پونڈ وزن کی قوت کے

زیر عمل کتنی مدت میں ۴ فٹ کا فاصلہ طے کرے گی؟

(۱۳) ۲۲۴ پونڈ کی کمیت مادہ ایک افقی چکنی سطح پر

پڑی ہے۔ ایک یکساں قوت اس پر ۵ سیکنڈ عمل

کر کے اس کو اتنے وقت میں ۵۰ فٹ کا فاصلہ طے

کراتی ہے۔ ثابت کرو کہ قوت تقریباً ۲۸ پونڈ وزن کے

برابر ہے۔

(۱۴) ایک گاڑی کی مقدار مادہ ۱۶ ٹن ہے اور وہ چکنی

ریل کی سڑک پر کھڑی ہے۔ ایک گھوڑا ریل کی سمت

میں ایک ہنڈرڈ ویٹ وزن کی قوت کے ساتھ گاڑی کو

یکساں کھینچتا ہے۔ دریافت کرو کہ ایک منٹ میں گاڑی

کتنی دور جائے گی؟

(۱۵) ۱۰ گرام کے وزن کی ایک قوت ۲۷ گرام کی مقدار

مادہ پر ایک سیکنڈ عمل کرتی ہے۔ رفتار محصلہ اور طے

شدہ فاصلہ معلوم کرو۔ اور اگر ایک سیکنڈ کے بعد

قوت کا عمل مسدود ہو جائے تو معلوم کرو کہ اس قوت

سے شمار کر کے ایک منٹ میں جسم کتنی دور جائیگا؟

(۱۶) ایک کیلو گرام کے وزن کی قوت ایک جسم پر ایک سینٹ
مسل عمل کرتی ہے اور اتنے وقت میں جسم ۱۰ میٹر
طے کرتا ہے۔ جسم کی مقدار مادہ دریافت کرو۔

(۱۷) ایک چکنی افقی سطح پر ایک ۹ پونڈ وزن کی قوت
ایک جسم پر عمل کرتی ہے۔ ۲۵ فٹ طے کرنے کے بعد
جسم کی رفتار محصلہ ۱۰ فٹ فی سینٹ ہے۔ جسم کی کیت
مادہ دریافت کرو۔

(۱۸) ایک جسم ایک چکنی مینر پر پڑا ہے اور ایک ۶ پونڈ
وزن کی قوت اس پر مسل عمل کرتی ہے۔ ۳ سینٹ
کے بعد جسم کی رفتار ۴۸ فٹ فی سینٹ ہے۔ جسم کی
مقدار مادہ دریافت کرو۔

(۱۹) ۳ پونڈ مقدار مادہ کا ایک جسم جاذبہ ارض کے زیر
عمل ۱۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے گر رہا ہے۔ اس یکساں
قوت کی مقدار دریافت کرو جو اسے (۱) ۲ سینٹ میں
(۲) ۲ فٹ فاصلہ طے کرنے میں، ساکن کر دے۔

(۲۰) ایک قوت ۵ پونڈ کی مقدار مادہ پر ۱۱ ثانیہ عمل
کر کے اس میں ۵ فٹ فی ثانیہ کی رفتار پیدا کرتی ہے
اور ایک دوسری قوت ۶۲۵ پونڈ کی مقدار مادہ پر ایک
منٹ عمل کر کے اس میں ۱۸ میل فی گھنٹہ کی رفتار
پیدا کرتی ہے۔ دونو قوتوں کا مقابلہ کرو۔

(۲۱) ایک جسم جس کی کیت مادہ ۱۰ پونڈ ہے حالت

سکون سے ۱۰ فٹ گرتا ہے اور پھر ایک فٹ ریت میں گھس کر ساکن ہو جاتا ہے۔ جسم پر ریت کا اوسط دباؤ معلوم کرو۔

(۲۲) ایک توپ کی نالی کا طول ۲۰۰ سینٹی میٹر ہے اور اس کے ذریعہ ایک گولہ جس کی مقدار مادہ ۱۰۰۰ گرام ہے ۴۵۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ توپ چلنے کے وقت گولے پر عمل کرنے والی اوسط قوت 53.0625×9.8 ڈائین ہے۔

(۲۳) ایک توپ میں ۱۰۰ پونڈ کمیت مادہ کا گولہ پڑتا ہے۔ اگر توپ کے منہ سے ایک فٹ کاٹ دیا جائے تو گولے کی رفتار ۱۴۹۰ فٹ فی ثانیہ سے بدل کر ۱۳۳۰ فٹ فی ثانیہ رہ جاتی ہے۔ ثابت کرو کہ بارود کی قوت گولے پر تقویاً ۳۱۵ ٹن وزن کے برابر ہے۔

(۲۴) ایک گولی جو ۲۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلتی ہے ایک لکڑی میں ۹ انچ گھس جاتی ہے۔ اگر ایک اور گولی اسی رفتار سے چلتی ہوئی اسی قسم کی پانچ انچ موٹی لکڑی میں گھسے تو دریافت کرو کہ کتنی رفتار سے وہ دوسری طرف نکلے گی۔ لکڑی کی مزاحمت یکساں فرض کر لی جائے۔

(۲۵) ایک سوٹر کار ۳۰ کیلو میٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے اہل بیریک لگا کر اسکو ۳ سیکنڈ میں ساکن

کردیا جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ اس مقام سے جہاں بریک لگائے گئے ہیں ۲۲ میٹر چل کر موٹر کار ساکن ہوگئی اور یہ بھی ثابت کرو کہ بریکوں کی قوت موٹر کار کے وزن کا ۲۸۳ گنا ہے۔

نیز یہ بھی کہ یہ قوت موٹر کار کو ایک ایسی سطح مائل پر ساکن رکھ سکتی ہے جس کا میلان $3\frac{1}{4}$ میں ایک ہو۔ (۶۷) پونڈل اور ڈائین مطلق اکائیاں کہلاتی ہیں کیونکہ ان کی قیمت ج کی قیمت پر منحصر نہیں ہے۔ ج کی قیمت روئے زمین کے مختلف مقامات پر مختلف ہے۔ چونکہ پونڈ اور گرام کے وزن ج کی قیمت پر منحصر ہیں اس لئے ان کو تجاذبی اکائیاں کہتے ہیں۔ (۶۸) کسی جسم کا وزن اس کی مقدار مادہ کے متناسب ہے اور اس کا انحصار مادہ کی قسم پر نہیں ہے۔

اگر ہمارے پاس ایک ہوابند قابلہ ہو جو ہوا سے بالکل خالی ہو اور اس میں ایک ہی بلندی سے ایک ہی وقت مختلف اقسام کے مادوں کے اجسام نیچے گرنے کے لئے چھوڑے جائیں مثلاً دھات کا ٹکڑا، کسی پرندے کا پر، کاغذ کا پرزہ وغیرہ۔ تو ان کی حرکت کا ملاحظہ کرنے سے معلوم ہوگا کہ تمام چیزیں ایک ساتھ گرتی ہیں۔ اور ایک سے فاصلے طے کوئی ہوئی ایک ساتھ قابلہ کی تہ پر پہنچتی ہیں خواہ ان کو کسی بلندی سے چھوڑا جائے اور خواہ کسی

قسم کے مادے ہوں گے تاکہ یہ اجسام ایک وقت میں مساوی فاصلے طے کرتے ہیں اس لئے ان کی رفتاریں (تقل مکان کی شرحیں) اور ان کے اسراع (تبدل رفتار کی شرحیں) ہمیشہ برابر ہونگی۔

طالب علم بغیر خلا پیدا کرنے کے تجربہ بالا تقریباً کر سکتا ہے۔

ایک پیسہ اور ایک ہلکی چیز مثلاً کاغذ کا پرزہ لو۔ کاغذ کے پرزے کو پیسے پر جما کر رکھ دو اور ان کو اُتتی وضع میں پکڑ کر نیچے چھوڑ دو تو وہ دونو اکٹھے ہی نیچے گریں گے۔ حالانکہ اگر ان کو علیحدہ علیحدہ ایک ساتھ چھوڑا جائے تو پیسہ کاغذ سے بہت پہلے زمین پر پہنچے گا۔ پیسہ کاغذ کے راستے سے ہوا کو ہٹا دیتا ہے اور حرکت دیے ہی ہوتی ہے جیسے کہ گویا ہوا نہیں ہے۔

اب فرض کرو کہ دو اجسام کے وزن W اور P پونڈل ہیں اور ان کی کمیت مادہ M اور m ہیں۔ تو چونکہ ان کے اسراع مساوی ہیں اور ج کے برابر ہیں

$$\begin{aligned} W &= M \cdot J \\ P &= m \cdot J \end{aligned}$$

یعنی کسی جسم کا وزن اس کی مقدار مادہ کے متناسب ہے۔

پس جن اجسام کے وزن برابر ہیں ان میں ایک ہی سی مقدار مادہ ہوگی۔

اس لئے اگر دو اجسام کی کمیت مادہ کی نسبت معلوم ہو تو ان کے اوزان کی نسبت بھی معلوم ہو گئی۔

مساوات $و = م ج$ ایک عددی مساوات ہے۔

اس کا مطلب یہ ہے کہ جسم کے وزن میں قوت کشی اکائیوں کی تعداد دو عددوں کے حاصل ضرب کے مساوی ہے۔ ایک جسم کی کمیت مادہ کی اکائیوں کی تعداد اور دوسرا اس اسراع کی اکائیوں کی تعداد جو جسم کا وزن اس میں پیدا کرے۔

بذریعہ دفعہ ۶۱ و دفعہ ۶۲ $ق = ج ع$ یعنی ایک قوت کی ایک جسم کے وزن سے وہی نسبت ہے جو دو اسراعوں کی آپس میں نسبت ہے ایک اسراع وہ جو اس جسم میں اس قوت کے زیر عمل پیدا ہو اور دوسرا اسراع وہ جو وزن کے زیر عمل اسی جسم میں پیدا ہو۔ بعض مولفین ق اور ع کے تعلق کو صورت بالا میں ادا کرتے ہیں۔

(۶۹) مقدار مادہ اور وزن کا فرق۔ طالب علم کو چاہئے کہ کسی جسم کے وزن اور مقدار مادہ کے فرق کو بخوبی سمجھے۔ چونکہ اجسام کی مقادیر مادہ کا اندازہ عادتاً بذریعہ ان کے اوزان کے کیا جاتا ہے اس لئے

ان کا فرق غالباً طالب علم کو معلوم نہیں ہے حالانکہ یہ دونو بالکل مختلف ہیں۔ فرض کرو کہ توپ کا ایک گولہ عین زمین کے مرکز پر پڑا ہے تو وہاں وہ بالکل بے وزن ہوگا کیونکہ زمین کی قوت جاذبہ عین اس کے مرکز پر صفر ہے۔ لیکن توپ کے گولے کا مادہ وہاں موجود ہے۔ اگر توپ کا گولہ وہاں حرکت میں ہو تو اس کو ساکن کرنے کے لئے اتنی ہی قوت مطلوب رہے گی جتنی کہ سطح زمین پر مماثل حالات میں مطلوب ہو۔ اس سے ظاہر ہے کہ کسی جسم کے وزن کا بالکل معدوم ہونا ممکن ہے لیکن اس کا مادہ ویسے کا ویسا ہی رہتا ہے۔

اس اختلاط کی وجہ غالباً یہ ہے کہ ”پونڈ“ کا لفظ دو معنوں میں استعمال ہوتا ہے جو علمی حیثیت سے مختلف ہیں۔ ”پونڈ“ کا لفظ ”ایک پونڈ کی مقدار مادہ“ کے معنوں میں بھی استعمال ہوتا ہے اور ”ایک پونڈ کا وزن“ بھی اس سے مراد ہوتا ہے۔ لیکن طالب علم کو خاص طور پر یہ بات ذہن نشین کرنی چاہئے کہ لفظ ”پونڈ“ کے اصلی معنی ”ایک پونڈ کی مقدار مادہ“ ہی ہے۔ اور جب ہم اس قوت کا ذکر کرنا چاہیں جس سے زمین اس مقدار مادہ کو اپنی طرف کھینچتی ہے تو ہمیں ”ایک پونڈ کا وزن“ کہنا چاہئے۔

اکثر اوقات اسی ”ایک پونڈ کے وزن“ کو مختصراً ”ایک پونڈ“ کہا جاتا ہے لیکن اس بات کی احتیاط لازمی ہے کہ اس جملے سے اصلی مراد کیا ہے۔

یہ بات بھی قابل ذکر ہے کہ جملہ ”سیسے کا ایک گولہ وزنی ۲ پونڈ“ فی الحقیقت ذیل کے جملے کا اختصار ہے۔ ”سیسے کا ایک گولہ جس کا وزن ۲ پونڈ کے وزن کے مساوی ہے“ سیسے کی مقدار مادہ ۲ پونڈ ہے اور اس کا وزن ۲۰ ج پونڈ ہے۔

(۲) پلٹروں والی ترازو اور کمائی دار ترازو سے تولنے کا فرق۔ دفعہ ۴۲ میں ہمیں یہ معلوم ہو چکا ہے کہ روئے زمین کے ایک مقام سے دوسرے مقام پر جانے میں اسراع بجاذبہ ارض یعنی ج کی قیمت قدرے بدل جاتی ہے۔ جب ہم کوئی چیز مثلاً چائے پلٹروں والی ترازو سے تولتے ہیں۔ تو ہم چائے ایک پلٹرے میں ڈالتے ہیں اور باٹ دوسرے پلٹرے میں۔ اور چائے کو کم زیادہ کرتے ہیں جب تک چائے کا وزن ان معلومہ باٹوں کے وزن کے برابر نہ ہو جائے۔ اور بذریعہ دفعہ ۶۸ یہ ظاہر ہے کہ چائے کی مقدار مادہ باٹوں کی مقدار مادہ کے برابر ہے۔ پس پلٹروں کی ترازو کے ذریعے مقادیر مادہ ناپی جاتی ہیں نہ کہ اوزان۔ اس لئے چائے کا وزن روئے زمین

کے ہر مقام پر ایک ہی سا معلوم دیگا اگر پٹروں کی ترازو سے تولایا جائے۔

لیکن جب ہم چائے کو کمائی دار ترازو کے ذریعے تولتے ہیں۔ تو ایسے ترازو کے کانٹے کے ساتھ لٹکا کر دیکھتے ہیں کہ چائے کے وزن سے کمائی کہاں تک کھینچ گئی یعنی چائے کا وزن اس قوت کے مساوی ہے جو کمائی کو وہاں تک کھینچنے کے لئے درکار ہے۔ اگر اس ترازو اور اس چائے کو دوسری جگہ مثلاً لندن پیرس لیجائیں۔ تو چائے کا وزن مختلف ہوگا لیکن ترازو کی کمائی کو اتنا ہی کھینچنے کے لئے اتنی ہی قوت مطلوب ہوگی۔ اس لئے چائے کا وزن کمائی کو مختلف مقام تک کھینچے گا یعنی کمائی دار ترازو سے تولنے میں چائے کا وزن مختلف معلوم دیگا۔

اگر دو مقامات ۱ اور ۲ ایسے ہوں کہ ۱ پر ج کی قیمت دوسرے مقام پر ج کی قیمت سے زیادہ ہو تو ۱ پر چائے کی ایک دی ہوئی مقدار کا وزن کمائی دار ترازو سے تولنے میں دوسرے مقام پر کے وزن سے زیادہ ہوگا۔

مثال (۱) خط استوا پر ج کی قیمت ۳۲۵۰.۹ ہے اور لندن میں ۳۲۵۲، ایک سود اگر خط استوا پر ہے ایک شلنگ فی پونڈ کے حساب سے چائے خریدتا،

اور لندن میں فروخت کرتا ہے۔ اگر وہ دونو مقاموں پر خرید و فروخت کے لئے ایک ہی کمائی دار ترازو استعمال کرے تو دریافت کرو کہ لندن میں کس قیمت پر وہ چائے فروخت کرے کہ اس کو نفع ہو نہ نقصان چائے کی جس مقدار کا وزن خط استوا پر ایک پونڈ کا وزن ہے لندن میں اس کا وزن $\frac{326.2}{326.9}$ پونڈ کے وزن کے مساوی ہو گا۔ پس اس کو چائے کہ ایک شلنگ میں $\frac{326.2}{326.9}$ پونڈ چائے دے یعنی $\frac{326.9}{326.2}$ شلنگ فی پونڈ

مثال (۲) ایک مقام ۱ پر ج ۳۲۱۲۲ ہے اور دوسرے مقام ب پر ج کی قیمت ۳۲۱۱۲ ہے۔ ایک سوداگر ۱ پر دس پونڈ فی ہنڈرڈ ویٹ کے حساب سے کچھ سامان خریدتا ہے اور ب پر فروخت کرتا ہے اور خرید اور فروخت دونوں ایک ہی کمائی دار ترازو استعمال کرتا ہے۔ اگر اس کو ۲۰ فیصدی نفع ہو تو ثابت کرو کہ اس کی قیمت فروخت ۱۲ پونڈ $\frac{3}{4}$ ۱۰ پنس فی ہنڈرڈ ویٹ ہے۔ (۷۱) قوتوں کا طبعی استغنا۔ قانون دوم کا آخری حصہ یہ بیان کرتا ہے کہ حرکت کی تبدیلی جو کسی قوت کی وجہ سے ہوتی ہے وہ قوت کے خط عمل کی سمت میں ہوتی ہے۔

فرض کرو کہ ایک ذرہ سمت ا ب میں حرکت کر رہا ہے اور ایک قوت سمت ا ج میں اس پر عمل کرتی ہے تو اس قانون کا یہ مطلب ہے کہ سمت ا ب میں رفتار میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی اور رفتار میں جو تبدل واقع ہوتا ہے وہ صرف سمت ا ج ہی میں ہوتا ہے اس لئے اگر وقت کی ایک اکائی کے اختتام پر ہم اصلی رفتار معلوم کرنا چاہیں تو ہمیں دو رفتاروں کی آپس میں ترکیب کرنی چاہئے۔ ایک تو وہ رفتار جو ا ب کی سمت میں ہے اور دوسری وہ رفتار جو وقت کی ایک اکائی میں قوت کے عمل کی وجہ سے سمت ا ج میں پیدا ہوئی۔ اب اگر کوئی اور قوت کسی اور سمت میں ذرہ پر عمل کرے تو یہی دلیل اس پر بھی عائد ہو سکتی ہے اور اسی طرح اگر بہت سی قوتیں عمل کریں تو ان پر بھی ایسی ہی دلائل عائد ہونگی۔ پس اگر کسی ساکن یا متحرک ذرے پر قوتوں کا ایک نظام عمل کرے تو ان کا مجموعی اثر اس طرح معلوم ہوگا کہ ذرے کو ساکن سمجھیں اور اس پر ہر ایک قوت کے اثر کا جداگانہ اندازہ کرتے ہوئے باقی قوتوں کو کالعدم تصور کریں۔ اور پھر تمام قوتوں کے اثرات کی ترکیب کریں۔ قوتوں کے طبیعی استغنا کا اصول یہی ہے۔

ہم اس اصول کی توضیح کے لئے ایک مثال دیتے ہیں فرض کرو کہ ایک ریل گاڑی تیز جا رہی ہے اور اس میں ایک مسافر ایک گیند اپنے ہاتھ سے نیچے چھوڑتا ہے تو گیند گاڑی کے فرش کے اسی مقام پر لگیلی جہاں گاڑی کے ساکن ہونے کی حالت میں گرتی۔ اس سے ثابت ہے کہ جس رفتار سے گاڑی چل رہی ہے وہی رفتار سے گیند بھی ساتھ ساتھ چل رہی ہے۔ یا یوں کہو کہ گیند کے وزن کی وجہ سے صرف سمت شاقولی میں حرکت تبدیل ہوئی۔ اور گیند کے وزن کا اثر گیند کی افقی رفتار پر کچھ نہیں ہوا۔

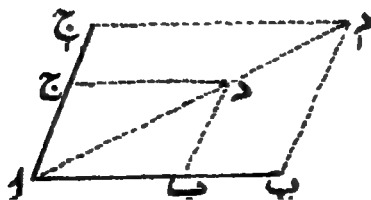
اب ایک اور مثال پر غور کرو۔ اگر دو چھوٹے گولے ایک میز کے کنارے پر رکھے جائیں اور ان کو اس طرح چوٹ لگائی جائے کہ دونوں ایک ہی وقت میں سے علیحدہ ہوں اور میز سے علیحدہ ہونے کے وقت ان کی رفتاروں میں خواہ کتنا ہی فرق ہو۔ تو دونوں گولے ایک ہی وقت فرش پر لگیں گے خواہ ان کی مقادیر مادہ اور ان کی ابتدائی رفتاریں کچھ ہی ہوں۔ اس سے ثابت ہے کہ دونوں اجسام کے شاقولی اسراع اور رفتاریں نہ تو ان کی مقادیر مادہ پر منحصر ہیں اور نہ ان کی ابتدائی رفتاروں پر۔

ایک بازیگر کی مثال بھی ویسی ہی ہے جو گھوڑے پر

علم حرکت ۱۳۰ باب چہارم

سوار ہو اور ایک حلقے میں سے کودنا چاہے۔ وہ گھوڑے کی پیٹھ پر سے سمت عمودی میں کودتا ہے۔ اس کی اتنی رفتار دہی ہے جو گھوڑے کی ہے اور وہ بدستور اس وقت بھی جاری رہتی ہے جب وہ کود کر گھوڑے کی پیٹھ سے جدا ہوتا ہے۔ اس لئے جب وہ نیچے واپس آتا ہے تو عین گھوڑے کی پیٹھ پر اسی جگہ آ بیٹھتا ہے جہاں سے وہ کودا تھا۔

(۷۲) قوتوں کا متوازی الاضلاع۔ ہم نے دفعہ ۳۰ میں یہ ثابت کیا ہے کہ اگر ایک ذرے کے جس کی مقدار مادہ m ہو دو اسراع a اور b ہوں جو مقدار اور سمت میں خطوط a اور b سے تعبیر ہوں تو اس کا حاصل اسراع c ہوگا جو مقدار اور سمت میں a سے تعبیر ہوگا جہاں a اس متوازی الاضلاع کا قطر ہے جس کے اضلاع متصلہ a اور b ہیں۔



چونکہ ذرے کا اسراع سمت Δ ب میں E ہے تو اس سمت میں قوت Q ($= mE$) ہوگی۔ اسی طرح سمت Δ ج میں قوت Q ($= mE$) ہوگی۔ فرض کرو کہ Δ ب اور Δ ج ان قوتوں کو مقدار اور سمت میں تعبیر کرتے ہیں۔ متوازی الاضلاع Δ ب Δ ج کی تکمیل کرو۔ تو چونکہ Δ ب اور Δ ج کی سمتوں میں جو قوتیں عمل کرتی ہیں وہ ان سمتوں کے اسراعوں کے متناسب ہیں اس لئے

Δ ب : Δ ج :: Δ ب : Δ ج
لہذا بذریعہ علم ہندسہ Δ د اور Δ ایک ہی خط مستقیم میں ہیں۔

اور Δ د : Δ ج :: Δ ب : Δ ج
اس سے ظاہر ہے کہ جو اسراع Δ د سے تعبیر ہوتا ہے اس کو پیدا کرنے والی قوت Δ د سے تعبیر ہوگی۔ یعنی Δ د اس قوت کو تعبیر کرتا ہے جو قوتوں Δ ب اور Δ ج کے مساوی ہے۔

پس قوتوں کے متوازی الاضلاع کا مسئلہ ثابت ہوا جو بالفاظ ذیل بیان ہو سکتا ہے۔

اگر ایک ذرے پر دو قوتیں عمل کریں جو مقدار اور سمت میں ایک متوازی الاضلاع کے دو اضلاع متصل سے تعبیر ہوں تو دونوں ملکر ایک ایسی قوت کے مساوی ہوگی

جو مقدار اور سمت میں متوازی الاضلاع کے اس قطر سے تعبیر ہوگی جو ان دونوں اضلاع کے نقطہ اتصال میں سے گزرتا ہے۔

نتیجہ صریح - اگر دفعات ۱۳ تا ۱۹ میں جو رفتاروں کے متوازی الاضلاع پر مبنی ہیں ہم لفظ "رفتار" کی بجائے لفظ "قوت" استعمال کریں تو بھی کل دفعات صحیح ہونگے۔ (۷۳) قانون سوم - ہر ایک قوتی عمل کے مساوی اور متقابل ایک جوابی عمل ہوتا ہے۔

جہاں کہیں قوت لگائی جائے وہاں درحقیقت دو اجسام کے درمیان باہمی عمل ہوتا ہے اس باہمی عمل کو تعامل کہتے ہیں یعنی نیوٹن کا عمل اور جوابی عمل دونوں مل کر تعامل کہلاتے ہیں۔

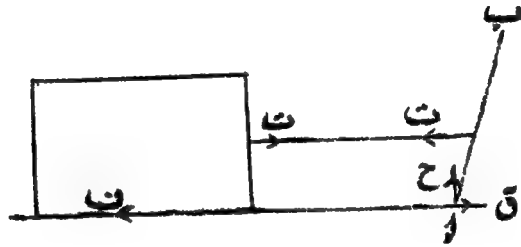
مثالیں

(۱) اگر ایک کتاب میز پر پڑی ہو تو جس قوت سے کتاب میز کو نیچے دباتی ہے اسی قوت سے میز کتاب کو اوپر دباتی ہے۔

(۲) اگر ایک شخص ایک وزن رسی میں باندھ کر اسے اٹھائے تو رسی ایک طرف تو وزن کو ایک خاص قوت سے اوپر کھینچتی ہے اور دوسری طرف اس شخص کے ہاتھ کو اسی قوت سے نیچے کھینچتی ہے۔

(۳) جس قوت سے زمین کسی جسم کو اپنی طرف کھینچتی ہے وہ اس جسم کا وزن ہے۔ اسی قوت سے وہ جسم بھی زمین کو اپنی طرف کھینچتا ہے۔

(۴) جب ایک آدمی کسی وزنی جسم کو رسی کے ذریعہ زمین پر کھینچتا ہے تو رسی جس قوت سے جسم کو آگے کی طرف کھینچتی ہے اسی قوت سے آدمی کو پیچھے کی طرف کھینچتی ہے (رسی کا وزن نظر انداز کیا گیا ہے)



شکل میں (ب) آدمی کے جسم کا مرکزی خط ہے۔ ق اور ح وہ افقی اور عمودی قوتیں ہیں جن سے زمین اس کے پاؤں کو دباتی ہے اور جو ان قوتوں کے متساوی اور متقابل ہیں جن سے پاؤں زمین کو دباتے ہیں۔ ت رسی کا تناؤ ہے جو اس کے سروں پر متقابل سمتوں میں عمل کرتا ہے۔ اور ف وہ افقی قوت ہے جو زمین اور جسم کے درمیان ہے۔

آدمی حرکت کرتا ہے کیونکہ ق < ت
 جسم حرکت کرتا ہے کیونکہ ت < ف
 یعنی ابتداء حرکت میں ق < ت < ف
 جب آدمی اور جسم یکساں حرکت کر رہے ہوں تو یہ تینوں
 قوتیں برابر ہونگی۔

(۵) اگر ربڑ کے ایک تسمے کو ایک آدمی دونو ہاتھوں سے
 کھینچ کر لمبا کرے تو جس قوت سے تسمہ ایک ہاتھ کو
 کھینچے گا اسی قوت سے دوسرے ہاتھ کو کھینچے گا۔
 دو ریل گاڑیوں کے درمیان جو گدیاں ہوتی ہیں وہ ایک
 گاڑی کو اسی قوت سے دھکیلتی ہیں جس قوت سے
 دوسری گاڑی کو۔



باب پنجم

قوانین حرکت (مسلل)

آسان سوالات کے حل میں ایسا استعمال

(۷۴) دو ایسے ذرات کی حرکت جو ایک رسی سے
مربوط ہیں -

دو ذرے جن کی مقادیر مادہ m اور M ہیں ایک
ہلکی رسی کے سروں سے بندھے ہیں اور رسی ایسی
ہے کہ کھینچنے سے اس کا طول نہیں بڑھتا۔ رسی
ایک چھوٹی ثابت چکنی چرخہ پر سے گزرتی ہے۔
اگر $m < M$ تو اس نظام کی حرکت معلوم کرو اور
رسی کا تناؤ بھی دریافت کرو۔

فرض کرو کہ رسی کا تناؤ پونڈل ہے۔
چونکہ چرخہ چکنی ہے اس لئے رسی کا
تناؤ اس کے طول کے ہر ایک
مقام پر یکساں ہے۔



چونکہ کچھ سے رسی کا طول نہیں بڑھتا اس لئے ہم کی حرکت اوپر کی طرف ہر آن وہی ہوگی جو ہم کی حرکت نیچے کی طرف۔

پس ان کے اسراع (تبدیل رفتار کی شرحیں) مقدار میں مساوی ہوں گی۔

فرض کرو کہ مشترکہ اسراع E ہے
ہم پر نیچے کی طرف عمل کرنے والی قوت $(M - J - T)$
پونڈل ہے

لہذا $M - J - T = M \cdot E$ (۱)
اسی طرح M پر اوپر کی طرف عمل کرنے والی قوت
($T - M - J$) پونڈل ہے

$T - M - J = M \cdot E$ (۲)
(۱) اور (۲) پر عمل جمع کرنے سے

$$E = \frac{(M - J) + (T - M - J)}{M + M}$$

چونکہ اسراع معلوم ہے اور غیر متبدل ہے اس لئے دفعہ ۳۲ کی مساواتوں کے ذریعہ ایک مدت معلومہ میں طے شدہ فاصلہ اور رفتار محصلہ معلوم ہو سکتی ہے۔

تجربہ - نتیجہ بالا کے استعمال سے J کی قیمت کا تقریبی حساب ہو سکتا ہے اگر ہم چرخ کی فرک وغیرہ کا لحاظ کریں ایک ہلکی چرخ زمین سے مناسب بلندی پر اس طرح نصب

کرو کہ دونو جسموں کا طے کردہ فاصلہ ناپا جا سکے۔ چرنی پر ایک ہلکی رسی چڑھاؤ جس کے سروں سے دو جسم بند ہوں جن کی کیت مادہ مساوی ہو (دفعہ ۸۲ میں جو شکل ط کے جسم ہیں وہ موزوں ہیں) تجربے سے جسم ح معلوم کرو جس کو ایک طرف کے جسم ط پر رکھنے سے وہ جسم بہت آہستہ اور یکساں رفتار سے نیچے کو اترے یہ جسم ح عموماً چھوٹا ہوتا ہے ہم اسے نظر انداز کریں گے۔ اب اسی جسم ط پر ایک اور جسم ق ایسا رکھو کہ اس میں زمین کی طرف اسراع ع سے حرکت پیدا کرے۔ اسراع ع ضابطہ مندرجہ بالا سے معلوم ہوگا کیونکہ $m = ط + ق$ اور $m = ط$

$$\therefore ع = \frac{(m_1 - m_2) ج}{m_1 + m_2} = \frac{ق ج}{ط + ق}$$

فاصلہ ف جو جسم نے طے کیا ناپو اور جتنی مدت و میں یہ فاصلہ طے ہوا وہ بھی معلوم کرو۔ تو

$$ف = \frac{1}{ط} ع = \frac{1}{ط} \frac{ق ج}{ط + ق} = \frac{ق ج}{ط(ط + ق)}$$

اس مساوات میں سوائے ج کے سب مقادیر معلوم ہیں لہذا ج کی قیمت بھی معلوم ہو سکتی ہے۔

ایک تجربے میں ہم نے ایلو مینم کی ہلکی چرخ استعمال کی تھی اور ط ۲۶۵ گرام تھا دفعہ ۸۲ کے جسم ق کی شکل کا ایک ۴ گرام کا جسم ط پر رکھنے سے بہت ہی آہستہ حرکت پیدا ہوئی یعنی اس جسم کا وزن رگڑ کی مزاحمت پر عین غالب آیا۔

ایک زائد جسم ۹ گرام کا رکھنے سے حرکت باسراع پیدا ہوئی اور ۵۵۵ ثانیوں میں ۸ فٹ کا فاصلہ طے ہوا [یہ وقت بذریعہ ایک روک گھڑی کے صحیح طور پر معلوم ہو سکتا ہے۔ اگر ایک معمولی گھڑی ایسی ہو جو ایک سیکنڈ میں چار دفعہ آواز دے اس کو کان کے ساتھ لگانے سے بھی وقت ٹھیک معلوم ہو سکتا ہے۔

کئی دفعہ تجربہ کر کے اوسط لینا چاہئے] اگر ہم ۴ گرام کو نظر انداز کریں جو فرک کو مغلوب کرنے کے لئے استعمال کیا گیا تھا تو $m = 265 + 9$ اور $m = 274$

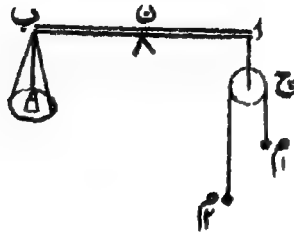
$$\text{ج} = \frac{9}{539}$$

$$\text{پس } 8 = \frac{1}{4} \times \frac{9}{539} (555)$$

$$\text{ج} = \frac{4 \times 539 \times 2 \times 8}{3154} \approx 10.7$$

اس تجربے سے یہ اچھا خاصہ نتیجہ ہے۔

مسادات (۳۱) مندرجہ بالا میں تناؤات کی جو قیمت معلوم ہوئی اس کی تصدیق بذریعہ تجربہ ذیل ہو سکتی ہے۔



ایک یکساں سلخ (ب) اپنے نقطہ وسط (ن) کے گرد گھوم سکتی ہے اس کے سرے (ب) سے ایک پلڑا لٹکتا ہے اور دوسرے سرے (ج) سے ہمارے تجربہ بالا کی چرخ لگتی ہے۔ اگر دوران حرکت میں چرخ (ج) ساکن ہو تو رسی (ج) کا تناؤ بذریعہ مسادات (۳)

$$= ۲ \text{ ت} + \text{چرخ کا وزن} = \frac{۲ \text{ م} + ۲ \text{ ج}}{۲ \text{ م} + ۲ \text{ ج}} + \text{چرخ کا وزن}$$

پس اگر سلخ (ب) کو اتنی رکھنا مطلوب ہو تو پلڑے میں ایسے اوزان رکھنے چاہئیں جو اس تناؤ سے متوازن ہوں۔

عددی مثال - م = ۷۰ اور م = ۳۰ گرام ہو۔ فرض کرو کہ چرخ کی مقدار مادہ ۱۰۰ گرام ہے اور پلڑے کی

علم حرکت

۱۴۰

باب پنجم

۱۰ گرام -

دورن حرکت میں

$$۲ ت = \frac{۳۰ \times ۴۰ \times ۲}{۳ + ۴} ج = ۸۴ گرام وزن$$

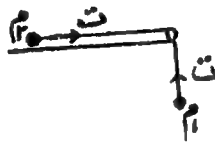
اس نے پلڑے میں جو کل وزن رکھنا چاہئے وہ
= چرخی چج کا وزن + ۸۴ گرام - ۱۰ گرام = ۱۱۴ گرام
۱۱۴ گرام پلڑے میں رکھو اور چرخی چج کو پکڑو تاکہ گوش
نہ کرے لیکن ان ب افقی رہے۔ اب م م م
کو حرکت کرنے دو۔ تو جتنی دیر حرکت جاری رہے گی
سلیخ بھی افقی رہے گی۔ اس سے ثابت ہے کہ (چج
کا تناؤ ۱۲۴ گرام وزن ہے جیسا حساب سے معلوم
ہوا۔

اگر رسی چرخی کی نالی پر سے اتار دی جائے تاکہ حرکت
نہ ہو تو پلڑے میں جو وزن رکھے جائیں وہ
= چج اور م اور م کے وزن - پلڑے کا وزن
= ۴۰ + ۴۰ + ۲۰ - ۱۰ = ۱۳۰ گرام وزن
پس یہ ثابت ہوا کہ جب حرکت ہوتی ہے تو رسی کا
تناؤ کم ہوتا ہے اور جب حرکت نہیں ہوتی تو تناؤ
زیادہ ہوتا ہے۔

(۷۵) دو ذرے جن کی مقادیر مادہ م اور م ہیں
ایک دوسرے سے بندے ہیں جو کچھنے سے بڑھ

علم حرکت ۱۴۱ باب پنجم

نہیں سکتی۔ م ایک چکنی میز پر رکھا ہے اور سی
ایک ہلکی چکنی چرخہ پر سے گذرتی ہے جو میز کے
کنارے پر نصب کی گئی ہے اور م آزادانہ لٹکتا
ہے۔ م اور م کی حرکت معلوم کرو



فرض کرو کہ سی کا تناؤ ت پونڈل ہے۔
میز پر م کی رفتار اور اسراع افقی سمت میں مساوی
ہونگے م کی رفتار اور اسراع کے جو سمت شاقولی
میں ہیں۔

فرض کرو کہ اسراع مشترکہ ع ہے۔
م پر نیچے کی طرف عمل کرنے والی قوت م ج-ت
ہے۔

م ج-ت = م ع (۱)
م پر افقی سمت میں عمل کرنے والی قوت صرف
تناؤ ت ہے (کیونکہ م کا وزن میز کے جوابی
عمل کے ساتھ متوازن ہے)

ت = م ع (۲)

علم حرکت ۱۴۲ باب پنجم

مساوات (۱) و (۲) پر عمل جمع کرنے سے

$$م ج = (م + م) ع$$

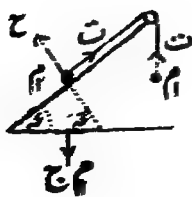
ع = $\frac{م}{م + م} ج$ جو اسراع مطلوبہ ہے

اس لئے بذریعہ (۲) ت = $\frac{م}{م + م} ج$ پونڈل

= ایک ایسے جسم کا وزن جس کی

مقدار مادہ $\frac{م}{م + م}$ ہے

(۷۶) دو جسم جن کی مقادیر مادہ $م$ اور $م$ ہیں
 ایک رسی سے مربوط ہیں $م$ ایک سطح مائل پر رکھا
 ہے جس کا میلان افق سے $ع$ ہے۔ سطح مائل کی
 چوٹی پر ایک چرخہ ہے جس پر سے رسی گزر کر دوسری
 طرف $م$ کو سہارتی ہے جو سمت شاقولی میں لٹکتا
 ہے۔ اگر $م$ نیچے کی طرف اترے تو $م$ اور $م$ کی
 حرکت دریافت کرو۔



فرض کرو کہ رسی کا تناؤ ت
 پونڈل ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ
 $م$ کی رفتار اور اسراع سطح کے
 اوپر کی طرف بالترتیب مساوی

علم حرکت ۱۴۳ باب پنجم

ہیں م کی رفتار اور اسراع کے شاقولی سمت میں -
فرض کرو کہ یہ مشترکہ اسراع ع ہے -
م کی حرکت کے لئے

م ج - ت = م ع (۱)
م کا وزن م ج نیچے کی طرف سمت شاقولی میں عمل کرتا ہے

م ج کا جزء تحلیلی سطح مائل کی عمود وار سمت میں
سطح کے جوابی عمل ح کے ساتھ متوازن ہے کیونکہ
م کا اسراع سطح کی عمود وار سمت میں کچھ نہیں ہے -
وزن کا جزء تحلیلی سطح مائل پر نیچے کی طرف م ج جب ع
ہے اس لئے کل قوت سطح کے اوپر کی طرف (ت - م ج جب ع)
ہوگی -

اس لئے ت - م ج جب ع = م ع (۲)
(۱) و (۲) پر عمل جمع کرنے سے باآسانی

$$ع = \frac{م - م جب ع}{ج}$$

(۱) میں ع کی قیمت آ کر کھنے سے

$$ت = م (ج - ع) = م ج [۱ - \frac{م - م جب ع}{م + م}]$$

$$= \frac{م (م + م جب ع)}{م + م} ج$$

جو رسی کا تناؤ ہے۔

امثلہ نمبری (۱۰)

(۱) ایک رسی جس کے سروں سے ۹ پونڈ اور ۶ پونڈ کمیت مادہ کے جسم بندھے ہوئے ہیں ایک چکنی چرخ پر سے گذرتی ہے۔ اس نظام کی حرکت اور رسی کا تناؤ معلوم کرو۔

(۲) دو ذرے جن کی مقادیر مادہ ۷ پونڈ اور ۹ پونڈ ہیں ایک ہلکی رسی سے مربوط ہیں اور رسی ایک چکنی چرخ پر سے گذرتی ہے۔ دریافت کرو (۱) مشترکہ اسراع (۲) رسی کا تناؤ (۳) رفتار باختتام ثانیہ پنجم (۴) فاصلہ طے شدہ در پنج ثانیہ۔

(۳) دو ذروں کی کمیت مادہ ۱۱ پونڈ اور ۱۳ پونڈ ہے دونوں ایک ہلکی سی رسی کے دونوں سروں میں بندھے ہوئے ہیں رسی ایک ہلکی چکنی چرخ پر چڑھا دی گئی ہے۔ دریافت کرو (۱) چار ثانیہ کے بعد رفتار (۲) چار ثانیہ میں طے شدہ فاصلہ۔ اگر چار ثانیہ کے بعد رسی کو کاٹ دیا جائے تو اس کے بعد ۶ ثانیہ میں ہر ایک ذرہ کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

(۴) ۴۵۰ اور ۵۵۰ گرام کے دو جسم ایک ڈورے میں بندھے ہوئے ایک چکنی چرخ پر لٹکا دئے گئے ہیں۔

دریافت کرو کہ پہلے تین ثانیہ میں وہ کتنا فاصلہ طے کرینگے اور رسی کا تناؤ کیا ہوگا ؟

(۵) دو جسموں کی مقادیر مادہ ۵ پونڈ اور ۷ پونڈ ہیں۔ ان کو ایک رسی سے باندھ کر ایک بے فرک چرخ پر لٹکا دیا گیا ہے اور چرخ ایک کانٹے سے لٹکتی ہے۔ اگر حرکت اجسام کو نہ روکا جائے تو ثابت کرو کہ کانٹا ۱۱ پونڈ وزن کی قوت سے نیچے کھجیگا۔

(۶) تین تین پونڈ کے دو مساوی جسم رسی سے باندھ کر ایک کھونٹی پر لٹکا دئے گئے ہیں۔ اگر تین پونڈ کا ایک تیسرا جسم ان میں سے ایک پر رکھ دیا جائے تو دریافت کرو کہ کھونٹی کے دباؤ میں کس قدر اضافہ ہوگا ؟

(۷) دو مساوی جسم جن میں سے ہر ایک کی کمیت ط ہے ایک رسی سے مربوط ہیں جو ایک کھونٹی پر سے گذرتی ہے۔ ان میں سے ایک پر ایک تیسرا جسم (کمیت ط) رکھ دیا گیا ہے۔ دریافت کرو کہ کھونٹی پر کا دباؤ کس قدر زیادہ ہو جائے گا ؟

(۸) دو جسم جن میں سے ہر ایک کی کمیت م ہے ایک رسی سے بندھے ہیں جو ایک چکنی چرخ پر سے گذرتی ہے۔ دریافت کرو کہ ایک جسم میں سے مسقطہ مادہ نکال کر دوسرے جسم پر رکھ دیا جائے کہ یہ نظام پانچ سیکنڈ میں ۲۰ فٹ کا فاصلہ طے کرے۔

(۹) تین پونڈ کا ایک جسم سمت شاقولی میں نیچے کی طرف حرکت کر کے ایک رسی کے ذریعے جو ایک چرخ پر سے گذرتی ہے ایک دو پونڈ کے جسم کو اوپر کی طرف کھینچتا ہے۔ پانچ سیکنڈ کے بعد رسی ٹوٹ جاتی ہے۔ دریافت کرو کہ دو پونڈ کا جسم اور کتنا اونچا جائے گا؟

(۱۰) ۹ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک چکنی میز پر اس کے کنارے سے آٹھ فٹ کے فاصلے پر رکھ کر رسی سے باندھ دیا گیا ہے اور رسی میز کے کنارے پر سے گذر کر دوسرے سرے پر ایک پونڈ کمیت کے جسم سے بندھی ہے۔ دریافت کرو

(۱) مشترکہ اسراع

(۲) کتنی مدت میں جسم میز کے کنارے پر پہنچے گا؟

(۳) میز پر سے گرتے وقت اس کی رفتار کیا ہوگی؟

(۱۱) ۳۵۰ گرام کمیت کا ایک جسم ایک چکنی میز پر اس کے کنارے سے ۲۵، ۵۰، ۷۵ سینٹی میٹر کے فاصلے پر رکھا ہے اور ایک ہلکی رسی کا ایک سرا اس جسم سے بندھا ہے اور پھر رسی میز کے کنارے پر سے گذر کر دوسری طرف پچاس گرام کے ایک جسم کو سہاوتی ہے جو آزادانہ لگتا ہے۔ دریافت کرو کہ پہلا جسم کتنی مدت میں میز پر سے گر جائے گا؟

(۱۲) ایک ذرہ جس کی کمیت ۵ پونڈ ہے ایک چکنی مائل

سطح پر رکھا ہے جس کا میلان افق سے 30° ہے۔ ایک رسی اس ذرے سے باندھ کر سطح کی چوٹی پر سے گزار دی گئی ہے اور اس کے دوسرے سرے پر ۳ پونڈ کمیت کا ایک ذرہ باندھ دیا گیا ہے جو بلا تکلف لٹکتا ہے۔ دریافت کرو (۱) مشترکہ اسراع (۲) رسی کا تناؤ (۳) سیکنڈ کے بعد رفتار (۴) ۳ سیکنڈ میں طے شدہ فاصلہ۔

(۱۳) ۴ پونڈ کمیت کا ایک ذرہ ایک مائل سطح کے پایہ پر رکھا گیا ہے جس کا میلان افق سے 45° ہے اور طول ۷ فٹ ہے۔ اس ذرے سے رسی باندھ کر سطح کی چوٹی پر سے گزاری گئی ہے اور رسی کے دوسرے سرے پر ۳ پونڈ کمیت کا ایک ذرہ بندھا ہے جو سمیت شاقولی میں لٹکتا ہے اس صورت میں مشترکہ اسراع دریا کرو اور یہ بھی معلوم کرو کہ پہلا ذرہ کتنے وقت میں سطح کی چوٹی پر پہنچے گا؟

(۱۴) ایک سطح مائل کا طول اس کے ارتفاع سے دوگنا ہے اس کی چوٹی پر ایک چرخی لگی ہے جس پر ایک رسی گذرتی ہے۔ رسی کے ایک سرے سے ۱۲ پونڈ کمیت کا ایک جسم بندھا ہے جو سطح مائل پر رکھا ہے اور دوسرے سرے سے ۸ پونڈ کمیت کا ایک جسم بندھا ہے جو نیچے لٹکتا ہے۔ دریافت کرو کہ ۵ سیکنڈ میں دونو جسم کتنا فاصلہ طے کریں گے؟

(۱۵) ایک سطح مائل ایک مینر کے ساتھ جوڑ کر اس طرح رکھی ہے کہ سطح مائل کی چوٹی مینر کی سطح کے عین برابر ہے۔ ۶ اونس کمیت کا ایک ذرہ سطح مائل پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے اور پھسلنے میں ایک دوسرے ذرے کو جو مینر پر ہے رسی کے ذریعہ ۵ سیکنڈ میں ۳ فٹ کھینچتا ہے۔ مینر پر کے ذرے کی کمیت دریافت کرو۔

(۱۶) ایک چکنی چرخہ پر سے رسی گذرتی ہے۔ اس کے ایک طرف ۴ اونس کمیت کا جسم بندھا ہے اور دوسری طرف ایک اس سے بڑا جسم بندھا ہے۔ دریافت کرو کہ بڑے جسم کی مقدار کیا ہونی چاہیے اگر تین سیکنڈ حرکت جاری رہنے کے بعد رسی کاٹنے سے چھوٹا جسم $\frac{1}{4}$ فٹ اور اوپر جا سکے گا۔

(۱۷) ترازو کے دو پلڑے جن میں سے ہر ایک کی کمیت ۳ پونڈ ہے ایک رسی سے باندھ کر ایک چرخہ پر چڑھا دئے گئے ہیں۔ دریافت کرو کہ ۱۲ پونڈ مادہ کے دو حصے کس طرح کر کے پلڑوں میں رکھے جائیں کہ بڑا حصہ پانچ سیکنڈ میں ۵۰ فٹ نیچے اترے گا۔

(۱۸) دو رسیاں ایک چکنی چرخہ پر سے گذرتی ہیں۔ ایک طرف وہ علیحدہ علیحدہ دو جسموں سے بندھی ہیں جن کی کمیت ۳ پونڈ اور ۴ پونڈ ہے اور دوسری طرف ۵ پونڈ کمیت کے ایک جسم سے مربوط ہیں۔ تو رسیوں کے

علم حرکت ۱۴۹ باب پنجم

تناؤ اور نظام کا اسراع دریافت کرو۔

(۱۹) ایک رسی ایک چرخہ پر چڑھی ہے اس کے ایک سرے سے ۱۰ پونڈ وزن بندھا ہے اور دوسرے سرے سے ۸ اور ۴ پونڈ کے اوزان بندھے ہیں۔ ۵ سیکنڈ کی حرکت کے بعد ۴ پونڈ کا وزن علیحدہ کر دیا جاتا ہے۔ دریافت کرو کہ کتنا مزید فاصلہ طے کرنے کے بعد وزن ساکن ہونگے ؟

(۲۰) دو نا مساوی جسم ایک رسی سے باندھ کر ایک چرخہ پر چڑھا دیئے گئے ہیں۔ ثابت کرو کہ دوران حرکت میں چرخہ کے محور کا دباؤ اس کے سہاروں پر جسموں کے مجموعہ اوزان سے کم ہے۔

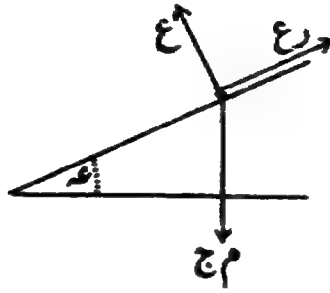
(۲۱) ایک رسی ایک چکنی مینر پر اس کے دو مقابل کے کناروں پر عمودوار پڑی ہے اور اس کے سروں سے دو جسم بندھے ہیں جن کی کمیت ط اور ق ہے اور جو سمت شاقولی میں لٹکتے ہیں۔ اگر ایک جسم جس کی کمیت م ہو رسی کے اس حصے سے باندھ دیا جائے جو مینر پر ہے تو ثابت کرو کہ اس

نظام کا اسراع $\frac{ط - ق}{ط + ق + م}$ ج ہوگا۔

(۷۷) ایک کھردری سطح پر حرکت۔ ایک ذہ ایک کھردری سطح مائل پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے۔

اگر سطح کا میلان اقی سے θ ہو اور قدر فرک R ہو تو حرکت دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ذرہ کی کیت m ہے تو اس کا وزن $m \cdot g$ پونڈل ہوا۔ فرض کرو کہ سطح کا عمودی عمل E ہے اور فرک R ہے۔



سطح کی عمودی سمت میں کل قوت

$$= (E - m \cdot g \cdot \sin \theta) \text{ پونڈل}$$

سطح کے نیچے کی طرف کل قوت

$$= (m \cdot g \cdot \cos \theta - R) \text{ پونڈل}$$

چونکہ سطح کی عمودی سمت میں حرکت نہیں ہو سکتی اسلئے حرکت میں تبدیلی بھی نہیں ہو سکتی۔ یعنی اس سمت میں اسراع صفر ہے۔ لہذا اس سمت میں کل قوت بھی صفر ہو گی۔

$$E - m \cdot g \cdot \sin \theta = \dots \dots \dots (1)$$

نیز سطح کے نیچے کی طرف اسراع

$$\frac{\text{م ج جب عہ - رع}}{\text{م}} = \frac{\text{حرکت دینے والی قوت}}{\text{مقدار مادہ جو حرکت دی گئی}}$$

= ج (جب عہ - رجم عہ) بموجب (۱۱)

پس اگر ذرہ حالت سکون سے شروع ہو کر سطح کا طول لے کر طے کرے تو اس صورت میں اس کی رفتار محصلہ

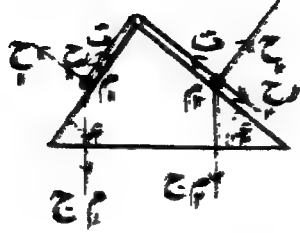
بموجب دفعہ ۳۲، ۲۱ ج ل (جب عہ - رجم عہ) ہوگی

اسی طرح اگر ذرہ سطح کے اوپر کی طرف پھینکا جائے تو ہمیں اس کی علامت بدلتی پڑے گی اور اس کا اسراع اس کی حرکت کے مقابل سمت میں ج (جب عہ + رجم عہ) ہوگا۔ (۷۸)

مساوی ہیں اور ان کے میلان افق سے عم اور عم ہیں۔ دونوں سطحوں کو جوڑ کر اس طرح رکھا گیا ہے کہ ان کی چوٹیاں ملتی ہیں۔ دو جسم م م اور م جو ایک رسی سے بندھے ہیں دونوں سطحوں پر رکھے گئے ہیں اور رسی ایک چرخ پر سے گزرتی ہے جو سطحوں کی مشترکہ چوٹی پر لگی ہے۔ اگر م نیچے کی طرف پھسلنا شروع کرے تو حرکت دریافت کرو۔

فرض کرو کہ رسی کا تناؤ صاف ہے۔ اور فرض کرو کہ

سطحوں کے عمل ح اور ح ہیں اور قدر فرق ر ہے۔



چونکہ ہم کی حرکت نیچے کی طرف ہے اس لئے اس پر فرک
اوپر کی طرف عمل کرتی ہے اور ہم اوپر کی طرف حرکت
کرتا ہے اس لئے اس پر فرک کا عمل نیچے کی طرف ہے۔
لہذا ہم پر نیچے کی طرف عمل کرنے والی کل قوت

$$= م ج جب ع - ت - ر ح$$

$$= م ج (جب ع - رجم ع) - ت$$

پس اگر دونوں ذروں کا مشترکہ اسراع ع ہو تو

$$م ج (جب ع - رجم ع) - ت = م ع (۱)$$

اسی طرح ہم پر اوپر کی طرف عمل کرنے والی کل قوت

$$= ت - ر ع - م ج جب ع$$

$$= ت - م ج (جب ع + رجم ع)$$

$$لہذا ت - م ج (جب ع + رجم ع) = م ع (۲)$$

(۱) اور (۲) کو جمع کرنے سے

$$ع (م + م) = ج [م (جب ع - رجم ع) - م (جب ع + رجم ع)]$$

اس مساوات سے اسراع مطلوبہ حاصل ہوگا۔
 (۷۹) ایک ریل گاڑی کی کیت ۵۰ ٹن ہے۔ جس ٹیل
 سٹک پر گاڑی اوپر کی طرف جا رہی ہے اس کا میلان
 ۱۰۰ میں ایک ہے۔ انجن کی مستقل قوت ایک ٹن وزن
 کے مساوی ہے اور فرک وغیرہ کی مزاحمت فی ٹن ۸ پونڈ
 وزن کے برابر ہے۔ گاڑی کی حرکت کا اسراع دریافت
 کرو۔

حرکت کو روکنے والی قوتیں دو ہیں۔ ایک گاڑی کے
 وزن کا جزء تحلیلی سطح مائل کے نیچے کی طرف دوسری
 مزاحمت فرک وغیرہ۔

فرک کی مزاحمت ۵۰×۸ یعنی ۴۰۰ پونڈ وزن کے برابر ہے

زاویہ میلان θ ہے جہاں جب $\theta = \frac{1}{100}$
 گاڑی کے وزن کا جزء تحلیلی سطح مائل کے نیچے کی طرف
 $= \text{وزن} \times \text{جب} \theta = ۵۰ \times ۲۲۴۰ \times \frac{1}{100}$ پونڈ وزن
 $= ۱۱۲۰$ پونڈ وزن

پس جملہ قوت جو حرکت کو روکتی ہے $= ۱۵۲۰$ پونڈ وزن
 لیکن انجن کی قوت ۲۲۴۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے
 اس لئے چال کو بڑھانے والی قوت $(۲۲۴۰ - ۱۵۲۰)$
 یعنی ۷۲۰ پونڈ وزن یا ۷۲۰ ج پونڈل کے مساوی ہے
 مقدار مادہ جس کو حرکت دی جاتی ہے ۲۲۴۰×۵۰ پونڈ
 ہے۔

پس اسراع = $\frac{ج ۲۰}{۲۲۳۰ \times ۵۰} = \frac{ج ۹}{۱۴۰۰}$ فٹ ثانیہ اکائیاں
 جب اسراع معلوم ہو گیا تو ہم بموجب دفعہ ۳۲ وقت مفروض میں حاصل شدہ رفتار اور طے شدہ فاصلہ معلوم کر سکتے ہیں۔

امثلہ نمبری (۱۱)

(۱) ۵ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک کھردی میز پر رکھا ہے اس سے ایک رسی بندھی ہے جو میز کے کنارے پر سے گذر کر دوسری طرف ۸ پونڈ کمیت کے ایک جسم کو سہااتی ہے۔ اگر قدر فرق $\frac{۱}{۲}$ ہو تو حاصل اسراع دریافت کرو۔

اگر اسراع آزادانہ گرنے والے جسم کے اسراع کا نصف ہو تو معلوم کرو کہ قدر فرق کیا ہوگی؟

(۲) ایک جسم بکمیت ق ایک افقی میز پر جس کی قدر فرق ۳ ہے رکھا ہے۔ ایک دوسرا جسم جسکی کمیت ۳ ق ہے پہلے جسم سے ایک رسی کے ذریعہ وصل کیا گیا ہے۔ دوسرا جسم میز کے کنارے پر سے نیچے لگتا ہے۔ آغاز حرکت سے ۴ سیکنڈ بعد رسی ٹوٹ جاتی ہے۔ دریافت کرو کہ اس وقت رفتار کیا ہوگی؟ رسی ٹوٹنے کے بعد ق جس مقام پر ساکن ہوگا اسکا

فاصلہ ق کے مقام اول سے دریافت کرو۔
 (۳) ۲۰۰ گرام کمیت کا ایک جسم ایک رسی سے باندھ کر
 ایک کھردری میز پر رکھا گیا ہے اور رسی میز کے کنارے
 پر سے گذر کر دوسری طرف ۴ گرام کمیت کے ایک جسم
 کو سہارتی ہے جو نیچے لٹکتا ہے۔ میز چکنی ہونے کی
 صورت میں جتنے وقت میں یہ نظام ایک مفروضہ رفتار
 حاصل کرے اس سے دو گنے وقت میں میز کھردری ہونے کی
 صورت میں وہی رفتار حاصل ہوتی ہے۔ قدرِ فرق
 دریافت کرو۔

(۴) ۱۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک کھردری سطح پر رکھا
 گیا ہے جس کی قدرِ فرق $\frac{1}{16}$ ہے اور جس کا میلان
 افق سے ۳۰° ہے۔ اگر سطح کا طول ۴ فٹ ہو اور
 ۱۵ پونڈ وزن کی قوت جسم پر سطح کے متوازی عمل
 کرے تو سطح کی چوٹی تک پہنچنے میں کتنا وقت خرچ
 ہوگا اور رفتار محصلہ کیا ہوگی؟

(۵) اگر سوال بالا میں جسم سے رسی بندھی ہو جو سطح
 کی چوٹی پر سے گذر کر دوسری طرف ۱۵ پونڈ کمیت کے
 جسم کو سہارے تو وقت اور رفتار دریافت کرو۔

(۶) ایک کھردری سطح کا طول ۱۰۰ فٹ ہے اور اس کا
 میلان افق سے جباً $\frac{3}{5}$ ہے اور قدرِ فرق $\frac{1}{16}$ ہے۔
 ایک جسم حالت سکون سے سطح کی چوٹی پر سے نیچے کی

طرف پھسلتا ہے۔ دریافت کرو کہ سطح کے نیچے سرے پر جسم کی کیا رفتار ہوگی؟

اگر جسم سطح کے اوپر کی طرف پھینکا جائے اور عین چوٹی تک پہنچ جائے تو اس کی ابتدائی رفتار کیا ہوگی؟
(۷) ایک ذرہ ایک کھردری مائل سطح پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے۔ سطح مائل کا میلان افق سے 30° ہے اور قدر فرق $3\frac{1}{2}$ ہے۔ تو ثابت کرو کہ اس صورت میں کوئی سا فاصلہ طے کرنے میں جس قدر وقت صرف ہوگا وہ چکنی سطح کی صورت سے دوگنا ہوگا۔

(۸) دو کھردری سطحوں کے میلان افق سے 30° اور 40° ہیں اور ان کے ارتفاع مساوی ہیں۔ ان کو پشت بہ پشت ملا کر رکھا گیا ہے اور ۵ اور ۱۰ پونڈ کمیت کے دو جسم بسی سے وصل کر کے ان پر رکھ دیے گئے ہیں۔ بسی اکی مشترکہ چوٹی پر سے گذرتی ہے۔ اگر قدر فرق $3\frac{1}{2}$ ہو تو اسراع معلوم کرو۔

(۹) سوال بالا میں جسموں کا باہمی تبادلہ کرنے سے کیا اسراع ہوگا؟

(۱۰) ایک ریل گاڑی ایک افقی سڑک پر ۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ اگر بھاپ کو اچانک بند کر دیا جائے تو معلوم کرو کہ گاڑی کتنی دور چل کر ساکن ہو جائے گی۔ مزاحمت ۸ پونڈ وزن فی ٹن ہے۔

(۱۱) ۲۰۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ اگر وہ ۶۰ گز چل کر ساکن ہو جائے تو فرکی مزاحمت کا مقابلہ ایک ٹن کے وزن سے کرو۔

(۱۲) ایک ریل گاڑی ایک افقی سڑک پر ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہے۔ فرک وغیرہ کی مزاحمت فی ٹن ۱۰ پونڈ وزن ہے۔ اگر بھاپ کو بند کر دیا جائے تو معلوم کرو کہ گاڑی کتنے وقت میں اور کتنا فاصلہ طے کر کے ساکن ہوگی؟

(۱۳) اگر سوال بالا میں ریل کی سڑک ایک سطح مائل ہو جس کا میلان ۱۱۲ میں ایک ہو تو اس صورت میں وقت اور فاصلہ مطلوبہ کیا ہوگا؟

(۱۴) ۲۰۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی ۴۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ ریل کی سڑک کا میلان ۱۲۰ میں ایک ہے۔ اگر وہ نصف میل چل کر ساکن ہو جائے تو فرکی مزاحمت کیا ہوگی؟

(۱۵) ایک ریل کی سڑک کا میلان افق سے ۱۰۰ میں ایک ہے۔ ایک ریل گاڑی ایک میل اسی سڑک پر نیچے کی طرف چل کر افقی سڑک پر چلنے لگتی ہے۔ اگر فرکی مزاحمت فی ٹن ۸ پونڈ وزن ہو تو افقی سڑک پر گاڑی کتنی دور جائے گی؟

(۱۶) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت ۱۴۰ ٹن ہے ۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ چلتے چلتے سڑک میں میلان شروع ہوا جو ۱۲۸ میں ایک ہے۔ میلان شروع ہوتے ہی بھاپ بند کر دی گئی۔ اگر مائل سڑک کا طول نصف میل ہو اور فرکی مزاحمت فی ٹن ۱۰ پونڈ وزن ہو تو معلوم کرو کہ میلان ختم ہونے کے بعد افقی سڑک پر کتنا فاصلہ طے کر کے گاڑی ساکن ہوگی؟

(۱۷) سوال بالا میں اگر میلان ختم ہوتے ہی ایک بریک گاڑی وزنی ۱۰ ٹن کے تمام پہیوں کی گردش بند کر دی جائے اور پہیوں اور سڑک کے درمیان قدر فرک ۵ ہو تو گاڑی کا طے کردہ فاصلہ دریافت کرو۔

(۱۸) ۳۰ ٹن کمیت کا ایک انجن ۱۳۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی کو کھینچتا ہے۔ اگر فرک کل گاڑی کے وزن کا $\frac{1}{5}$ ہو اور ایک میل کا فاصلہ طے ہونے کے بعد چال ۴۵ میل فی گھنٹہ ہو تو انجن کی قوت دریافت کرو۔ اگر انجن ریل گاڑی کو حرکت دینے کے عین ناقابل ہو تو سڑک کا میلان کیا ہو گا؟

اگر ریل گاڑی مائل سڑک کے نیچے کی طرف یکساں رفتار سے چلے در حالیکہ بھاپ اور بریک عمل نہ کرتے ہوں تو سڑک کا میلان دریافت کرو۔

(۸۰) ہم پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک افقی سطح پر

رکھا گیا ہے جو سمت راس میں اوپر کی طرف اسراع ع سے حرکت کرتی ہے۔ جسم اور سطح کا تعامل دریافت کرو۔

فرض کرو کہ جسم اور سطح کا تعامل ح ہے۔

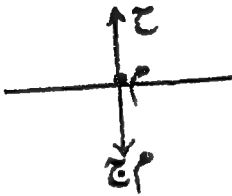
چونکہ اسراع سمت راس میں

اوپر کی طرف ہے اس لئے

جسم پر عمل کرنے والی قوت

مجموعی اوپر کی طرف سمت

راس میں ہوگی۔



پس مجموعی قوت (ح - م ج) اوپر کی طرف سمت راس میں ہے اور اس قوت سے اسراع ع پیدا ہوتا ہے۔ پس

$$ح - م ج = م ع$$

جس سے ح حاصل ہوگا۔

اگر جسم نیچے کی طرف اسراع ع سے حرکت کرے تو حسب طریق بالا ثابت ہو سکتا ہے کہ تعامل ح ذیل کی مساوات سے حاصل ہوگا

$$م ج - ح = م ع$$

واضح رہے کہ جب جسم اوپر کی طرف حرکت کرتا ہے تو تعامل جسم کے وزن سے زیادہ ہوتا ہے اور جب جسم کی حرکت نیچے کو ہوتی ہے تو تعامل جسم کے

وزن سے کم ہوتا ہے۔
مثال (۱) جسم کی کمیت ۲۰ پونڈ ہے اور اس کی حرکت
(۱) ۱۲ فٹ ثنائیہ اکائیوں کے اسراع سے اوپر کی طرف
ہے (۲) اسی اسراع سے نیچے کی طرف ہے۔ دونوں
صورتوں میں تعامل دریافت کرو۔

پہلی صورت میں

$$۱۲ \times ۲۰ = ج$$

$$ج = ۲۰ (۱۲ + ۳۲) = ۲۴ \frac{۱}{۲} \text{ پونڈ کا وزن}$$

دوسری صورت میں

$$۱۲ \times ۲۰ = ج$$

مثال (۲) دو ترازو کے پلڑوں میں سے ہر ایک کی
کمیت ۴۰ ہے۔ ان کو ایک رسی کے سروں سے
باندھ کر رسی ایک چرخی پر چڑھا دی گئی ہے اور پلڑوں
میں ۴۰ اور ۴۰ کمیت کے جسم رکھے گئے ہیں۔ ثابت
کرو کہ دوران حرکت میں پلڑوں کے تعامل بالترتیب
یہ ہوں گے

$$\frac{۲۰ (۴۰ + ۴۰)}{۴۰ + ۴۰} \text{ ج اور } \frac{۲۰ (۴۰ + ۴۰)}{۴۰ + ۴۰} \text{ ج}$$

فرض کرو کہ اسراع مشترک ع ہے اور فرض کرو کہ
 $۴۰ < ۴۰$

تب بموجب دفعہ ۷۴

$$ع = \frac{م - م}{م + م + م} ج$$

فرض کرو کہ م اور اس کے پلڑے کے درمیان تعامل
ح ہے تو م کی حرکت پر علیحدہ غور کرنے سے ظاہر
ہے کہ م پر عمل کرنے والی جملہ قوت م ج - ح ہے
اور اس کا اسراع ع ہے۔

$$\begin{aligned} \text{لہذا} \quad م ج - ح &= م ع \\ \therefore ح &= م (ج - ع) \end{aligned}$$

$$= \frac{م^2 (م + م)}{م + م + م} ج$$

(۸۱) ایک ضلع میں ۱۲ گھنٹہ میں ۳ انچ بارش ہوئی۔
یہ فرض کر کے کہ بارش کے قطرے نصف میل کی
بلندی سے بغیر کسی روک کے گرتے ہیں معلوم کرو کہ
بارش کی وجہ سے ضلع کی زمین پر فی مربع میل کتنی
دباؤ پڑا۔ یہ تسلیم کر لیا جائے کہ ایک مکعب فٹ
پانی کی کمیت ایک ہزار اونس ہے۔

ایک مربع فٹ پر جو بارش ہوتی ہے اس کا حجم $\frac{1}{12}$
مکعب فٹ ہے اور اس کی کمیت ۲۵۰ اونس ہے۔
اس لئے بارش کی کمیت جو ایک ثانیہ میں زمین پر

پڑتی ہے

$$= \frac{250}{14} \times \frac{1}{40 \times 40 \times 12} = \frac{5}{96 \times 144} \text{ پونڈ فی مربع فٹ}$$

بارش کے ہر ایک قطرے کی رفتار زمین پر پڑنے کے وقت

$$= \sqrt{2 \times 32.16 \times 33.0} = 33.0 \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

لہذا معیار حرکت جو فی سیکنڈ نابود ہوتا ہے

$$= \frac{5}{96 \times 144} \times 33.0 \text{ یعنی } \frac{33.0 \times 5}{864} \text{ اکائیاں معیار حرکت کی}$$

لیکن معیار حرکت کی جتنی اکائیاں فی سیکنڈ نابود ہوتی ہیں قوت عامہ میں اتنے ہی پونڈل ہوتے ہیں -
لہذا زمین پر دباؤ فی مربع فٹ

$$= \frac{33.0 \times 5}{864} \text{ پونڈل}$$

پس دباؤ فی مربع میل

$$= 9 \times 3280 \times 5280 \times \frac{33.0 \times 5}{864} \text{ پونڈ کا وزن}$$

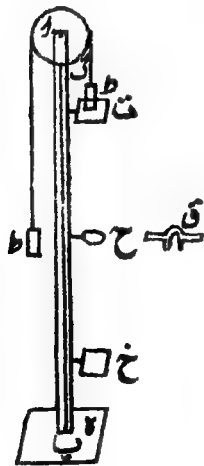
$$= 31 \text{ ٹن کا وزن تقریباً}$$

اسی طرح اگر پانی کی ایک دھار کسی دیوار پر پڑے تو دیوار پر دباؤ فی مربع فٹ ۳۱ ہوگا جہاں ۳۱ ایک مکعب فٹ پانی کی کمیت پونڈوں میں ہے اور

لہر رفتار فی ثانیہ فٹوں میں ہے۔ کیونکہ ایک ثانیہ میں مادہ کی مقدار ہم لہر دیوار پر پڑتی ہے اور پانی کے ہر ذرے کی رفتار لہر ہے یعنی جملہ معیار حرکت جو ایک ثانیہ میں نابود ہوتا ہے وہ ہم لہر x یعنی ہم لہر ہے۔

(۸۲) آئیٹ وڈ کی مشین۔ یہ مشین قوانین حرکت کی تصدیق کے لئے استعمال ہوتی ہے اور اسکے ذریعہ ج کی قیمت کا تقریبی اندازہ بھی لگ سکتا ہے۔ اس کی نہایت سادہ شکل یہ ہے۔

ایک سیدھی لکڑی جو درجہ دار ہوتی ہے سمت راس میں زمین میں گاڑی جاتی ہے اور لکڑی کی چوٹی پر ایک ہلکی چرخہ ہوتی ہے جو بغیر کسی روک کے گھوم سکتی ہے۔ اس لکڑی پر ایک حلقہ ح اور دو تختیاں ت اور خ ہوتی ہیں جو



پتھوں کے ذریعے جہاں چاہیں نصب کی جاسکتی ہیں۔ تختی ت کو جس وقت چاہیں نیچے گرا سکتے ہیں۔ چرخہ پر ایک باریک رسی گزرتی ہے جسکے سروں پر دو لمبے پتلے مٹی اوزان ط بندھے ہوتے ہیں

علم حرکت ۱۶۴ باب پنجم

جن میں سے ایک حلقے ح میں سے باسانی تمام گزر سکتا ہے۔

ایک وزن ق ، ط پر رکھا جاتا ہے اور تختی ت کو گرا دیا جاتا ہے۔ اس طرح حرکت شروع ہوتی ہے۔ تختی ت کو گرانے سے یہ مطلب ہے کہ وہ اسی مقام پر لکڑی کے متوازی نیچے کی طرف نکلنے لگتی ہے تاکہ ط اور ق حرکت کر سکیں۔ جب ط اور ق چلتے چلتے حلقہ ح پر پہنچتے ہیں تو ط حلقے میں سے گزر جاتا ہے اور ق حلقے پر رہ جاتا ہے اور وزن ط فاصلہ ح خ یکساں رفتار سے طے کرتا ہے۔ وقت و جو یہ فاصلہ طے ہونے میں لگتا ہے احتیاط سے ناپ لیا جاتا ہے۔

ت سے ح تک گرنے میں اس نظام کا اسراع بموجب دفعہ ۷۴ یہ ہے

$$\frac{(ق + ط) - ط}{(ق + ط) + ط} ج \quad \text{یعنی} \quad \frac{ق}{ق + ط} ج$$

فرض کرو کہ یہ اسراع = ع اور فرض کرو کہ فاصلہ ت خ = ف
تو ح پر پہنچنے کی رفتار ر ذیل کی مساوات سے حل ہوگی
ر = ع ۲ ف

ح گزرنے کے بعد فاصلہ ح خ یکساں رفتار سے طے ہوتا ہے۔

لہذا اگر $ح = ف$ تو

$$و = \frac{ف}{ر} = \frac{ف}{\sqrt{۲} ع ف}$$

$$ف = \frac{۲ ق}{ق + ط} ج ف و$$

چونکہ اس مساوات میں جتنی مقادیر ہیں وہ سب ناپی جاسکتی ہیں اس لئے اس سے ج کی قیمت معلوم ہو سکتی ہے۔

ط، ق، ف اور ف کو مختلف قیمتیں دینے سے تمام بنیادی قوانین حرکت کی تصدیق ہو سکتی ہے۔
ج کی قیمت عملاً اس طریقہ سے زیادہ صحیح طور پر معلوم نہیں ہو سکتی۔ ایٹ وڈ کی مشین کی دلچسپی کا باعث خاص کر اس کی قدامت ہے۔ اور بوجہ ذیل اس مشین کے ذریعہ سے صحیح نتائج حاصل نہیں ہو سکتے۔
اول چرخ کی کمیت مادہ جو نظر انداز نہیں ہو سکتی۔
دوم چرخ کے محور کی فرک۔ سوم ہوا کی مزاحمت۔
چہارم یہ کہ تجربہ میں وقت کا صحیح طور پر ناپنا بھی مشکل ہے۔

یہ ظاہر ہے کہ گلیلیو کی سطح مائل اور ایٹ وڈ کی مشین دونوں کا مقصد قوت جاذبہ ارض کے اثر کو کم

کرنا ہے تاکہ نتائج ناپے جاسکیں۔ اگر چرخ کا محور ثابت سہاروں پر نہ ہو بلکہ چار چرخوں کے محیطوں پر ہو جن میں سے دو ایک طرف ہوں اور دو دوسری طرف اور چاروں بغیر کسی روک کے گھوم سکتے ہوں تو محور کی فرک کم ہو سکتی ہے۔
اس تجربہ سے حتی الامکان صحیح نتائج حاصل کرنے کے دیگر وسائل بھی ہیں۔ مثلاً تختی ت کو جب چاہیں فوراً نیچے کرنے کا سامان۔

(۸۳) ایٹ وڈ کی مشین کے ذریعہ ثابت کرو کہ ایک مفروض جسم کا اسراع اس پر عمل کرنے والی قوت کے متناسب ہے۔

پہلے ہم تسلیم کر لیں گے کہ مسئلہ ثبوت طلب درست ہے پھر ہم دیکھیں گے کہ جو نتائج اس سے مستنبط ہوتے ہیں ان کی تصدیق بذریعہ تجربہ ہوتی ہے یا نہیں۔
طریق عمل کی تشریح کیلئے ہم ایک عددی مثال لینگے۔
فرض کرو کہ ط $\frac{1}{4}$ م اونس ہے اور ق ایک اونس یعنی حرکت کرنے والی مقدار مادہ ۱۰۰ اونس ہے اور حرکت دینے والی قوت ایک اونس کا وزن ہے۔

لہذا اس نظام کا اسراع $\frac{1}{4}$ ج ہے (دفعہ ۷۴) فرض کرو کہ فاصلہ ح = افٹ ، اس لئے جب ق حلقے پر اٹک کر رہ جاتا ہے اسوقت

رفار $\sqrt{۲ \times \frac{۲}{۱۱} \times ۱}$ یعنی $\frac{۲}{۱۱}$ فٹ فی ثانیہ ہوگی

جہاں ج بغرض سہولت ۳۲ کے برابر لیا گیا ہے۔
فرض کرو کہ تختی خ ایسے مقام پر لگائی گئی ہے
کہ فاصلہ ح خ طے ہونے میں ۲ سیکنڈ صرف
ہوتے ہیں۔

تب $ح \times ۲ = \frac{۲}{۱۱} = \frac{۲}{۵}$ فٹ
اب حالات کو تبدیل کر دو۔ ط کو ۸ م اور ق کو ۴
اونس کر دو۔ حرکت کرنے والے مادہ کی مقدار اب
بھی ۱۰۰ اونس ہے اور حرکت دینے والی قوت ۴ اونس
کے وزن کے برابر ہوگی۔

اب اسراع $= \frac{۲}{۱۱}$

اور ح پر پہنچنے کے وقت رفار $\sqrt{۲ \times \frac{۲}{۱۱} \times ۱} = \frac{۲}{۵}$ فٹ
فی ثانیہ ۲ ثانیہ میں اب $\frac{۱۶}{۵}$ فٹ کا فاصلہ طے ہوگا۔
یعنی اگر ہمارا مفروض صحیح ہے تو تختی خ کو پہلے سے
دو چند فاصلے پر رکھنا پڑے گا۔

تجربہ سے یہ درست ثابت ہوتا ہے۔

اسی طرح اگر ط $= \frac{۱}{۴}$ ۵ اونس اور ق $= ۹$ اونس تو بھی
حرکت کرنے والا مادہ مقدار میں ۱۰۰ اونس ہوگا اور
حسابی عمل سے فاصلہ ح خ $\frac{۲۴}{۵}$ فٹ ہوگا۔ تجربہ سے

معلوم ہوگا کہ یہ درست ہے۔
اب تجربہ پھر شروع سے کرو اور مندرجہ بالا قیمتوں
سے مختلف قیمتیں ط اور ق کو دو اور ان کی مختلف
قیمتوں کو اس طح تبدیل کرو کہ $۲ط + ق$ کی قیمت
نہ بدلے۔

اب ہم اسی طریقہ سے ثابت کریں گے کہ جب اسراع غیر
متبدل ہو تو قوت اسی طح بدلتی ہے جس طح مقدار
مادہ۔

پہلے کی طح فرض کرو کہ $ط = \frac{۱}{۲} ۹۴$ اونس اور $ق = ۱$
اونس تو حسب تجربہ بالا $ح خ = \frac{۱}{۵}$ فٹ
پھر ط کو ۹۹ اونس اور ق کو ۲ اونس کرو تاکہ حرکت
دینے والی قوت دو چند ہو جائے اور حرکت کرنے والے
مادے کی مقدار بھی دو چند ہو جائے۔ پس اگر چارہ
دعویٰ درست ہے تو اسراع وہی ہوگا جو پہلی صورت
میں تھا کیونکہ

$$\frac{\text{حرکت دینے والی قوت بصورت دوم}}{\text{حرکت دینے والی قوت بصورت اول}} = \frac{\text{حرکت کرنے والی مقدار مادہ بصورت دوم}}{\text{حرکت کرنے والی مقدار مادہ بصورت اول}}$$

اس لئے فاصلہ $ح خ$ جو ۲ ثانیہ میں طے ہوتا ہے دونوں
صورتوں میں ایک ہی ہونا چاہئے۔ تجربہ کرنے سے معلوم
ہوتا ہے کہ فی الواقع ایسا ہی ہے۔

اسی طرح اگر ط کو $\frac{1}{128}$ اونس کریں اور ق کو ۳ اونس تو بھی وہی نتیجہ ہوگا۔

تجربہ کی کامیابی کے لئے ضروری ہے کہ چرخ کی فرک کو مغلوب کرنے کی غرض سے ایک قالتو وزن ز بھی ق کے ساتھ رکھا جائے۔

یہ وزن ز وزن ق رکھنے سے پہلے معلوم کرنا چاہئے اور یہ وہ وزن ہوگا جس کے رکھنے سے وزن ط ایکساں رفتار سے آہستہ آہستہ زمین تک پہنچ جائے۔ یہ وزن ز تجربہ کے دوران میں وزن ق کے ساتھ ہی رکھا جائے اور اس کا شمار ق کے وزن میں نہ کیا جائے کیونکہ یہ قالتو وزن ہے اور محض فرک کے اثر کو زائل کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

امثلہ نمبری (۱۲)

- (۱) اگر ایک شخص ۲۰ پونڈ وزن ہاتھ میں لیکر ایک میز پر سے کودے تو ہاتھ پر وزن کا دباؤ کیا ہوگا؟
- (۲) ۲۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک افقی سطح پر پڑا ہے۔ سطح اوپر کی طرف حرکت کرتی ہے (۱) ایک فٹ فی ثانیہ کی یکساں رفتار سے (۲) ایک فٹ فی ثانیہ فی ثانیہ کے یکساں اسراع سے۔ دونوں صورتوں میں جسم اور سطح کا تعامل دریافت کرو۔

(۳) ایک شخص جس کی کمیت مادہ ۸ سٹون ہے ایک تختے پر کھڑا ہے۔ اگر تختہ (۱) اوپر کو (۲) نیچے کو حرکت کرے تو تختے کا عمل دریافت کرو۔

(۴) کونے کی کان کے گڑھے میں سے ایک بڑے ڈول کے ذریعہ ایک بندرڈ ویٹ کونہ نکال گیا ہے۔ ڈول کی تہ اور کونے کے درمیان تعامل ۱۲۶ پونڈ وزن کے برابر ہے۔ ڈول کا اسراع دریافت کرو۔

(۵) ایک غبارہ یکساں اسراع سے اوپر کو چڑھتا ہے۔ غبارے کی تہ پر ایک بندرڈ ویٹ کمیت کے جسم کا دباؤ ۱۱۶ پونڈ وزن کے برابر پڑتا ہے۔ دریافت کرو کہ ایک منٹ میں غبارہ کتنی بلندی پر پہنچے گا؟

(۶) ترازو کے دو پلڑے جن میں سے ہر ایک کی کمیت ۳۰ گرام ہے ایک رسی کے سروں سے باندھ کر ایک چرخ پر چڑھا دئے گئے ہیں۔ ایک پلڑے میں ۳۰۰ گرام اور دوسرے میں ۲۴۰ گرام مقدار مادہ رکھی گئی ہیں۔ رسی کا تناؤ اور پلڑوں کے عمل دریافت کرو۔

(۷) ایک رسی ایک چکنی چرخ پر سے گذر کر اپنے سروں پر دو پلڑوں کو سہاتی ہے۔ ہر ایک پلڑے کی کمیت ایک اونس ہے۔ اگر ۲ اور ۴ اونس کمیت کے جسم پلڑوں میں رکھے جائیں تو نظام کا اسراع، رسی کا تناؤ اور پلڑوں کے عمل دریافت کرو۔

(۸) ایک روز ۳ گھنٹہ میں نصف انچ بارش ہوئی۔ یہ تسلیم کر کے کہ بارش کے قطرے نہایت چھوٹے ہیں اور زمین پر گرتے وقت ان کی رفتار ۱۰ فٹ فی سیکنڈ ہے زمین پر ان کا دباؤ فی مربع میل دریافت کرو جو انکی حرکت نابود ہونے کے باعث پیدا ہوتا ہے۔ یہ مان لیا جائے کہ ایک مکعب فٹ پانی کی کمیت ۱۰۰۰ اونس ہے اور بارش یکساں اور مسلسل پڑتی ہے۔

(۹) اگر ۲۴ گھنٹہ میں ۳ انچ بارش ہو تو اس کی وجہ سے فی ایکڑ پونڈوں کے وزن میں کس قدر دباؤ پڑیگا بارش کی رفتار زمین پر گرتے وقت اتنی ہی ہے جتنی کہ ایک بغیر روک کے گرنے والے جسم کی رفتار ۲۴ فٹ کی بلندی سے گرنے کے بعد ہوتی ہے۔

(۱۰) پانی کی ایک دھار ۸۰ فٹ فی ثانیہ کی افقی رفتار سے دیوار سے اس طح ٹکراتی ہے کہ ایک ثانیہ میں پانی کی ۳۰۰ گیلن دیوار پر پڑتی ہے۔ یہ تسلیم کر کے کہ ایک گیلن میں $\frac{1}{4}$ مکعب انچ ہیں اور ایک مکعب فٹ پانی کی کمیت ۱۰۰۰ اونس ہے دیوار کا عمل پونڈوں کے وزن میں دریافت کرو۔

(۱۱) ایٹ وڈ کی مشین کے دونو وزنوں میں سے ہر ایک کی کمیت ۲۴۰ گرام ہے اور ۱۰ گرام کی کمیت کا ایک وزن ان میں سے ایک پر رکھنے سے وہ ۱۰ ثانیہ

میں ۱۰ میٹر نیچے کی طرف طے کرتا ہے۔ اس سے ثابت

کرو کہ ج = ۹۸۰ (۱۲) بتاؤ کہ ایٹ وڈ کی مشین کے استعمال سے کسطح
ثابت کر سکتے ہیں کہ ایک جسم پر یکساں قوت کے عمل
کرنے سے یکساں اسراع پیدا ہوگا۔

(۱۳) ایک ہی کمیت کی سولہ گولیاں منکوں کی طرح
ایک دوسرے پر چڑھا دی گئی ہیں۔ گولیوں کی لڑی
ایک چکنی مائل سطح پر جس کا میلان جباً ۱۰ ہے
اس سطح رکھ دی گئی ہے کہ کچھ گولیاں سطح پر ہیں اور
کچھ سطح کی چوٹی پر سے نیچے لگتی ہیں۔ اگر ابتدا میں
اسراع ۲ ہے تو دریافت کرو کہ کتنی گولیاں نیچے

لٹ رہی ہیں؟

(۱۴) ط اور ق کمیت کے دو اجسام ایک رسی کے
سروں سے بندھے ہیں۔ ق ایک چکنی مائل سطح
پر رکھا ہے جس کا میلان افق سے ۳۰ ہے اور ط
چوٹی پر سے نیچے لگتا ہے۔ جتنے وقت میں ط حالت
سکون سے ایک مفروضہ فاصلہ طے کرتا ہے وہ اس وقت
سے چار گنا ہے جو اتنا ہی فاصلہ بغیر روک کے گرنے
میں صرف ہوتا ہے۔ ط اور ق کی نسبت معلوم کرو۔

(۱۵) ط کی کمیت ۹ پونڈ ہے اور وہ نیچے لگتا ہے۔
ق کی کمیت ۶ پونڈ ہے اور وہ ایک سطح مائل پر

رکھا ہے جس کا میلان افق سے ۳۰° ہے۔ ثابت کرو کہ جتنا وقت اس صورت میں ق کو سطح مائل کا کل طول طے کرنے میں لگتا ہے وہ اس وقت سے نصف ہے جو ط کو کل طول طے کرنے میں لگے اگر ق نیچے لٹکے اور ط سطح پر ہو۔

(۱۶) ایک سطح مائل کا ارتفاع ۱۲ فٹ ہے اور اس کا قاعدہ ۱۶ فٹ ہے۔ ایک ذرہ سطح کی چوٹی پر سے حالت سکون سے شروع ہو کر سطح کا تمام طول طے کر کے ایک افقی سطح پر حرکت کرنے لگتا ہے۔ دریافت کرو کہ سطح افقی پر وہ کس قدر فاصلہ طے کرے گا؟ یہ تسلیم کر لیا جائے کہ سطح مائل سے سطح افقی پر ذرہ بلا نقصان رفتار جاتا ہے اور ہر دو سطوح کی قدر فرق $\frac{1}{2}$ ہے۔

(۱۷) ایک ریل گاڑی ۳ میل فی گھنٹہ کی شرح سے چل رہی ہے۔ ثابت کرو کہ بریک لگانے سے تقریباً ۸۴ گز چل کر ٹھہر جائیگی اگر بریکوں کی قوت گاڑی کے وزن کی تین چوتھائی ہو اور قدر فرق ۱۶ د ہو۔

(۱۸) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت ۵۰ ٹن ہے ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے حرکت کر رہی تھی۔ جب اس کی بھاپ بند کر دی گئی اور بریک کے ڈبے کو بریک لگا دیا گیا تو چوتھائی میل چل کر ریل گاڑی

میں ۱۰ میٹر نیچے کی طرف طے کرتا ہے۔ اس سے ثابت
کرو کہ ج = ۹۸۰ (۱۲) بتاؤ کہ ایٹوم کی مشین کے استعمان سے کس طرح
ثابت کر سکتے ہیں کہ ایک جسم پر یکساں قوت کے عمل
کرنے سے یکساں اسراع پیدا ہو گا۔
(۱۳) ایک ہی کمیت کی سولہ گولیاں مشور کی طرح
ایک دوسرے پر چڑھا دی گئی ہیں۔ گولیوں کی ترقی
ایک چکنی مائل سطح پر جس کا میلان جب سے ہے
اس سطح رکھ دی گئی ہے کہ کچھ گولیاں سطح پر ہیں اور
کچھ سطح کی چوٹی پر سے نیچے لگتی ہیں۔ اگر ابتدا میں
اسراع بچے ہو تو دریافت کرو کہ کتنی گولیاں نیچے

لٹک رہی ہیں؟

(۱۴) ط اور ق کمیت کے دو اجسام یک دوسرے کے
سروں سے بندھے ہیں۔ ق ایک چکنی مائل سطح
پر رکھا ہے جس کا میلان افق سے ۳۰° ہے اور ط
چوٹی پر سے نیچے لگتا ہے۔ جتنے وقت میں ط حالت
سکون سے ایک مفروضہ فاصلہ طے کرتا ہے وہ وقت
سے چار گنا ہے جو اتنا ہی فاصلہ بغیر روک کے گرنے
میں صرف ہوتا ہے۔ ط اور ق کی نسبت معلوم کرو
۱۵۱ ط کی کمیت ۹ پونڈ ہے اور وہ نیچے لگتا ہے
ق کی کمیت ۶ پونڈ ہے اور وہ ایک سطح مائل پر

رکھا ہے جس کا میلان افقی سے ۳۰° ہے۔ ثابت کرو کہ
جب وقت اس صورت میں ق کو سطح بائیں کا کل طول
طے کرنے میں لگتا ہے وہ اس وقت سے نصف ہے
جو ط کو کل طول طے کرنے میں لگے اگر ق نیچے
لگے اور ط سطح پر ہو۔

(۱۶) ایک سطح بائیں کا ارتفاع ۱۲ فٹ ہے اور اس کا
قاعدہ ۱۶ فٹ ہے۔ ایک ذرہ سطح کی چوٹی پر سے حالت
سکون سے شروع ہو کر سطح کا تمام طول طے کر کے
ایک افقی سطح پر حرکت کرنے لگتا ہے۔ دریافت کرو
کہ سطح افقی پر وہ کس قدر فاصلہ طے کرے گا؟
یہ تسلیم کر لیا جائے کہ سطح بائیں سے سطح افقی پر ذرہ
بلا نقصان رفتار جاتا ہے اور ہر دو سطوح کی قدر
فرک ۱/۲ ہے۔

(۱۷) ایک ریل گاڑی ۳ میل فی گھنٹہ کی شرح سے
چل رہی ہے۔ ثابت کرو کہ بریک لگانے سے تقریباً
۸۴ گز چل کر ٹھیر جائیگی اگر بریکوں کی قوت گاڑی کے
وزن کی تین چوتھائی ہو اور قدر فرک ۱/۱۶ ہو۔

(۱۸) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت ۵۰ ٹن ہے ۳
میل فی گھنٹہ کی رفتار سے حرکت کر رہی تھی۔ جب
اس کی بھاپ بند کر دی گئی اور بریک کے ڈبے کو
بریک لگا دیا گیا تو چوتھائی میل چل کر ریل گاڑی

علم حرکت ۱۷۴ باب پنجم

ساکن ہوگئی۔ بریک کے ڈبے کی کمیت دریافت کرو۔ پہیوں اور ریل کی سڑک کے درمیان قدر فرق ہے اور یہ مان لیا جائے کہ غیر مقفل پہیے پھسلنے کے بغیر گردش کرتے ہیں۔

(۱۹) ایک رسی کے سروں میں دو جسم بندھے ہیں جن کی کمیت m اور n ہے۔ m ایک سطح مائل کے پایہ پر رکھ دیا گیا ہے اور n چوٹی پر سے نیچے ٹکتا ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ m سطح کی عین چوٹی تک پہنچ جائے تو ثابت کرو کہ جب m

فاصلہ $\frac{m+n}{n} \times \frac{h}{\sin \theta}$ طے کر چکے تو رسی کاٹ کر n کو الگ کر دینا چاہیے۔

(۲۰) دو جسم ایک رسی کے سروں سے مربوط ہیں اور وہ رسی ایک چرخ پر چڑھی ہے۔ اگر اجسام کی کیتوں کا مجموعہ ایک مقدار مستقل رہے تو ثبات کرو کہ اسراع کے کم ہونے سے رسی کا تناؤ زیادہ ہوگا۔

(۲۱) ایک جسم جس کی کمیت m ہے ایک رسی کے ایک سرے سے بندھا ہے اور m کمیت والا ایک دوسرا جسم رسی کے دوسرے سرے سے بندھا ہے۔ m ایک میز پر ہے اور میز کے کنارے پر سے

م نیچے لٹک رہا ہے اور م کو کھینچتا ہے۔ اگر میزبر کے جسم کی کمیت دو چند ہو جائے تو رسی کے تناؤ میں اضافہ بقدر نصف ہوتا ہے۔ م اور م کی نسبت معلوم کرو۔

(۲۲) دو جسم جنکی کمیت بالترتیب ۹ پونڈ اور ۱۷ پونڈ ہے ایک چکنی افقی میز پر رکھے ہیں اور انکا درمیانی فاصلہ ۱۰ فٹ ہے۔ اگر ان میں ایک قوت جاذبہ ایسی پیدا ہو جائے کہ وہ ایک دوسرے کو بلا لحاظ فاصلہ ایک پونڈ وزن قوت سے کھینچنا شروع کر دیں تو معلوم کرو کہ وہ کتنی مدت کے بعد ملیں گے؟

(۲۳) ایک حرکت پذیر چرخہ سے وزن و لٹک رہا ہے اور اس چرخہ کے گرد گزرنے والی رسی کا کھلا سر ایک ثابت چرخہ پر سے گزر کر ایک وزن ط کو سہارتا ہے۔ ط، پ و سے بڑا ہے۔ دوران حرکت میں رسی کا تناؤ دریافت کرو۔ واضح رہے کہ رسی کے ہر سہ حصص متوازی ہیں۔

(۲۴) کمیت م کا جسم کمیت ن کے جسم کو چرخوں کے ایک ایسے نظام میں سہارتا ہے جس میں ہر ایک رسی ن سے بندھی ہے اور تمام رسیاں متوازی ہیں۔ اب کمیت م کا ایک اور جسم ن کے ساتھ لگا دیا گیا ہے۔ چرخوں کا وزن نظر انداز کر کے حرکت معلوم کرو۔

(۲۵) تین حرکت پذیر چرخوں کا نظام جس میں تمام رسیاں عمودی ہیں اور شہتیر سے بندھی ہیں ایک ہنڈروویٹ کمیت کے ایک جسم کو اٹھانے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ اٹھانے والی قوت ۱۵ پونڈ کمیت کا وزن ہے جو ایک ثابت چرخ پر سے گزرنے والی رسی سے بندھا ہے۔ ثابت کرو کہ اگر چرخوں کے وزن کو نظر انداز کیا جائے تو جسم $\frac{3}{13}$ کے اسراع سے اوپر کی طرف حرکت کرے گا۔

(۲۶) دو جسم جن کی کمیت m اور m' ہے ایک رسی کے سروں سے بندھے ہیں اور رسی تین ثابت اور دو حرکت پذیر چرخوں پر سے گزرتی ہے جن میں سے ہر ایک کی کمیت n ہے اور جو ثابت چرخوں کے درمیان لٹکتی ہیں۔ رسیوں کے وہ حصے جو چرخوں کے درمیان ہیں عمودی ہیں۔ وہ شرط دریافت کرو جس کے پورے ہونے سے چرخیاں نہ اوپر چڑھیں اور نہ نیچے گریں اور اس صورت میں m اور m' کا اسراع معلوم کرو۔

(۲۷) ایک رسی ایک چکنی چرخ پر چڑھی ہے۔ رسی کا جو حصہ ایک طرف لٹک رہا ہے اس کے ذریعہ ایک ۱۲ سلٹوں کا آدمی اسراع کی ایک اکائی سے نیچے کی طرف حرکت کر رہا ہے اور ایک اور آدمی جو $\frac{1}{4}$ اس

سٹون کا ہے دوسری طرف اوپر چڑھ رہا ہے۔ دریافت کرو کہ دوسرے آدمی کا اسراع کیا ہو کہ رسی حرکت نہ کرے؟

(۲۸) ایک ہلکی رسی ایک چکنی چرنی پر چڑھی ہے اس کے ایک طرف ۱۲ سٹون کمیت کا ایک آدمی لٹک رہا ہے اور دوسری طرف ۱۰ سٹون کمیت کا ایک بچہ لٹکا۔ اگر آدمی رسی کے ذریعہ اوپر وار ایسا چڑھے کہ اس کا اسراع نصف رہ جائے تو بچے کا اسراع اوپر کی طرف معلوم کرو اور ثابت کرو کہ آدمی کا اسراع بلحاظ رسی کے بچے کا ہے۔

(۲۹) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت ۱۱۲ ٹن ہے ۲۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ ہوا اور فرک وافر کی مزاحمت ۱۶ پونڈ فی ٹن ہے۔ ۱۲ ٹن کمیت کا ایک حصہ گاڑی سے الگ ہو جاتا ہے۔ یہ تسلیم کر کے کہ انجن کی قوت ایک سی ہتی ہے دریافت کرو کہ اس حصے سے ۵۰ ثانیہ میں گاڑی کس قدر آگے بڑھ جائیگی اور جس وقت وہ حصہ ساکن ہو گا اس وقت گاڑی کی رفتار کیا ہوگی؟

(۳۰) دو ذریعے جن کی کمیت ۴ م اور ۲ م ہے ایک چکنی مینر پر لٹکے پڑے ہیں اور ایک رسی کے سروں سے بندھے ہیں۔ رسی مینر کے کنارے پر سے لٹک کر ایک چرنی کے ساتھ ہے اور چرنی سے ۴ م کمیت کا

ایک جسم ٹکلتا ہے۔ ثابت کرو کہ جسم کا اسراع $\frac{9}{14}$ ج ہے۔

(۳۱) ایک چکنا فانہ جس کی کمیت م ہے ایک افقی سطح پر پڑا ہے اور ایک ذرہ جس کی کمیت ن ہے اس کے مائل پہلو پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے جس کا میلان افق سے عہ ہے۔ ثابت کرو کہ فانہ کا اسراع $\frac{ن}{م} \times ج$ جب عہ جسم عہ ہے۔

فرض کرو کہ ع ذرہ کا اسراع مائل پہلو کی عمودی سمت میں فانہ کی طرف ہے اور ع فانہ کا افقی اسراع ہے اور فرض کرو کہ فانہ اور ذرہ کے درمیان تعامل ح ہے تو ح ایک طرف ذرہ پر عمل کرتا ہے اور دوسری طرف فانہ پر۔

تب $ن ع = ن ج - ح$ (۱)
اور $م ع = ح جب عہ$ (۲)
نیز چونکہ ذرہ مائل پہلو پر حرکت کرتا ہے اور دوران حرکت میں اس سے جدا نہیں ہوتا اس لئے فانے کے اسراع کا جزء تحلیل مائل پہلو کی عمودی سمت میں وہی ہوگا جو ذرہ کے اسراع کا جزء تحلیل اسی سمت میں ہے اور یہ جزء ع ہے
(۱)، (۲)، (۳) کو محل کرتے ہوئے حاصل ہوگا۔ (۳)

باب ششم

(۱۷۹)

صدمہ۔ کام اور توانائی

(۸۴) صدمہ۔ تعریف۔ وقت کی ایک مدت مفروضہ میں ایک قوت کا صدمہ، قوت اور وقت کے حاصل ضرب کے مساوی ہوا کرتا ہے۔ قوت کے متبادل ہونے کی صورت میں قوت کی قیمت اوسط لی جائے۔

اگر ایک قوت Q کے عمل کرنے کی مدت t ہو تو

$$\text{صدمہ} = Q \times t$$

مدت مفروضہ میں قوت کا صدمہ قوت کے میار حرکت کے برابر ہوا کرتا ہے۔ فرض کرو کہ ایک ذرہ جس کی کمیت m ہے ابتدا میں رفتار v سے حرکت کرتا ہے۔ اگر اس پر ایک مستقل قوت Q مدت t تک عمل کرے اور قوت کے عمل سے اسراع a پیدا ہو تو $Q = m a$

لیکن اگر مدت و کے اختتام پر رفتار نہ ہو تو

$$ر = ب + ع و$$

پس صدرہ = ق و = م ع و = م (ر-ب) = م ر-م ب

= اس معیار حرکت کے جو مدت و میں پیدا ہوا

اگر قوت متبدل ہو تو بھی یہ نتیجہ درست ہے۔

لہذا اس سے ظاہر ہے کہ حرکت کا قانون دوم صورت ذیل میں بھی بیان ہو سکتا ہے۔

ایک مدت مفروضہ میں ایک ذرے کے معیار حرکت کی تبدیلی قوت عاملہ کے صدرے کے برابر ہے اور اور دونوں کی سمت ایک ہے۔

(۸۵) صدرے والی قوتیں - فرض کرو کہ

ایک قوت ق ایک جسم پر جس کی بحیثیت م م ہے مدت و تک عمل کرتی ہے اور فرض کرو کہ اس مدت کی ابتدا اور اختتام پر جسم کی رفتاریں بالترتیب ب اور رہیں تو بموجب دفعہ سابقہ

$$ق و = م (ر-ب)$$

اب قوت کو بڑھتا ہوا فرض کرو اور مدت و کو گھٹاتا ہوا فرض کرو۔ اس طرح آخر کار قوت کی مقدار بچہ بڑھ جائے گی اور مدت و بے حد کم ہو جائے گی۔ لیکن یہ ممکن ہے کہ ق و کا حاصل ضرب ایک مقدار محدود ہو

مثلاً فرض کرو کہ $Q = ۶۰$ پونڈل اور $W = \frac{۱}{۲}$ سیکنڈ
اور $m =$ پونڈ تو اس صورت میں تبدیل رفتار = رفتار کی ایک
اکائی

اگر ایک قوت محدودہ کے عمل کا پورا اثر معلوم کرنا مقصود
ہو جب قوت کے عمل کی مدت محدود اور مقرر ہو تو
ہمیں دو باتیں معلوم کرنی چاہئیں (۱) ذرے کی رفتار
کی تبدیلی جو قوت کے عمل سے اس مدت میں ظہور پذیر
ہو (۲) اس مدت میں ذرے کی نقل مکان -

اب اگر قوت کی مقدار بے حد زیادہ ہو اور قوت کے
عمل کی مدت بے حد کم ہو تو قوت کے دوران عمل میں
ذره بہت تھوڑا فاصلہ طے کریگا۔ یعنی ذرے کی نقل مکان
نظر انداز ہو سکتی ہے۔

پس ایسی قوت کی صورت میں قوت کے عمل کا پورا اثر
معلوم ہو جاتا ہے جب معیار حرکت کی تبدیلی جو قوت
سے پیدا ہوئی ہے معلوم ہو جائے۔

ایسی قوت کو صدمے والی قوت کہتے ہیں اس وجہ
سے اس کی تعریف یہ ہے۔ صدمے والی قوت ایک
بہت بڑی قوت ہے جس کی مدت عمل بہت کم ہو ایسی
کہ اس کے عمل سے اس مدت میں ذرے کی نقل مکان
نظر اندازی کے قابل ہو۔ اس کے پورے اثر کا اندازہ
صدمے یعنی معیار حرکت کی تبدیلی سے ہوتا ہے۔

ایسی کوئی عملی مثال دیکھنے میں نہیں آتی جس میں ایک بے حد بڑی قوت بے حد تھوڑی مدت میں عمل کرے۔ ہتھوڑے کی چوٹ اور بلیڈ کے گولوں کی ٹکر تقریباً مثالیں ہیں۔

اگر قوت یکساں نہ ہو تو بھی بیان بالا درست ہے۔ بلیڈ کے گولوں کی ٹکریں عام طور پر قوت میں بہت تبدیلی واقع ہوتی ہے۔

مثال (۱) ایک قوت ۹ پونڈ کمیت کے ایک جسم پر عمل کر کے اس کی رفتار کو ۲۰ میل فی گھنٹہ سے بدل کر ۳۰ میل فی گھنٹہ کر دیتی ہے۔ قوت کا صدر معلوم کرو۔

جواب۔ صدرے کی ۱۳۲ اکائیاں۔

مثال (۲) ۲ پونڈ کمیت کے ایک ساکن جسم کو چوٹ لگائی جاتی ہے اور اس چوٹ سے وہ ۱۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت شروع کرتا ہے۔ اگر چوٹ کے عمل کی مدت $\frac{1}{10}$ ثانیہ ہو تو قوت عامہ کی اوسط قیمت دریافت کرو۔

جواب۔ دو ہزار پونڈل۔

مثال (۳) شیشے کی ایک گولی جس کی کمیت ایک انچس ہے ۲۵ فٹ کی بلندی سے گر کر پھر ۱۶ فٹ کی بلندی تک اچکتی ہے۔ تو صدرے کی قیمت دریافت کرو اور اگر گولی اور فرش کی ٹکر کی مدت $\frac{1}{10}$ ثانیہ ہو تو گولی اور فرش کے

درمیان اوسط قوت معلوم کرو۔

جواب - صدے کی $2\frac{1}{4}$ اکائیاں - ۴۷ پونڈل (۸۶) دو جسموں کا تصادم - جب دو جسم ۱ اور ۲ ٹکراتے ہیں تو جتنا وقت کہ وہ آپس میں مس کرتے ہیں اس وقت کی ہر آن میں ۱ کا عمل ۲ پر متساوی اور متقابل ہے ۲ کے عمل کے جو ۱ پر ہوتا ہے - یہ حرکت کے تیسرے قانون کے بموجب ہے۔

اس لئے ۲ پر ۱ کے عمل کا صدہ متساوی اور متقابل ہے اس صدے کے جو ۱ پر ۲ کے عمل سے ٹھو پذیر ہوتا ہے۔

اس سے ظاہر ہے کہ ۲ کے معیار حرکت میں جو تبدیلی واقع ہوتی ہے وہ ۱ کے معیار حرکت کی تبدیلی کے متساوی اور متقابل ہے۔ اس لئے ان تبدیلیوں کا مجموعہ ایک ہی سمت میں صفر ہو گا۔ پس تصادم سے دونو جسموں کی حرکت کے معیاروں کا مجموعہ ایک ہی سمت میں ایک مقدار مستقل رہتا ہے۔

مثال (۱) ۳ پونڈ کمیت کا ایک جسم ۳۳ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا ایک دوسرے جسم سے جا کر ٹکراتا ہے جس کی کمیت ۲ پونڈ ہے اور جو ۴۴ فٹ

فی ثانیہ کی رفتار سے اسی سمت میں حرکت کر رہا ہے۔
دونو جسم مل کر ایک ہو جاتے ہیں۔ اس مجموعی جسم
کی رفتار معلوم کرو۔

فرض کرو کہ رفتار مطلوبہ r ہے تو چونکہ تصادم سے
دونو جسموں کی حرکت کے معیاروں کا مجموعہ نہیں بدلتا
لہذا

$$(2+3)r = 1 \times 3 + 2 \times 3 = 9 \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

مثال (۲) اگر مثال بالا میں دوسرا جسم پہلے جسم کی حرکت
کے متقابل حرکت کر رہا ہو تو رفتار کیا ہو گی؟
اس صورت میں چونکہ حرکت کے معیار متقابل سمتوں
میں ہیں اس لئے پہلے جسم کے معیار حرکت کو 3×3
کہیں تو دوسرے جسم کا معیار حرکت (-2×3) ہو گا۔
پس اگر رفتار مطلوبہ r ہو تو

$$(2+3)r = 3 \times 3 - 2 \times 3 = 3 \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

(۸۷) بندوق اور اس کی گولی کی حرکت۔

جب بندوق چلائی جاتی ہے تو بارود کو آگ لگ جاتی
ہے اور وہ فوراً ایسی گیس بن جاتی ہے جس کا دیاؤ
بہت زیادہ ہوتا ہے اور اس دیاؤ کے ذریعہ

گولی بندوق سے نکلتی ہے۔ گیس کا عمل بعینہ ایسا ہے جیسا کہ ایک دبی ہوئی کمائی کا ہوتا ہے جو اپنی اصلی وضع پر آنے کی کوشش کرتی ہے۔ گولی نکلنے سے قبل کسی آن میں جتنا زور گولی پر آگے کی طرف پڑتا ہے اتنا ہی زور بندوق پر پیچھے کی طرف پڑتا ہے۔ اس لئے گولی کا معیار حرکت جو اس طرح زور پڑنے سے پیدا ہوتا ہے بندوق کے معیار حرکت کے مساوی اور متقابل ہوگا درانحالیکہ بندوق بلا مزاحمت حرکت کرے۔ اور بندوق چلانے والے کو بندوق کا جو دھکا محسوس ہوتا ہے۔ اس کی یہی وجہ ہوتی ہے۔

مثال۔ ایک گولہ جس کی کمیت ۴۰۰ پونڈ ہے ایک توپ کے ذریعہ چلایا جاتا ہے۔ توپ کی کمیت ۵۰ ٹن ہے اور گولے کی رفتار توپ کے منہ سے نکلتے وقت ۹۰۰ فٹ فی سیکنڈ ہے۔ گولہ چلنے کے سبب توپ کی رفتار کیا ہوگی ؟

چونکہ توپ کا معیار حرکت گولے کے معیار حرکت کے مساوی اور متقابل ہے اس لئے اگر توپ کی رفتار ہو تو

$$۹۰۰ \times ۴۰۰ = ۱ \times ۲۲۴۰ \times ۵۰$$

$$\therefore ۱ = \frac{۳}{۱۴} \times ۳ \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

امثلہ نمبری (۱۳)

(۱) ۲۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے۔ ایک دوسرا جسم جس کی کمیت ۴ پونڈ ہے ۱۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے اسی سمت میں چلتا ہوا پیچھے سے آکر پہلے جسم کے ساتھ مل جاتا ہے اور پھر دونو اکٹھے ایک رفتار سے حرکت کرتے ہیں۔ مشترکہ رفتار دریافت کرو۔

(۲) ۸ پونڈ کمیت کا ایک جسم ۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ایک سمت میں حرکت کرتا ہوا ایک دوسرے جسم سے جا ملتا ہے جس کی کمیت ۲۴ پونڈ ہے اور جس کی رفتار ۲ فٹ فی ثانیہ اسی سمت میں ہے۔ دونو جسم ٹکرا کر ایک ہو جاتے ہیں۔ ثابت کرو کہ اس مجموعی جسم کی رفتار ۳ فٹ فی ثانیہ ہے۔

اگر ان کی حرکت متقابل سمتوں میں ہو تو ثابت کرو کہ ٹکرائے بعد مجموعی جسم ساکن ہو گا۔

(۳) ۱۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ۴ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا ۱۲ پونڈ کمیت کے ایک دوسرے جسم سے ٹکراتا ہے جو ۷ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے متقابل سمت میں حرکت کر رہا ہے۔ اگر ٹکرائے کے بعد دونو جسم ایک ہو جائیں تو ثابت

کرو کہ مجموعی جسم کی رفتار ۲ فٹ فی ثانیہ اس سمت میں ہوگی جس سمت میں بڑا جسم حرکت کر رہا تھا۔ (۴) ایک اونس کمیت کی گولی ۱ پونڈ کمیت کی بنیو سے ... ۱ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلتی ہے۔ بندھ کی رفتار پیچھے کی طرف معلوم کرو۔

(۵) ۴۰ ٹن کمیت کی ایک توپ سے ۸۰۰ پونڈ کمیت کا ایک گولہ ۲۰۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ اگر توپ پیچھے کی طرف حرکت کرنے کیلئے آزاد ہو تو اس کی رفتار دریافت کرو۔

(۶) ۳۸ ٹن کمیت کی توپ سے ۷۰۰ پونڈ کمیت کا گولہ ۱۷۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ اگر توپ کی حرکت کو روکنے کے لئے ۱۷ ٹن وزن کی مستقل قوت استعمال کی جائے تو معلوم کرو کہ توپ کتنے فٹ پیچھے کی طرف حرکت کرے گی؟

(۷) ۸۱ ٹن کمیت کی توپ سے ۸۰۰ پونڈ کمیت کا گولہ ۱۴۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ تو دریافت کرو کہ توپ کی حرکت کو روکنے کے لئے کتنی مستقل قوت استعمال کی جائے کہ توپ ۵ فٹ میں ساکن ہو جائے؟

(۸) ایک ٹن کمیت کی توپ سے ۸۰۰ پونڈ کمیت کا گولہ چلایا جاتا ہے اور توپ پیچھے کی طرف زور کر کے

ایک سطح مائل پر ۵ فٹ چڑھ جاتی ہے۔ گولے کی ابتدائی رفتار دریافت کرو۔

(۸۸) سکونیات کے باب یازدہم میں طالب علم کو معلوم ہو چکا ہے کہ جب کسی قوت کا نقطہ عمل قوت کی سمت میں حرکت کرتا ہے تو یہ کہا جاتا ہے کہ قوت نے کام کیا۔ اور اس کام کی مقدار کا اندازہ دو مقداروں کے حاصل ضرب سے کیا جاتا ہے۔ ایک ان میں سے قوت ہے اور دوسری وہ فاصلہ جو قوت کے نقطہ عمل نے قوت کی سمت میں طے کیا۔ کام کی اکائی جو انجینیر استعمال کرتے ہیں فٹ پونڈ کہلاتی ہے۔ اور یہ وہ کام ہے جو ایک پونڈ وزن کو ایک فٹ اوپر وار اٹھانے میں کیا جاتا ہے۔

برطانیہ میں کام کی مطلق اکائی وہ کام ہے جو ایک پونڈل کی قوت اپنے نقطہ عمل کو ایک فٹ حرکت دینے میں کرتی ہے۔ کام کسی اس اکائی کو فٹ پونڈل کہتے ہیں۔ اگر کام کی اکائی فٹ پونڈل ہو تو جب ط پونڈل کی قوت کا نقطہ عمل x فٹ حرکت کرے گا تو کل کام x فٹ فٹ پونڈل ہوگا۔

چونکہ ایک پونڈ کا وزن ج پونڈل کے مساوی ہے اس لئے ایک فٹ پونڈ ج فٹ پونڈل کے برابر ہے۔ کام کی س گ ٹ اکائی وہ کام ہے جو ایک

علم حرکت ۱۸۹ باب ششم

ڈائین کی قوت اپنے نقطہ عمل کو ایک سینٹی میٹر حرکت دینے میں کرے۔

کام کی اس اکائی کو ارگ کہتے ہیں۔

$$\frac{\text{ایک فٹ پونڈل}}{\text{ایک ارگ}} = \frac{\text{پونڈل} \times \text{فٹ}}{\text{ڈائین} \times \text{سینٹی میٹر}}$$

$$= 13800 \times \frac{12}{53936} \text{ تقریباً (دفعات ۳۹۶۶)}$$

$$= 321390 \text{ تقریباً}$$

جب کوئی عامل ایک ثانیہ میں ایک جول یعنی ۱۰ ارگ کام کر رہا ہو تو یہ کہا جاتا ہے کہ ایک واٹ کی طاقت سے کام کر رہا ہے۔ ایک ایسی طاقت ۷۴۶ واٹوں کے برابر ہے۔

(۸۹) مثال (۱) ۱۵۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی کو ایک انجن ۶۰ میل فی گھنٹہ کی یکساں رفتار سے چلا رہا ہے۔ رگڑ اور ہوا وغیرہ کی مزاحمتوں کا مجموعی اثر ۱۰ پونڈ وزن فی ٹن کے مساوی ہے۔ انجن کی ایسی طاقت معلوم کرو۔

ریل گاڑی کی حرکت کو روکنے والی قوت ۱۵۰ x ۱۰ یعنی ۱۵۰۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے۔

۶۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار ۸۸ فٹ فی ثانیہ کے مساوی ہے پس ۱۵۰۰ پونڈ وزن کی قوت کا نقطہ عمل ایک سیکنڈ میں

علم حرکت . ۱۹۰ . باب ششم

۸۸ فٹ حرکت دیا جاتا ہے اس لئے کام کی مقدار
 ۸۸×۱۵۰۰ فٹ پونڈ فی ثانیہ ہے -
 اگر انجن کی ایسی طاقت لا ہو تو ایک منٹ میں وہ
 ۸۸×۳۳۰۰۰ فٹ پونڈ کام کرے گا - اس لئے فی ثانیہ
 کام لا $۵۵۰ \times$ فٹ پونڈ ہوگا -
 $\therefore ۸۸ \times ۱۵۰۰ = ۵۵۰ \times$

$\therefore ۲۲۰ =$
 مثال (۲) ۱۰۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی کو ایک
 انجن ۴ منٹ کھینچ کر ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار دیدیتا
 ہے - رگڑ وغیرہ کی مزاحمت ۸ پونڈ وزن فی ٹن ہے -
 انجن کی قوت یکساں ہے - دریافت کرو کہ انجن کی ایسی
 طاقت کم از کم کیا ہے ؟
 چونکہ ۲۴ سیکنڈ میں ۴۴ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار
 پیدا ہوتی ہے اس لئے ریل گاڑی کا اسراع $\frac{۴۴}{۲۴}$ یعنی
 $\frac{۱۱}{۶}$ فٹ سیکنڈ اکائیاں ہوگا -
 فرض کرو کہ انجن کی قوت ط پونڈل ہے
 رگڑ وغیرہ کی کل مزاحمت ۸۰۰ پونڈ وزن کے مساوی
 ہے اس لئے ریل گاڑی پر کل قوت (ط - ۸۰۰ ج)
 پونڈل ہے -

اس لئے ط - ۸۰۰ ج = $\frac{۱۱}{۶} \times ۲۲۰ \times ۱۰۰$
 $\therefore ط = ۸۰۰ (ج + \frac{۱۵۲}{۳۳})$ پونڈل = $۸۰۰ (۱ + \frac{۱۵۲}{۳۳})$ پونڈ وزن

$$= ۸۰۰ \times \frac{۱۲۵}{۴۸} \text{ پونڈ وزن}$$

جب ریل گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ چل رہی ہے تو کام جو فی ثانیہ کیا جا رہا ہے وہ $۸۰۰ \times \frac{۱۲۵}{۴۸} \times ۴۴$ فٹ پونڈ ہے۔ پس اگر انجن کی ایسی طاقت لا ہو تو

$$۴۴ \times \frac{۱۲۵}{۴۸} \times ۸۰۰ = ۵۵۰ \times ۹$$

$$۹ = \frac{۲}{۱۶۶}$$

مثال (۳) ۱۰۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی ایک سطح مائل پر چڑھ رہی ہے جس کا میلان ۲۸۰ میں ایک ہے۔ رگڑ وغیرہ کی مزاحمت ۱۶ پونڈ وزن فی ٹن ہے۔ اگر انجن کی ایسی طاقت ۲۰۰ ہو اور وہ اپنی پوری طاقت سے کام کر رہا ہو تو ریل گاڑی کی رفتار معلوم کرو۔ رگڑ وغیرہ کی مزاحمت ۱۶۰۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے اور ریل گاڑی کے وزن کا جزو تحلیل سطح مائل پر نیچے کی طرف ۱۰۰ ٹن کے $\frac{۱}{۲۸۰}$ کے وزن کے برابر ہے یعنی ۸۰۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے۔ لہذا حرکت کو روکنے والی کل قوت ۲۴۰۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے

فرض کرو کہ ریل گاڑی کی رفتار فی ثانیہ فٹوں میں ۲۴۰۰ پونڈ وزن ہے تو انجن کا کام وہ ہے جو ۲۴۰۰ پونڈ وزن کی قوت کے نقطہ عمل کو فی ثانیہ ۲۴۰۰ فٹ کیپٹنے میں

علم حرکت ۱۹۲ باب ششم

کیا جاتا ہے۔ یعنی ۲۴۰۰ فٹ پونڈ فی ثانیہ ہے لیکن

کل کام جو انجن کر سکتا ہے وہ $\frac{۲۰۰ \times ۳۳۰۰۰}{۶۰}$ یعنی

۱۱۰۰۰۰ فٹ پونڈ فی ثانیہ ہے

پس ۲۴۰۰ ر = ۱۱۰۰۰۰

یعنی ر = $\frac{۱۱۰۰۰۰}{۲۴}$

اس لئے ریل گاڑی کی رفتار $\frac{۱}{۲۴}$ ۳۱ میل فی گھنٹہ ہے

امثلہ نمبری (۱۴)

(۱) ۵۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی یکساں رفتار سے چل رہی ہے۔ ہوا اور رگڑ وغیرہ کی مزاحمت ۴۰ پونڈ وزن فی ٹن ہے۔ انجن کی ایسی طاقت معلوم کرو۔

(۲) اس انجن کی ایسی طاقت کیا ہے جو ایک ریل گاڑی کو ۲۰۰۰ پونڈ وزن کی مزاحمت کے متقابل ۴۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلا رہا ہے ؟

(۳) ۱۰۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی ایک سطح مائل پر ۴۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چڑھ رہی ہے۔ سطح کا میلان ۲۰۰ میں ایک ہے۔ جاذبہ ارض کے سوا تمام مزاحمتوں کو نظر انداز کر کے انجن کی ایسی طاقت معلوم کرو۔

(۴) ۲۰۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی ایک سطح مائل پر ۴۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چڑھ رہی ہے۔ سطح کا میلان ۵۰۰ میں ۳ ہے اور انجن کی اپنی طاقت ۶۰۰ ہے۔ رگڑ وغیرہ کی مزاحمت فی ٹن معلوم کرو۔ ۲۰۰ ٹن میں انجن کی کمیت بھی شامل ہے۔

(۵) ایک انجن ایک سطح مائل پر ۲۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چڑھ رہا ہے۔ سطح کا میلان ۱۰۰ میں ایک ہے۔ انجن اور اس پر کے بوجھ کی کمیت ۱۰ ٹن ہے۔ اور رگڑ وغیرہ کی مزاحمت ۱۰ پونڈ وزن فی ٹن ہے۔ انجن کی اپنی طاقت دریافت کرو۔

(۶) ۶۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی کو ایک انجن کھینچنا شروع کرتا ہے ۳ منٹ کے بعد ریل گاڑی کی رفتار ۱۰ میل فی گھنٹہ ہو جاتی ہے۔ حرکت متقابل مزاحمت ۱۰ پونڈ وزن فی ٹن ہے اور اسراع یکساں ہے۔ انجن کی اپنی طاقت معلوم کرو۔

(۷) ۱۰ ٹن کے ایک وزن کو ایک کھڑ دری سطح پر اوپر کی جانب آدھ گھنٹہ میں ۳۳۰ فٹ کھینچا گیا ہے۔ سطح کا میلان افق سے ۳۰° ہے اور قدر فرق $\frac{1}{10}$ ہے۔ جس انجن نے یہ کام کیا اس کی اپنی طاقت دریافت کرو اور کام کی مقدار بھی معلوم کرو۔

(۸) نصف پونڈ کمیت کا ایک پتھر حالت سکون سے

کنا شروع کرتا ہے۔ دریافت کرو کہ دسویں ثانیہ میں قوت
جاذبہ ایس اس پر کتنا کام کرتی ہے۔

(۹) ایک جہاز کے انجن کی ایسی طاقت ۲۵۰۰۰ ہے
اور انجن جہاز کو ۲۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلا سکتا
ہے۔ حرکت کے متقابل پانی کی مزاحمت دریافت کرو۔

(۹۰) توانائی۔ تعریف۔ ایک جسم کی کام کرنے کی
قابلیت کو توانائی کہتے ہیں اور اس کی دو قسمیں ہیں۔
توانائی بالفعل اور توانائی بالقوہ۔ جو توانائی کسی جسم میں
حرکت کی وجہ سے ہو وہ اس کی توانائی بالفعل کہلاتی
ہے۔ اور اگر اس جسم کو ساکن کرنے کے لئے قوتیں
لگائی جائیں تو اس کے ساکن ہوئے تک جس قدر
کام ان قوتوں کے متقابل وہ جسم کرے گا وہ اسکی
توانائی بالفعل کا اندازہ ہوگا۔

گرنے والا جسم، جھولنے والا رقص، گھومنے والا پہیہ
اور توپ کا استمرک گولا سب توانائی بالفعل رکھتے ہیں۔
فرض کرو کہ کمیت م کا ایک ذرہ رفتار ر سے حرکت
کر رہا ہے تو اس کام کی مقدار دریافت کرو جو ساکن
ہوئے تک وہ ذرہ اپنی حرکت کے زور سے کر سکتا ہے۔
فرض کرو کہ ایک قوت ق اس کی حرکت کے متقابل
عمل کرتی ہے اور اس کو ساکن کر دیتی ہے۔ فرض کرو
کہ یہ قوت ایسی ہے جس سے ذرے میں اسراع

(ع) پیدا ہوتا ہے تو ق = م ع
فرض کرو کہ ساکن ہونے تک ذرہ فاصلہ لاٹے کرتا ہے تو
 $0 = لا + ۲(-ع) لا$

پس ذرے کی توانائی بالفعل
= اس کام کی مقدار جو ساکن ہونے تک اس نے کیا
= ق لا = م ع لا = $\frac{1}{2} م لا$
پس ایک متحرک ذرے کی توانائی بالفعل دو مقداروں کا
حاصل ضرب ہے ایک ذرے کی کمیت دوسرے اسکی
رفار کے مربع کا نصف۔

(۹۱) مسئلہ۔ ثابت کرو کہ فاصلے کی اکائی میں
توانائی بالفعل کی تبدیلی قوت عاملہ کے مساوی ہے۔
فرض کرو کہ ایک قوت ق کمیت م کے ایک ذرے
پر وقت و میں عمل کر کے اس کی رفار کو ب سے
بدل کر ر بنا دیتی ہے۔ اور اس مدت میں ذرہ فاصلہ
ف طے کرتا ہے تو

لا۔ ب = $\frac{1}{2} م ع$ جہاں ع اسراع ہے جو ذرے میں پیدا ہوا
یہ مساوات مسئلہ کی اس صورت کو ثابت کرتا ہے
جب قوت یکساں ہو۔

اگر قوت متبدل ہو تو بھی ثبوت یہی ہے صرف وقت کی مدت و اس قدر قلیل فرض کرو کہ اس مدت میں قوت میں چنداں تبدیلی نہ واقع ہو۔

نتیجہ صریح - مساوات (۱) سے ظاہر ہے کہ ایک ذرے کی توانائی بالفعل کی تبدیلی اس کام کے برابر ہے جو ذرے پر کیا گیا۔ اگر دفعہ (۳۲) کی پہلی اور تیسری مساواتوں کو م سے ضرب دیں

$$تو م (د-ر) = م ع و = ق و$$

$$اور \frac{1}{2} م (د-ر) = م ع ف = ق ف$$

یہ معیار حرکت اور توانائی کی مساواتیں کہلاتی ہیں الفاظ میں ان مساواتوں کو اس طرح بیان کیا جاتا ہے

معیار حرکت کی تبدیلی = قوت \times وقت

توانائی بالفعل کی تبدیلی = قوت \times فاصلہ

(۹۲) اگر ایک جسم اپنی موجودہ وضع سے نقل مکان کرے تو اس کی بہت سی وضعیں ہو سکتی ہیں۔ ان وضعوں میں سے ایک خاص وضع کو معیاری وضع یا صفری وضع کہتے ہیں۔ یہ وضع حالات پر منحصر ہے

ایک جسم اپنی موجودہ وضع سے نقل مکان کر کے اپنی معیاری وضع تک پہنچنے میں جس قدر کام کر سکتا ہے وہ اس کی توانائی بالقوہ کہلاتی ہے۔

توانائی بالقوہ کی مثالیں - ایک دبی ہوئی کمانی میں

توانائی بالقوہ ہوتی ہے۔ یعنی اپنی اصلی شکل پر آنے میں یہ کام کر سکتی ہے اور اس کام کی مقدار کمائی کی توانائی بالقوہ ہے۔

اگر کوئی جسم زمین سے بلند واقع ہو تو بھی اس میں توانائی بالقوہ ہوتی ہے۔

مثلاً کلاک کو حرکت دینے والا وزن جب کہ کلاک کو کنبی دی جائے۔ اور پتھر جو بلندی پر واقع ہو اور پانی جو ایک بلند حوض میں بھرا ہوا ہو۔ ان جسموں کی توانائی بالقوہ وہ کام ہے جو زمین تک پہنچنے میں یہ جسم کر سکتے ہیں ایسے جسموں کے لئے زمین کی سطح معیاری وضع یا صفری وضع فرض کی جاتی ہے۔ دبی ہوئی ہوا میں بھی توانائی بالقوہ ہے یعنی پھیل کر جب یہ اپنا اصلی حجم اختیار کرتی ہے اور ایسا کرنے میں جس قدر کام کرتی ہے وہ اس کی توانائی بالقوہ ہے۔ دبی ہوئی ہوا کا اصلی حجم وہ ہے جو کرہ ہوا میں مل کر اس کا حجم ہو۔ (۹۳) انجیت م کا ایک ذرہ بلندی ی پر ساکن ہے۔ اگر وہ اس بلندی سے گرے تو ثابت کرو کہ دوران حرکت میں اس کی توانائی بالفعل اور توانائی بالقوہ کا مجموعہ ایک مقدار مستقل ہے۔

فرض کرو کہ ذرہ نقطہ ک سے گر کر نقطہ ل پر زمین پر پہنچتا ہے۔

دس لرو ل ل میں ایک نقطہ ط ہے جہاں کط = لا
اور فرض کرو کہ تھا ط پر ذرے کی رفتار ل ہے۔

تو $۲ = ج لا$

ط پر ذرے کی توانائی بافضل = $\frac{۱}{۲} م ل = م ج لا$
اور ط پر ذرے کی توانائی بالقوہ

= اس کام کے جو ذرے کو ذین ط سے ل تک
گرنے میں کر سکتا ہے

= $م ج x ط ل = م ج (ی - لا)$ ۔

پس مقام ط پر توانائی بافضل اور توانائی بالقوہ کا مجموعہ
= $م ج ی$

لیکن ک پر ذرے کی توانائی بالقوہ $م ج ی$ ہے اور
اس کی توانائی بافضل صفر ہے۔

پس توانائی بالقوہ اور توانائی بافضل کا مجموعہ ط پر وہی
ہے جو ک پر ہے۔ اور چونکہ ط کوئی سا نقطہ ہے
اس لئے ان دونوں مقداروں کا مجموعہ دوران حرکت
میں ایک ہی رہتا ہے۔

یہ واضح ہے کہ جب ذرے کو زمین سے اٹھا کر مقام
ک پر رکھا گیا تھا تو اس عمل سے ذرے میں توانائی
بالقوہ کا ذخیرہ جمع ہو گیا تھا۔ اور جب ذرہ ک سے
گرتا شروع کرتا ہے تو اس کی توانائی بالقوہ شکل بدل کر
توانائی بافضل کی صورت میں نمودار ہوتی ہے اور

یہ تبدیلی برابر جاری رہتی ہے جب تک کہ ذرہ زمین پر نہیں پہنچ جاتا۔ اس وقت تبدیلی مکمل ہو جاتی ہے اور توانائی بالقوہ کا ذخیرہ بالکل ختم ہو جاتا ہے اب رقاص کی حرکت پر غور کرو۔ جب رقاص کا گولا اپنے بلند ترین مقام پر پہنچ کر ایک آن کیلے ساکن رہتا ہے تو اس وقت اس میں توانائی بالقوہ ہوتی ہے اور جب اس مقام سے حرکت کر کے گولا پست ترین مقام پر پہنچتا ہے تو توانائی بالقوہ بالتدریج بدل کر توانائی بالفعل کی صورت اختیار کرتی ہے۔ اور پھر جب وہاں سے حرکت کر کے دوسری طرف بلند ترین مقام تک پہنچتا ہے تو اس کی توانائی بالفعل بالتدریج بدل کر توانائی بالقوہ کی صورت میں آجاتی ہے۔ اور یہ عمل جاری رہتا ہے۔

(۹۴) دفعہ سابقہ کی مثال اصول بقاء توانائی کی ایک سادہ تمثیل ہے جو اس طرح بیان کیا جاسکتا ہے

اگر ایک جسم یا جسموں کا ایک نظام قوتوں کے ایک بقائی نظام کے زیر عمل حرکت کر رہا ہو تو اس کی توانائی بالفعل اور توانائی بالقوہ کا مجموعہ نہیں بدلتا۔ عالم مادی میں جو قوتیں ظہور پذیر ہوتی ہیں وہ اس صورت میں بقائی کہلاتی ہیں جب ان کا انحصار

نظام اجسام متعلقہ کی صرف وضع یا تشکیل پر ہو اور ان کی رفتار یا سمت حرکت پر نہ ہو۔ مثلاً دو جسموں کی رگڑ یا ہوا کی مزاحمت بقائی قوتیں نہیں ہیں کیونکہ رگڑ ایسی قوت ہے جس کی سمت جسم کی حرکت کی سمت بدلنے سے بدل جاتی ہے اور ہوا کی مزاحمت اس طرح بدلتی ہے جس طرح جسم کی رفتار کی کوئی قوت۔

بقائی قوتوں کی صورت میں اگر جسموں کا نظام ایک وضع یا شکل سے نقل مکان کر کے دوسری وضع یا شکل اختیار کرے تو ایسا کرنے میں جو کام کی مقدار صرف ہوئی وہ ہمیشہ ایک ہی رہتی ہے۔ کام کی مقدار کا انحصار اس راستے یا طریق پر نہیں ہے جو نقل مکان کرنے میں وہ جسم اختیار کریں۔ دفعہ ۷ کی مثال لو جس میں ایک ذرہ ایک کھردری مائل سطح پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے۔ سطح کا طول l ہے۔ جب ذرہ زمین پر پہنچتا ہے تو اس کی توانائی بالفعل

$$= \frac{1}{2} m [v^2] \text{ (جب } e - \text{ رجیم } e)]$$

یعنی m ج l جب e ۔ m ج l رجیم e اور زمین پر پہنچ کر توانائی بالقوہ صفر ہوگی۔ اس لئے

وہاں توانائی بالفعل اور توانائی بالقوہ کا مجموعہ
 $m \times c \times L$ جب $c = 0$ - $m \times c \times L$ رجم عہ ہوگا۔
 لیکن سطح مائل کی چوٹی پر توانائی بالقوہ $m \times c \times L$ جب $c = 0$ ہے۔
 اس لئے اگر ذرہ سطح مائل کی چوٹی سے پایہ تک پھسلے
 تو اس کی مری جیلی توانائی کا مجموعی نقصان $m \times c \times L$
 $m \times c \times L$ رجم عہ ہوگا۔ یہ توانائی صورت بدل کر حرارت
 کی شکل میں نمودار ہوتی ہے۔ کچھ حرارت متحرک
 ذرے میں اور کچھ سطح مائل میں پیدا ہوتی ہے
 اور آخر کار یہ حرارت ہوا میں منتشر ہو جاتی ہے۔
 توانائی بالفعل کے نقصان کی اور مثالیں دفعہ ۸۶
 کے حل کردہ سوالات میں ہیں۔
 ہر دو صورتوں میں صدے سے پہلے توانائی بالفعل
 یہ تھی۔

$$1 \text{ فٹ پونڈل} = \frac{1}{2} \times 2.2 \times 10^6 = \frac{1}{2} \times 2.2 \times 10^6 = 1.1 \times 10^6$$

پہلی مثال میں صدے کے بعد توانائی بالفعل یہ ہوگی

$$1 \text{ فٹ پونڈل} = \frac{1}{2} \times 2.2 \times 10^6 = \frac{1}{2} \times 2.2 \times 10^6 = 1.1 \times 10^6$$

اور دوسری مثال میں صدے کے بعد توانائی بالفعل
 یہ ہوگی

$$1 \text{ فٹ پونڈل} = \frac{1}{2} \times 2.2 \times 10^6 = \frac{1}{2} \times 2.2 \times 10^6 = 1.1 \times 10^6$$

اس لئے دونو صورتوں میں توانائی بالفعل کا نقصان بالترتیب ۶۰ اور ۱۵۳.۶ فٹ پونڈ ہوگا۔

(۹۵) مثال (۱) ایک گولی جس کی کمیت ۴ اونس

ہے ۱۲۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ۲۰ پونڈ کمیت کے ایک ہدف میں لگتی ہے۔ ہدف بغیر روک کے حرکت کر سکتا ہے۔ توانائی بالفعل کا نقصان فٹ پونڈوں میں معلوم کرو۔

فرض کرو کہ گولی ہدف پر لگنے کے بعد دونو کی مشترکہ رفتار ۱ ہے۔ چونکہ بموجب دفعہ ۸۶ معیار حرکت کا نقصان نہیں ہوا اس لئے

$$۱۲۰۰ \times \frac{۴}{۱۶} = ۱ \left(\frac{۴}{۱۶} + ۲۰ \right)$$

$$\frac{۴۰۰}{۴} = ۱$$

گولی کی توانائی بالفعل = $۱۲۰۰ \times \frac{۴}{۱۶} \times \frac{۱}{۴} = ۱۸۰۰۰۰$ فٹ پونڈ

صدے کے بعد گولی اور ہدف دونو کی مجموعی توانائی

$$\text{بالفعل} = \frac{۱}{۴} \left(\frac{۴}{۱۶} + ۲۰ \right)$$

$$= \frac{۲۰۰۰}{۹} \text{ فٹ پونڈ}$$

$$\text{توانائی بالفعل کا نقصان} = ۱۸۰۰۰۰ - \frac{۲۰۰۰}{۹}$$

$$= \frac{۱۶۰۰۰۰}{۹} \text{ فٹ پونڈ} = \frac{۵۰۰۰۰}{۳}$$

علم حرکت ۲۰۳ باب ششم

اس سوال سے واضح ہو گا کہ اس صورت میں صدے سے اگرچہ معیار حرکت کا نقصان نہیں ہوا۔ لیکن توانائی بالفعل کے $\frac{1}{14}$ حصے کی صورت بدل گئی۔ یہ معلوم ہو گا کہ صدے کی تمام صورتوں میں توانائی بالفعل کا نقصان ہوتا ہے یا یوں کہو کہ توانائی بالفعل کی صورت بدل جاتی ہے۔

مثال (۲) دفعہ ۸ کی مثال میں توپ اور گولے کی توانائی بالفعل کا مقابلہ کرو۔

گولے کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{14} \times 200 \times (900) \text{ فٹ پونڈل}$

$$= \frac{200 \times 900 \times \frac{1}{14}}{32} \text{ فٹ پونڈل} = \frac{200 \times 900 \times \frac{1}{14}}{2240 \times 32} \text{ فٹ ٹن تقریباً}$$

$$= 2240 \text{ فٹ ٹن تقریباً}$$

توپ کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{14} \times 50 \times 2240 \times \left(\frac{25}{14}\right) \text{ فٹ پونڈل}$

$$= \frac{25}{14} \times \left(\frac{25}{14}\right) \times 2240 \text{ فٹ ٹن} = 2240 \text{ فٹ ٹن تقریباً}$$

اس سے ظاہر ہے کہ گولے کی توانائی بالفعل توپ کی توانائی بالفعل سے ۲۸۰ گنا ہے اگرچہ ان کے معیار حرکت برابر ہیں۔

گولے کی تباہ کن طاقت کی وجہ یہی ہے کہ اسکی توانائی بالفعل بہت زیادہ ہے۔

(۹۶) اگر جسموں کا کوئی نظام ایسا ہو جس کا تعلق

کسی دوسرے نظام سے نہ ہو تو اس میں اگر توانائی صورت بدل کر مختلف شکلوں میں نمودار ہو مثلاً حرارت - آواز - روشنی یا کوئی اور صورت جو بموجب طبیعیات جدید توانائی اختیار کر سکتی ہے تو ہمیں معلوم ہوگا کہ فی الحقیقت توانائی زایل یا ضائع نہیں ہوتی۔ یہ اصول جس سے ظاہر ہوتا ہے کہ توانائی نابود نہیں ہوتی جدید سائنس کا مرکزی اصول ہے۔ یہ بالفاظ ذیل بھی بیان ہو سکتا ہے۔

توانائی میں نہ تو اضافہ ہو سکتا ہے اور نہ اس میں کمی ہو سکتی ہے۔ نہ وہ از سر نو پیدا کی جا سکتی ہے اور نہ وہ نابود ہو سکتی ہے۔ لیکن ایک صورت بدل کر کوئی دوسری صورت اختیار کر سکتی ہے۔ یہ عددی مثال دی جاتی ہے کہ کام کے ۷۷۸ فٹ پونڈ اس قدر حرارت کے مساوی ہیں کہ ان سے ایک پونڈ پانی کی حرارت بقدر ایک درجہ فرین ہائٹ بڑھ سکتی ہے۔ یعنی حرارت کا معادل جلی ۷۷۸ فٹ پونڈ ہے۔

امثلہ نمبری (۱۵)

(۱) ۱۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ۳۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے اوپر وار سمت راس میں پھینکا جاتا ہے معلوم کرو کہ اس کی توانائی بالفعل کیا ہے (۱) بوقت

رمی (۲) نصف ثانیہ کے بعد (۳) ایک ثانیہ کے بعد۔
(۲) توپ کا ایک گولہ جس کی کمیت ۲۵ پونڈ ہے
۲۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا گیا ہے اسکی
توانائی بالفعل فٹ پونڈوں میں دریافت کرو۔

(۳) ۱۰۰۰۰ گرام کمیت کا ایک توپ کا گولہ ۵۰۰۰
سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا گیا ہے۔ اسکی
توانائی بالفعل ارگوں میں معلوم کرو۔

(۴) ۵۰۰۰ گرام کمیت کا ایک توپ کا گولہ ۵۰۰ میٹر
فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا گیا ہے۔ اس کی توانائی
بالفعل ارگوں میں معلوم کرو اور اگر توپ حرکت
کرنے کے لئے آزاد ہو اور اس کی کمیت ۱۰۰ کیلو گرام
ہو۔ تو توپ کی توانائی بالفعل معلوم کرو۔

(۵) ۲ اونس کمیت کی ایک گولی ۱۲۸۰ فٹ فی ثانیہ
کی رفتار سے ایک ہدف میں چلائی جاتی ہے۔ ہدف
کی کمیت ۱۰ پونڈ ہے اور وہ حرکت کرنے کے لئے
آزاد ہے۔ صدمے کی وجہ سے توانائی بالفعل کا جو نقصان ہو وہ
فٹ پونڈوں میں معلوم کرو۔

(۶) ۴ اونس کمیت کی ایک گولی ۱۲۰۰ فٹ فی ثانیہ
کی رفتار سے حرکت کر رہی ہے اور ۱۵ پونڈ کمیت
کا ایک توپ کا گولہ ۴۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے
حرکت کر رہا ہے۔ دونوں کی توانائی بالفعل اور معیار

حرکت کا مقابلہ کرو۔
اگر دونوں کو یکساں قوتیں لگا کر ایک ثانیہ میں ساکن
کیا جائے۔ تو قوتوں کی مقدار معلوم کرو اور یہ بھی
دریافت کرو کہ کتنا فاصلہ طے کرنے کے بعد ہر ایک
ساکن ہو گا ؟

(۹۷) معیار حرکت اور توانائی کے اصولوں کے استعمال
کی مزید تشریح کے لئے ہم ذیل میں اور مثالیں
دیتے ہیں۔

مثال (۱) ہم پونڈ کمیت کا ایک ہتھوڑا سی فٹ کی
بلندی سے ایک کھونٹے کے سر پر گرتا ہے۔ ہتھوڑے
کی چوٹ سے کھونٹا ۱ فٹ زمین میں جاتا ہے۔ زمین
کی مزاحمت دریافت کرو۔ کھونٹے کی کمیت ک پونڈ ہے
یہ تسلیم کر لیا جائے کہ زمین کی مزاحمت یکساں ہے
اور کھونٹے میں لچک نہیں ہے۔

کھونٹے کی مدت حرکت بھی معلوم کرو اور یہ بھی دریا
کرو کہ صدے سے کس قدر توانائی بالفعل کا نقصان
ہوا ؟

فرض کرو کہ کھونٹے کے سر پر لگنے کے وقت ہتھوڑے
کی رفتار ب ہے تو

ب = ۲ ج ی (۱)

فرض کرو کہ صدے کے عین بعد ہتھوڑے کی رفتار

علم حرکت ۲۰۷ باب ششم

رہے تو بقاء معیار حرکت کے اصول سے
 (م + ک) ر = م با (۲)
 فرض کرو کہ زمین کی فراحت پونڈوں میں ط ہے۔
 تو زمین کے اندر کھونٹے کی حرکت کو روکنے والی
 قوت = ط - (م + ک) ج
 بقاء توانائی کے اصول سے

$$\frac{1}{2} (م + ک) ر^2 = [ط - (م + ک) ج] \times 1$$

$$\therefore ط = (م + ک) ج + (م + ک) \frac{ر^2}{2}$$

$$= (م + ک) ج + \frac{م}{م + ک} \times \frac{ر^2}{2} \text{ بذریعہ (۲)}$$

$$= (م + ک) ج + \frac{م}{م + ک} \times ج \times \frac{ر^2}{2}$$

اس سے ظاہر ہے کہ اگر $\frac{م}{م + ک} \times \frac{ر^2}{2}$ پونڈ وزن
 کھونٹے کے سر پر رکھا جائے تو زمین کی فراحت
 پر عین غالب آکر کھونٹے کو زمین کے اندر داخل
 کر دیگا۔

معیار حرکت کے اصول سے کھونٹے کی
 مدت حرکت و حاصل ہوتی ہے۔ کیونکہ

$$[ط - (م + ک) ج] \times و = \text{معیار حرکت کی تبدیلی}$$

$$= (م + ک) ر = م ب$$

$$\text{اس لئے } و = \frac{م}{م + ک} \times \frac{ب}{۱۲} = م ب$$

$$: و = \frac{م + ک}{م} \times \frac{۱۲}{ب}$$

$$= \frac{م + ک}{۱۲} \times \frac{۲}{ب}$$

صدے سے توانائی بالفعل کا نقصان

$$= \frac{۱}{۱۲} م ب - \frac{۱}{۱۲} (م + ک) ر$$

$$= \frac{۱}{۱۲} م ب - \frac{۱}{۱۲} \times \frac{م}{م + ک} \times ب$$

$$= \frac{۱}{۱۲} \times \frac{م ک}{م + ک} \times ب$$

$$= \frac{ک}{م + ک} \times \text{تھوڑے کی توانائی بوقت صدے۔}$$

ک کے مقابلے میں م جس قدر زیادہ ہو یعنی تھوڑے

کی کمیت بمقابلہ کھونٹے کی کمیت کے جس قدر

زیادہ ہو اسی قدر کم توانائی کا نقصان ہو گا۔

مثال (۲) بانی شکل کی حرکت۔ ایک بانی شکل

اور اس کے سوار کا مجموعی وزن ۲۰۰ پونڈ کے وزن کے

مساوی ہے۔ سائیکل سوار ایک مستوی سڑک پر
۱۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہا ہے اور جب اس کے
پاؤں ایک پوری گردش کرتے ہیں تو بائی سکل $40 \times \pi$
انچ آگے بڑھتی ہے۔ اور بائی سکل کے کریٹک کا
طول ۷ انچ ہے۔ اگر اس کی حرکت کے متقابل حرکت
۵ پونڈ وزن ہو تو دریافت کرو کہ سوار اپنے پاؤں
سے کس قدر زور لگاتا ہے اور اس کے کام کی شرح
کا مقابلہ ایک ایسی طاقت سے کرو۔ پاؤں کے زور
کو یکساں قوت تسلیم کر کے فرض کرو کہ وہ ۵ پونڈ وزن
ہے تو ایک پوری گردش میں کام کی مقدار $\frac{1}{12} \times 2 \times \pi$
فٹ پونڈ اس مدت میں مزاحمت کے مقابلے میں جو
کام کیا گیا اس کی مقدار $\frac{1}{12} \times 2 \times \pi \times 5$ فٹ پونڈ
یہ تسلیم کرو کہ رگڑ کی وجہ سے کام کا نقصان نہیں ہوتا
یعنی یہ کہ بائی سکل نظراً ایک کامل مشین ہے۔ اس لئے
دونوں کاموں کو مساوی رکھنے سے

$$5 \times \frac{40}{12} \times \pi = \frac{1}{12} \times 2 \times \pi$$

یعنی $ط = \frac{25}{12} \times \pi = \frac{1}{4} \times 29$ پونڈ وزن تقریباً
سوار کا کام فی گھنٹہ $= (10 \times 5280) \times 5$ فٹ پونڈ
یہ کام فی منٹ $= 10 \times 88 \times 5$
یہ کام کی شرح $= \frac{10 \times 88 \times 5}{33} =$ ایسی طاقت

= $\frac{2}{15}$ اسی طاقت
اگر سائیکل سوار ایک سطح مائل پر اسی رفتار سے چڑھ
رہا ہو اور سطح کا میلان ۵۰ میں ایک ہو تو دریافت
کرو کہ پاؤں سے کس قدر قوت لگا رہا ہے۔
پاؤں کی پوری گردش سے باقی سکل $20 \times \pi$ انچ یعنی
 $\pi \times \frac{4}{12}$ فٹ آگے بڑھتی ہے یعنی وہ اور اس کی
مشین $\pi \times \frac{4}{12} \times \frac{1}{5}$ فٹ سمت راس میں اوپر وار
چڑھتے ہیں۔ ایسا کرنے میں $\pi \times \frac{4}{12} \times \frac{2}{5}$ فٹ
پونڈ مزید کام کرنا پڑے گا۔ لہذا اس صورت میں
 $\frac{2}{5} \times \frac{4}{12} \times \pi + 5 \times \frac{4}{12} \times \pi = \frac{14}{3} \times \pi$
∴ $\pi = \frac{14}{3} = 4.66$ پونڈ وزن تقریباً

امثلہ نمبری (۱۶)

(۱) کمیت کا ایک گولہ ن کمیت کی ایک توپ
سے چلایا جاتا ہے اور چلتے وقت گولے کی رفتار
بلحاظ توپ کے ب ہے۔ ثابت کرو کہ گولے اور

توپ کی اصلی رفتاریں بالترتیب $\frac{n}{m+n}$ اور $\frac{m}{m+n}$
ہیں۔ نیز یہ بھی ثابت کرو کہ ان کی توانائی بالفعل
ان کی کمیتوں کی عکسی نسبت کے متناسب ہیں۔

(۲) ایک توپ ایک گاڑی پر چڑھائی گئی ہے جو ایک چکنی مستوی سطح پر حرکت کر سکتی ہے۔ توپ کا میلان افق سے θ ہے۔ توپ سے ایک گولہ چلایا جاتا ہے جو توپ کے منہ سے نکلنے وقت افق سے زاویہ θ بنا رہا ہے۔ اگر توپ اور اس کی گاڑی کی کمیت گولے کی کمیت سے n گنا ہو تو ثابت کرو کہ

$$\text{مس تہ} = (1 + \frac{1}{n}) \text{مس عہ}$$

(۳) نصف ٹن کمیت کا ایک جسم ۸۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا ایک ثابت ہدف پر جا کر لگتا ہے۔ اور $\frac{1}{16}$ ثانیہ میں ساکن ہو جاتا ہے۔ ہدف پر صدمے کی مقدار معلوم کرو۔ اور یہ تسلیم کر کے کہ جسم کے ساکن ہونے تک ہدف کی مزاحمت یکساں ہے دریافت کرو کہ جسم ہدف کے اندر کس قدر داخل ہو گا؟

(۴) ۴ ہنڈرڈ ویٹ کمیت کا ایک جسم ۱۰ فٹ کی بلندی سے ۱۲ ہنڈرڈ ویٹ کمیت کے ایک بے لچک کھونٹے پر آ کر گرتا ہے۔ یہ تسلیم کر کے کہ کھونٹے کے دخول کے مقابلے میں زمین کی مزاحمت یکساں ہے اور $\frac{1}{4}$ ٹن وزن کے مساوی ہے

دریافت کرو کہ ایک چوٹ سے کھونٹا کس قدر فاصلہ زمین کے اندر داخل ہوگا اور اس فاصلے کے طے کرنے میں کس قدر وقت صرف ہوگا؟

یہ بھی معلوم کرو کہ ہر ایک چوٹ میں توانائی کی کونسی کسر منتشر ہوتی ہے؟

۵۔ ایک لکڑی جس کی کمیت ۵۰ کیلو گرام ہے پانی کی سطح پر تیر رہی ہے، ایک بندوق سے جس کی نالی امیٹر لمبی ہے ایک ۲۰ گرام وزنی گولی ۲۰۰ میٹر فی سیکنڈ کی رفتار سے لکڑی کی سیدھ میں چلائی گئی ہے، اگر گولی بغیر لکڑی کو گھمانے یا اسکے ٹکڑے الگ کرنے کے لکڑی کے اندر داخل ہو جائے تو گولی مارنے کے فوراً بعد لکڑی کی رفتار دریافت کرو۔ نیز بارود کی اوسط قوت گولی پر گراموں میں دریافت کرو۔

(۶) ایک ہتھوڑے کی کمیت ۴ ہنڈرڈ ویٹ ہے، یہ ۴ فٹ کی بلندی سے نیچے گر کر ایک لوہے کے ٹکڑے پر آکر لگتا ہے اور وہاں ساکن ہو جاتا ہے، اگر ضرب کی مدت $\frac{1}{10}$ سیکنڈ ہو اور ہتھوڑے کی قوت لوہے پر یکساں فرض کی جائے تو اس قوت کی مقدار معلوم کرو۔

۷۔ ایک رسی ایک چکنی چرخہ پر سے گذرتی ہے،

اس کے سروں پر دو وزن جنکی کمیتیں ۴ اور ۲ ۴
ہیں باندھ دئے گئے ہیں ، ۳ سیکنڈ کے بعد اوپر
چڑھنے والے جسم کے ساتھ ایک وزن جنکی کمیت
۴ ۴ ہے شریک ہو جاتا ہے ، اس کے بعد اس نظام
کی حرکت دریافت کرو۔

۸۔ دو مساوی کمیتوں والے جسموں ۱ اور ۲ کو
ایک ۳ فٹ لمبے بے لچک ڈورے میں منسلک کر کے
ایک چکنی افقی میز پر ایک دوسرے کے نزدیک
رکھ دیا گیا ہے اور ان کا فاصلہ قریب ترین کنارہ سے
۳ ۱ فٹ ہے ، نیز ۲ کو ایک مساوی کمیت والے
جسم ج کے ساتھ جو کنارہ پر سے نیچے لگتا ہے ایک
تارے ہوئے بے لچک ڈورے کے ذریعہ منسلک کر دیا
گیا ہے ، ان اجسام کی رفتار دریافت کرو جب ۱
حرکت کرنا شروع کرے ، نیز جب ۲ ب میز کے کنارہ
پر پہنچے۔

۹۔ دو جسم جنکی کمیتیں بالترتیب ۵ اور ۴ پونڈ ہیں
ایک رسی کے ذریعہ جو ایک ثابت چکنی چرخ پر سے
گزرتی ہے منسلک کر دیے گئے ہیں ، ۳ سیکنڈ کے
بعد بڑی کمیت والا جسم ایک ثابت بے لچک افقی
سطح مستوی پر آکر ٹکراتا ہے ، ثابت کرو کہ ۳ ۱ سیکنڈ
کے بعد یہ نظام ایک آن کے لئے ساکن ہو گا۔

۱۰۔ ایک رسی ایک چرخہ پر سے گذرتی ہے، اس کے ایک طرف ایک ۵ پونڈ کی کمیت کا وزن بندھا ہے اور دوسری طرف دو وزن ۲ اور ۳ پونڈ کی کمیت کے ایک دوسرے سے ۱ فٹ کے فاصلے پر بندھے ہیں، نیچے والے وزن ۲ پونڈ کو یک نخت اوپر اٹھا کر ۳ پونڈ کے وزن کے برابر لایا گیا ہے اور نیچے گرنے سے روکنے کے لئے اس کو اس مقام پر تھاما گیا ہے۔ ثابت کرو کہ رسی آدھے سینکڑ میں شمس جاہلیگی اور اس کے بعد کل نظام ۲ و ۳ فٹ فی سینکڑ کی یکساں رفتار سے حرکت کرے گا۔

۱۱۔ ایک رسی ایک چکنی چرخہ پر سے گذرتی ہے، اس کے سروں پر دو مساوی وزن ۲ اور ۳ بندھے ہیں اور یہ دونوں ایک مشترک رفتار سے حرکت کر رہے ہیں، ق اوپر چڑھتا ہے اور ۲ نیچے اترتا ہے، اگر ۲ کو یک نخت پھیرا کر فوراً چھوڑ دیا جائے تو معلوم کرو کہ رسی کو دوبارہ کس جانے میں کتنا وقت لگیگا۔

۱۲۔ ایک جسم جسکی کمیت ۴۰ ہے فاصلہ ۱۰ بے روک نیچے گرتا ہے اور اس کے بعد اپنے سے ایک بڑے جسم کو جسکی کمیت ۴۰ ہے اوپر اٹھانے لگتا ہے جس کے ساتھ یہ ایک بے لچک رسی کے

ذریعہ مسلک ہے، یہ رسی ایک ثابت چرخ پر سے گذرتی ہے۔ ثابت کرو کہ م ۱ اپنے اصلی مقام پر

وقت $\frac{م ۲}{م ۱ - م}$ ج کے بعد واپس آجائے گا

جہاں ج قوت جاذبہ کی قیمت ہے،
نیز معلوم کرو کہ جب جسم م ۱ جھٹکا کھانے کے بعد
حرکت شروع کرتا ہے تو م کی مرئی توانائی کی کونسی
کسر ضائع ہو جاتی ہے؟

۱۳۔ ایک ہلکی بے لچک رسی ایک ہلکی چکنی چرخ پر
سے گذرتی ہے اور اس کے سروں پر دو وزن ۱۲
اونس اور ۹ اونس کی کمیتوں کے بندھے ہیں،
۹ اونس کے وزن پر ایک ۷ اونس وزنی سلاح
رکھ دی گئی ہے اور جب ۹ اونس کا وزن محل
سکون سے ۷ فٹ نیچے گرتا ہے تو سلاح ایک
ثابت چھلے کے ذریعہ اس پر سے اٹھالی جاتی ہے،
معلوم کرو کہ ۹ اونس کا وزن اور کتنا نیچے گرے گا؟
اگر ۹ اونس کا وزن چھلے میں سے اوپر گذرتے
وقت سلاح کو اپنے ساتھ اوپر لے جائے اور نیچے
گرتے وقت سلاح کو پیچھے چھوڑ دے تو معلوم
کرو کہ کتنے وقت میں یہ نظام پھر ساکن ہو جائیگا؟
۱۴۔ دو ریل گاڑیاں ایک دوسرے کے ساتھ ساتھ

مختلف رفتاروں سے چل رہی ہیں، اگر ان کے مسافروں کا باہم تبادلہ کرتے جائیں تو اس عمل کا آخر الامر کیا نتیجہ ہوگا؟

۱۵۔ ایک شخص وزن ۱۲ سٹون ۱۱۰۰ فٹ اونچے پہاڑ پر، گھٹنے میں چڑھ جاتا ہے اور اسکے راستہ کی مشکلات اس کے مساوی ہیں کہ اس کو تمام راستہ ایک ۳ سٹون کا وزن اٹھانا پڑے، اگر راستہ میں مشکلات نہ ہوں تو واٹ کا ایک گھوڑا اس شخص کو اسی بلندی پر ۵۶ منٹ میں کھینچ کر لے جاسکتا ہے، ثابت کرو کہ گھوڑا اتنا کام کرتا ہے جتنا کہ ۶ ایسے آدمی کرتے ہیں۔

۱۶۔ ایک لوہار ایک ۱۴ پونڈ وزن ہتھوڑے کو لوہے کی ایک سلاخ پر ۲۵ دفعہ فی منٹ مارتا ہے اور ہر ضرب کے بعد ہتھوڑے کو سلاخ پر ساکن ہو لینے دیتا ہے، اگر ہتھوڑے کی رفتار لوہے پر پڑنے سے پہلے ۳۲ فٹ فی سیکنڈ ہو تو اس کے کام کرنے کی شرح کا ایک اسی طاقت کے ساتھ مقابلہ کرو۔

۱۷۔ ایک ہتھوڑا جس کی کمیت ۲۰ ٹن ہے بھاپ کے دباؤ کے زیر عمل جو ۳۰ ٹن وزن کے مساوی ہے ہر دفعہ سمت شاقولی میں ۵ فٹ نیچے گرتا ہے، بتاؤ کہ اس کی رفتار محصلہ کیا ہوگی اور ساکن ہونے سے

پہلے یہ کتنے فٹ پونڈ کام کریگا؟
(۱۸) ایک گاڑی وزنی ۱۵۰ ٹن ۵۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہے، ایک سخت اس کی بھاپ بند کر دی گئی ہے اور بریک لگا دئے گئے ہیں اور یہ ۳۶۳ گز چلنے کے بعد ساکن ہو جاتی ہے، اگر مزاحمت کو یکساں فرض کیا جائے تو اس کی مقدار معلوم کرو اور اس کا کام فٹ پونڈوں میں دریافت کرو۔

(۱۹) ایک ریل گاڑی وزنی ۲۰۰ ٹن ایک ایسی سطح مائل پر جس کا چڑھاؤ ۱۰۰ میں ۱ ہے ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اوپر چڑھ رہی ہے، سڑک کی مزاحمت فی ٹن ۸ پونڈ وزن کے مساوی ہے، اگر بھاپ بند کر دی جائے اور بریک لگا دئے جائیں تو گاڑی ایک چوتھائی میل کے بعد ساکن ہو جاتی ہے، بریک کی گاڑی کا وزن دریافت کرو۔ یہ معلوم ہے کہ لوہے پر لوہا پھسلنے سے جو رگڑ پیدا ہوتی ہے اس کی قدر $\frac{1}{4}$ ہے۔

(۲۰) اگر ایک سائیکل سوار ہمیشہ $\frac{1}{4}$ ایسی طاقت سے کام کرے اور ہموار سطح پر ۱۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا سکے تو ثابت کرو کہ سڑک کی مزاحمت ۳۶۱۲۵ پونڈ کے وزن کے مساوی ہے۔

اگر سوار اور اُس کی مشین کی کمیت ۱۲ سٹون ہو تو ثابت کرو کہ ایک ایسی سطح مائل پر چڑھتے وقت جس کا چڑھاؤ ۵۰ میں ۱ ہے رفتار تقریباً ۵.۸ میل فی گھنٹہ رہ جائے گی۔

(۲۱) ایک شخص چکنی ہموار سڑک پر $16\frac{1}{4}$ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے سائیکل چلا سکتا ہے اور وہ ہر پاؤں کے ساتھ اوپر سے نیچے جانے والی ضرب میں جس کا طول ۱۲ انچ ہے ۲۰ پونڈ وزن کے مساوی دباؤ ڈالتا ہے، اگر پاؤں کی ایک گردش سے مشین ۶۳ انچ آگے بڑھے تو اس کے کام کرنے کی شرح فی منٹ دریافت کرو۔

(۲۲) ایک بندوق کی گولی ایک تختہ میں سے گزرنے سے اپنی رفتار کا $\frac{1}{4}$ کھو دیتی ہے، معلوم کرو کہ ساکن ہونے سے پہلے یہ کتنے ایسے تختوں میں سے گزر جائے گی، اس میں فرض کرو کہ تختوں کی مزاحمت یکساں ہے۔

(۲۳) ایک شخص کشتی چلانے میں ڈانڈ کی ہر ضرب سے ۷ فٹ پونڈ کام کرتا ہے اور یہ کام کشتی چلانے میں کار آمد ہوتا ہے، اگر کشتی ۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہو تو پانی کی کل مزاحمت ۱۰ پونڈ کے وزن کے مساوی ہوتی ہے، بتاؤ کہ وہ شخص فی منٹ

کتنی ضربیں لگاتا رہے کہ کشتی کی رفتار میں فرق نہ آئے۔
 (۲۴) ایک بائی سکل پاؤں کی ایک گردش سے ۳۷۰۰
 انچ آگے بڑھتی ہے ، سائیکل سوار $\frac{1}{4}$ ایسی طاقت
 سے کام کرتا ہے اور اپنے پاؤں کے ساتھ ۶ گردشیں
 یا چکر فی منٹ لگاتا ہے ، اگر رگڑ کو نظر انداز کیا جائے
 تو اسکی حرکت کے خلاف جو مزاحمت ہے اسکی مقدار
 معلوم کرو اور اگر پاؤں کی ڈنڈی کا طول $\frac{3}{4}$ انچ ہو
 تو اس کے پاؤں پر جو دباؤ نیچے کی طرف پڑتا ہے
 اس کو معلوم کرو (اس دباؤ کو مستقل فرض کرو)
 (۲۵) ایک سوار اور اسکی بائی سکل دونوں کی کمیت
 ۱۸۰ پونڈ ہے ، مشین ایک سطح مائل پر جس کا میلان
 ۶۰ میں ۱ ہے ۸ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے نیچے کی طرف
 بلا تکلف جارہی ہے ، ثابت کرو کہ اگر سوار کو اسی رفتار
 سے ایک ایسی سطح مائل پر چڑھنا منظور ہو جس کا
 چڑھاؤ ۱۰۰ میں ۱ ہو تو اس کو ۱۰۲۴ ایسی طاقت کی
 شرح سے کام کرنا چاہیے۔

(۲۶) ایک افقی ٹونٹی سے ۲۰۰ پونڈ پانی فی منٹ
 ۱۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے نکلتا ہے اور یہ پانی
 ایک ایسی ثابت عمودی تختی پر آکر لگتا ہے جس کی
 سطح ٹونٹی کی سمت پر عمود وار ہے ، معلوم کرو کہ
 معیار حرکت کی کیا مقدار فی سیکنڈ ضائع ہوتی ہے

اور تختی پر جو قوت عمل کرتی ہے اسکی مقدار پونڈوں میں دریافت کرو۔

نیز جس شخ سے ٹوٹی توانائی پیدا کرتی ہے اس کو معلوم کرو اور اسکو ایک ایسی طاقت کی رقوم میں بیان کرو

(۲۶) ایک ۲ اونس وزنی کیل کو ایک تختہ کے اندر ٹھوکنے کے لئے ایک ۳ پونڈ وزنی ہتھوڑے کو استعمال کیا گیا ہے، ہتھوڑا جس وقت کیل پر پڑتا ہے اسکی رفتار ۸ فٹ فی سیکنڈ ہوتی ہے، اگر ہر ضرب سے کیل آدھ انچ تختہ کے اندر چلی جائے تو کیل کے خلاف جو مزاحمت ہے اسکی مقدار معلوم کرو۔ اس سوال میں کیل اور ہتھوڑے دونوں کو بے لچک خیال کرو۔

ذروں کے کسی نظام کے مرکز جمود کی حرکت

۹۸۔ مسئلہ

اگر کسی آن میں کیتوں ۱م، ۲م، ۳م، کی
رقائیں ایک ثابت مستقیم خط کے متوازی بالترتیب
۱، ۲، ۳، ... ہوں تو ان کیتوں کے مرکز جمود کی
رقار اسی آن میں خط مذکور کے متوازی

$$\frac{1م + 2م + 3م + \dots}{1م + 2م + 3م + \dots} \text{ ہوگی}$$

فرض کرو کہ اس ثابت خط پر ایک ثابت نقطہ لیا گیا ہے
اور اس نقطہ سے مفروضہ کیتوں کے فاصلے ان زیر
بحث میں بالترتیب لا، لا، لا، لا، نا پے گئے
ہیں، اور فرض کرو کہ لا ان کے مرکز جمود کا فاصلہ ہے۔

تب (بموجب سکونیات دفعہ ۱۱۱)

$$\text{لا} = \text{م}_۱ \text{ لا} + \text{م}_۲ \text{ لا} + \text{م}_۳ \text{ لا} + \text{م}_۴ \text{ لا} + \text{م}_۵ \text{ لا} + \dots$$

فرض کرو کہ ایک قلیل وقت تا گذرنے کے بعد ان
کیتوں کے فاصلے نقطہ معینہ سے لا، لا، لا،
ہیں اور ان کے مرکز جمود کا فاصلہ لا ہے، تب

$$\text{لا} = \text{لا} + \text{پ ت}$$

$$\text{لا} = \text{لا} + \text{پ ت}$$

$$\text{لا} = \text{لا} + \text{پ ت}$$

.....

$$\text{نیز لا} = \frac{\text{م}_۱ \text{ لا} + \text{م}_۲ \text{ لا} + \text{م}_۳ \text{ لا} + \text{م}_۴ \text{ لا} + \text{م}_۵ \text{ لا} + \dots}{\text{م}_۱ + \text{م}_۲ + \text{م}_۳ + \text{م}_۴ + \text{م}_۵ + \dots}$$

$$\therefore \text{لا} - \text{لا} = \frac{\text{م}_۱ (\text{لا} - \text{لا}) + \text{م}_۲ (\text{لا} - \text{لا}) + \text{م}_۳ (\text{لا} - \text{لا}) + \text{م}_۴ (\text{لا} - \text{لا}) + \text{م}_۵ (\text{لا} - \text{لا}) + \dots}{\text{م}_۱ + \text{م}_۲ + \text{م}_۳ + \text{م}_۴ + \text{م}_۵ + \dots}$$

$$\frac{\text{م}_۱ \text{ پ ت} + \text{م}_۲ \text{ پ ت} + \text{م}_۳ \text{ پ ت} + \text{م}_۴ \text{ پ ت} + \text{م}_۵ \text{ پ ت} + \dots}{\text{م}_۱ + \text{م}_۲ + \text{م}_۳ + \text{م}_۴ + \text{م}_۵ + \dots} =$$

لیکن اگر ثابت خط کے متوازی آر مرکز جمود کی رفتار ہے

$$\text{تب } \text{لا} = \text{لا} + \text{رت}$$

$$\text{ر} = \frac{\text{لا} - \text{لا}}{\text{ت}} = \frac{\text{م}_1 \text{ر}_1 + \text{م}_2 \text{ر}_2 + \dots}{\text{م}_1 + \text{م}_2 + \dots}$$

اس لئے ذروں کے ایک نظام کے مرکز جمود کی رفتار کسی سمت مفروضہ میں ایک ایسی کسر کے مساوی ہے جس کا شمار کنندہ سمت مذکور میں ذروں کی حرکتوں کے معیاروں کے مجموعہ کے مساوی ہے اور جسکا نسب نما ذروں کی کمیتوں کے مجموعہ کے مساوی ہے۔ نتیجہ صریح اگر ذروں کا ایک نظام ایک ہی سطح میں حرکت کر رہا ہو اور ذروں کی رفتاریں مع ان کی حرکت کی سمتوں کے معلوم ہوں تو ہم ان رفتاروں کو دو ثابت خطوں کے متوازی تحلیل کرنے اور سابق مسئلہ کو استعمال کرنے سے ذروں کے مرکز جمود کی حرکت معلوم کر سکتے ہیں۔

۹۹- مسئلہ اگر کسی آن میں کمیتوں $\text{م}_1, \text{م}_2, \text{م}_3$ کے اسراع ایک ثابت خط کے متوازی بالترتیب $\text{ع}_1, \text{ع}_2, \text{ع}_3$ ہوں تو ان کمیتوں کے مرکز

جمود کا اسراع اس خط کے متوازی $\frac{\text{م}_1 \text{ع}_1 + \text{م}_2 \text{ع}_2 + \dots}{\text{م}_1 + \text{م}_2 + \dots}$ ہوگا

اس مسئلہ کا ثبوت پچھلی دفعہ کے ثبوت کے بالکل متضاد ہے، صرف ہمیں $لا، ر، لا، ر$ کی بجائے $ر، ع، ر، ع$ لکھنا چاہئے اور باقی ذروں کے لئے بھی اسی قسم کی تبدیلیاں کرنی چاہئیں۔

مثال (۱) دو کمیتیں $م_۱$ ، $م_۲$ ایک ہلکی رسی کے ذریعہ منسلک کر دی گئی ہیں جیسا دفعہ ۴ میں، ان کے مرکز جمود کا اسراع معلوم کرو

کمیت $م_۱$ کا اسراع شاقولی سمت میں $\frac{م_۱ - م_۲}{م_۱ + م_۲} ج$ ہے اور $م_۲$ کا اسراع مقدار میں تو یہی ہے مگر اسکی سمت اس کے متقابل ہے۔

اس لئے $ا_۱ = -ا_۲ = \frac{م_۱ - م_۲}{م_۱ + م_۲} ج$ ، پس مرکز جمود کا اسراع

$$ا = \frac{م_۱ ا_۱ + م_۲ ا_۲}{م_۱ + م_۲} = \frac{م_۱ (م_۱ - م_۲) ج}{م_۱ + م_۲}$$

مثال (۲) دو جسموں کی کمیتیں $م_۱$ اور $م_۲$ ہیں، یہ ایک ہلکی رسی کے ذریعہ جو ایک چکنی چرخ پر سے گزرتی ہے منسلک کر دی گئے ہیں۔ ثابت کرو کہ ایسا کرنے سے جو حرکت پیدا ہوگی اس میں کمیتوں کے مرکز جمود کا اسراع $\frac{ج}{۲}$ ہوگا

مثال (۳) دو جسم جنکی کمیتیں ۶ اور ۴ پونڈ ہیں دو متوازی خطوں پر بالترتیب ۳ اور ۸ فٹ کی رفتاروں سے حرکت کر رہے ہیں ، ان کے مرکز جہود کی رفتار دریافت کرو (۱) جبکہ وہ ایک ہی سمت میں حرکت کریں (۲) جبکہ وہ متقابل سمتوں میں حرکت کریں۔

جواب (۱) ۵ فٹ فی سیکنڈ (۲) $\frac{1}{5}$ فٹ فی سیکنڈ اُس سمت میں جس میں کہ دوسرا جسم حرکت کر رہا ہے۔

مثال (۴) دو جسم جنکی کمیتیں ۴ اور ۳ ہیں دو مستقیم خطوں کے نقطہ تقاطع سے ایک ہی وقت میں رفتاروں R اور r کے ساتھ بالترتیب ان خطوں پر حرکت کرنا شروع کرتے ہیں ، ثابت کرو کہ ان کے مرکز جہود کا طریق ایک مستقیم خط ہے جو مفروضہ مستقیم خطوں کے درمیانی زاویہ کی تصییف کرتا ہے۔

مثال (۵) دو جسم یکساں رفتار سے دو مستقیم خطوں پر حرکت کرتے ہیں ، یہ خط ایک دوسرے کو ایک زاویہ معلومہ پر قطع کرتے ہیں ، ثابت کرو کہ انکا مرکز جہود یکساں رفتار سے ایک مستقیم خط پر حرکت کرتا ہے۔

باب ہفتم

مریات

(۱۰۰) گذشتہ بابوں میں ہم نے ایسے جسموں کی حرکت پر بحث کی جو مستقیم خطوں میں حرکت کرتے تھے۔ اس باب میں ہم ایک ایسے ذرہ کی حرکت پر غور کریں گے جو ہوا میں کسی رفتار کے ساتھ کسی سمت میں پھینکا جائے۔ ہم فرض کریں گے کہ جسموں کی حرکت سطح زمین سے بلحاظ فاصلہ کے مناسب حدود کے اندر رہتی ہے اور اسلئے جو اسراع جاذبہ ارض کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے وہ قریب قریب مستقل خیال کیا جا سکتا ہے۔ نیز ہم ہوا کی مزاحمت کو نظر انداز کریں گے اور یہ فرض کریں گے کہ حرکت خلا میں ظہور پذیر ہوتی ہے، اور ایسا فرض کرنے کی دو وجوہ ہیں، اولاً ہوا کی مزاحمت کا قانون جبکہ ایک ذرہ اس میں حرکت کر رہا ہو ٹھیک طور پر معلوم نہیں اور ثانیاً اگر یہ قانون معلوم بھی ہو تو ایسی بحث میں نظری ریاضی کے اصولوں کی وسیع واقفیت کی ضرورت

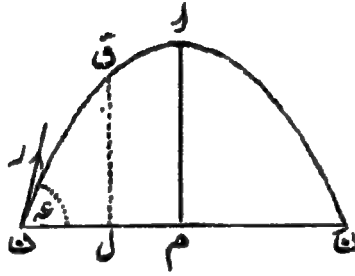
ہوگی اور اس کتاب کے پڑھنے والے سے استقدر توقع نہیں کی جاسکتی۔

تعریفات اگر کسی نقطہ سے کوئی ذرہ کسی خاص سمت میں ہوا کے اندر پھینکا جائے تو جو زاویہ یہ سمت ، نقطہ مذکورہ میں سے گزرنے والی افقی سطح کے ساتھ بناتی ہے اسکو زاویہ رمی کہتے ہیں ، جو راستہ ذرہ کی حرکت سے پیدا ہوتا ہے اسکو خط مرمی کہتے ہیں ، نیز اگر نقطہ رمی میں سے کوئی ایک مستوی سطح کھینچی جائے اور ذرہ کا طریق (خط مرمی) اسکو ایک نقطہ پر ملے تو اس نقطہ اور نقطہ رمی کے درمیان جو فاصلہ ہے اسکو ذرہ کا ٹپہ اُس سطح پر کہتے ہیں ، اور ابتدائی حرکت سے ذرہ کو جتنا وقت ، نقطہ رمی میں سے گزرنے والی افقی سطح سے دوبارہ ملنے میں لگتا ہے اسکو مدت پر واز کہتے ہیں۔

(۱۰۱) اگر زمین ایک ذرہ کو اپنی طرف نہ کھینچتی تو ہر ذرہ ہوا میں پھینکے جانے کے بعد ایک مستقیم خط میں حرکت کرتا ، لیکن زمین کی کشش کی وجہ سے ذرہ کا راستہ ایک منحنی خط ہوتا ہے ، دفعہ ۱۱۳ میں ہم ثابت کریں گے کہ یہ منحنی ہمیشہ قطع مکانی (شلبی) ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ ن نقطہ رمی ہے ، م رفتار اور عہ زاویہ رمی ہے ، نیز فرض کرو کہ ن ن ذرہ کا طریق ہے جسکا

سب سے اونچا نقطہ ل ہے اور ن وہ نقطہ ہے جہاں ذرہ کا طریق ن میں سے گزرنے والی افقی سطح سے ملتا ہے۔



قوتوں کے طبیعی استغنا کے اصول کی رو سے (دفعہ ۱) چونکہ جسم کا وزن ایک عمودی قوت ہے اسلئے صرف عمودی سمت میں ہی جسم کی حرکت پر اسکا اثر پڑ سکتا ہے، پس افقی سمت میں جو جسم کی رفتار ہے اُسپر اس کا کوئی اثر نہیں ہو سکتا، اس لئے جسم کی افقی رفتار غیر متبدل رہتی ہے۔

ذرہ کی ابتدائی رفتار کے افقی اور عمودی اجزائے ترکیبی بالترتیب v_x اور v_y جب v ہیں اس لئے اثنائے حرکت میں افقی رفتار ہمیشہ v_x رہتی ہے۔

عمودی سمت میں ابتدائی رفتار v_y جب v ہے اور اسراع - ج،

[کیونکہ جاذبہ ارض کی وجہ سے جو اسراع پیدا ہوتا ہے وہ عمودی سمت میں نیچے کی طرف ج ہے اور ہم اپنی مثبت سمت کو اوپر کی طرف لے رہے ہیں] اس لئے بلحاظ عمودی حرکت کے ذرہ زیر بحث کی حرکت ایک ایسے ذرہ کی حرکت کے متماثل ہوگی جو باسراع ج سمت راس میں ابتدائی رفتار r جب e سے پھینکا گیا ہو۔ پس اسطرح جو ذرہ زیر بحث کی حرکت حاصل ہوتی ہے وہ ایک ایسے ذرہ کی حرکت کے متماثل ہے جو ایک پتلی عمودی نلی میں رفتار r جب e سے پھینکا گیا ہو جبکہ نلی افقی سمت میں رفتار r جب e سے حرکت کرے۔

(۱۰۲) کسی وقت مفروضہ کے بعد ذرہ کی حرکت کی سمت اور رفتار معلوم کرو۔

فرض کرو کہ وقت t گزرنے کے بعد مطلوبہ رفتار r افقی سمت سے زاویہ θ بنا تی ہے

تب r $\cos \theta =$ افقی رفتار وقت t گزرنے کے بعد
 $= r \cos \theta$ ، مستقل افقی رفتار

نیز $r \sin \theta =$ عمودی رفتار وقت t گزرنے کے بعد
 $= r \sin \theta$ ، جب e ۔ ج t

اس لئے مربع لینے اور جمع کرنے سے

$$r^2 = r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta$$

اور تقسیم کرنے سے مس طہ = مرآ جب عہ - ج ت

(۱۰۳) کسی ارتفاع مفروضہ پر حرکت کی سمت اور رفتار معلوم کرو + فرض کرو کہ مفروضہ بلندی با پر ذرہ کی رفتار مں ہے اور رفتار کی سمت ، افق سے زاویہ طہ بناتی ہے ۔ اسلئے اس نقطہ پر افقی اور عمودی رفتاریں بالترتیب مں جم طہ اور مں جب طہ ہیں۔ اس لئے

مں جم طہ = مں جم عہ ، مستقل افقی رفتار - (۱)
نیز دفعہ ۳۲ کی رو سے

مں جب طہ = مں جب عہ - ۲ ج با (۲)
(۱) اور (۲) کا مرجع لینے اور جمع کرنے سے
مں = مں - ۲ ج با

نیز عمل تقسیم سے مس طہ = مں جب عہ - ۲ ج با
مں جم عہ

(۱۰۴) معلوم کرو کہ اپنی مدت پرواز میں ایک مری کا بڑے سے بڑا ارتفاع کیا ہوتا ہے اور ابتدائے حرکت سے اس ارتفاع اعظم پر پہنچنے کے لئے کتنا وقت مں ہوتا ہے + فرض کرو کہ خط مری کا سب سے اونچا نقطہ ہے (دیکھو شکل دفعہ ۱۰۱) اب ضرور ہے کہ مری

علم حرکت ۲۳۰ بابتہم

نقطہ ۱ پر افقی سمت میں حرکت کر رہا ہو اس لئے
اس کی عمودی رفتار نقطہ ۱ پر صفر ہوگی
لہذا دفعہ ۳۲ کی رو سے
۰ = راجب عہ - ۲ ج x م ۱

$$۰ = م ۱ = \frac{راجب عہ}{ج ۲}$$

جس سے ارتفاع اعظم حاصل ہوتا ہے
فرض کرو کہ ن سے ۱ تک کی پرواز کا وقت ت ہے،
تب ظاہر ہے کہ وقت ت میں عمودی رفتار راجب عہ
جاذبہ ارض کی وجہ سے فنا ہو جاتی ہے
اس لئے دفعہ ۳۲ کی رو سے ۰ = راجب عہ - ج ت

$$۰ = ت = \frac{راجب عہ}{ج}$$

جس سے مطلوبہ وقت حاصل ہوتا ہے
(۱۰۵) نقطہ رمی میں سے گزرنے والی افقی سطح مستوی
پر رمی کا ٹپہ دریافت کرو، نیز اسکی مدت پرواز معلوم
کرو۔

جب رمی نقطہ ن پر پہنچتا ہے (شکل دفعہ ۱۰۱) تو
اس کا عمودی سمت میں طے کردہ فاصلہ صفر ہوتا ہے۔
اسلئے اگر ت مدت پرواز ہو تو دفعہ ۳۲ (۱) کی رو سے
۰ = راجب عہ - ۱ ج ت

ت = $\frac{۲ \text{ جب } ع}{ج}$ = نسب سے اونچے نقطہ

تک پہنچنے کے وقت کا دو چند۔
اس تمام وقت ت میں افقی رفتار کی مستقل قیمت
مرجم ع رہتی ہے
ن ن ن = افقی فاصلہ جو وقت ت میں ط

ہوا

= مرجم ع × ت = $\frac{۲ \text{ جب } ع}{ج}$ جم ع

اسلئے معلوم ہوا کہ ٹپہ ایک ایسی کسر کے ج مساوی
ہے جس کا شمار کنندہ ابتدائی عمودی اور افقی رفتار
کے حاصل ضرب کے دو چند کے برابر ہے اور جس
کا نسب نماج ہے

(۱۰۶) رمی کی مفروضہ رفتار رمی کے لئے
بڑے سے بڑا افقی ٹپہ دریافت کرو اور اس کے
زاویہ رمی کی قیمت معلوم کرو۔

اگر زاویہ رمی ع تو گزشتہ دفعہ کی رو سے افقی ٹپہ

= $\frac{۲ \text{ جب } ع}{ج}$ جم ع = $\frac{۲ \text{ جب } ع}{ج}$ ع

نیز جب ع کی قیمت بڑی سے بڑی اس وقت

ہوگی جبکہ ع = ۹۰

یعنی جبکہ ع = ۴۵

اسلئے ایک افقی سطح پر کا پٹہ بڑے سے بڑا اس وقت ہوگا جب مری کی ابتدائی سمت مری ، نقطہ مری میں سے گزرنے والی افقی سطح سے ۴۵° کا زاویہ بنا۔ پس بڑے سے بڑے افقی پٹہ کی مقدار $\frac{1}{2}$ مجب ۹۰°

یعنی $\frac{1}{2}$ مجب ہوگی
(۱-۴) اگر رفتار مری کی مقدار معین کردی جائے تو افقی سطح پر ایک مفروض پٹہ حاصل کرنے کے لئے مری کو پھینکنے کی بالعموم دو سمتیں ہونگی اور یہ بڑے سے بڑا پٹہ حاصل کرنے والی سمت سے مساوی زاوے بنائیں گی۔

اگر زاویہ مری ۴۵° ہو تو دفعہ ۱۰۵ کی رو سے پٹہ $\frac{1}{2}$ مجب \times جب ۲۰° ہوگا ،

نیز اگر زاویہ مری ۳۰° ہو تو پٹہ = $\frac{1}{2}$ مجب ۲۰° (۳۰° - ۱۰°) =
 = $\frac{1}{2}$ مجب (۳۰° - ۲۰°) = $\frac{1}{2}$ مجب ۱۰° جب ۲۰°

اس سے معلوم ہوا کہ زوایاء مری ۴۵° اور ۳۰° - ۲۰° - ۱۰° دونوں سے ایک ہی افقی پٹہ حاصل ہوتا ہے۔

یہ سمتیں افقی اور عمودی سمتوں سے بالترتیب مساوی زاوے بناتی ہیں اور اس لئے بڑے سے بڑا پٹہ پیدا کرنے والی سمت سے جو افقی اور عمودی سمتوں کی تخیف کرتی ہے مساوی زاوے بناتی ہیں۔

(۱۰۸) مثال (۱) - ایک گولی ۶۴۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے

علم حرکت ۲۳۳ باس ۱۰۰

پھینکی گئی ہے اور اسکی سمت رمی افق کے ساتھ ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے تو (۱) مری کی بڑی سے بڑی اونچائی دریافت کرو (۲) افقی سطح پر کا پٹہ اور مدت پرواز معلوم کرو (۳) جب گولی ۵۷۶ فٹ کی اونچائی پر ہو تو گولی کی سمت حرکت اور رفتار معلوم کرو

ابتدائی افقی رفتار = ۶۴۰ جم ۳۰° = $\frac{۳۲۰}{۲} \times ۶۴۰ = ۱۰۴۸۰$ فٹ فی سیکنڈ اور ابتدائی عمودی رفتار = ۶۴۰ جب ۳۰° = ۳۲۰ فٹ فی سیکنڈ

(۱) اگر فرض کیا جائے کہ بڑی سے بڑی مطلوبہ اونچائی ب ہے تو ب وہ فاصلہ ہوگا جو ایک ذرہ ۳۲۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے شروع ہو کر باسراع (ج) حرکت کر کے ساکن ہو جانے تک طے کرے۔

$$\therefore ۰ = ۳۲۰ - ۲ ج ب$$

$$\therefore ب = \frac{۳۲۰}{۲ \times ۲} = ۱۶۰۰ \text{ فٹ}$$

(۲) اگر مدت پرواز ت ہو تو ت سیکنڈ میں جو عمودی فاصلہ طے ہوا وہ صفر کے برابر ہے۔

$$\therefore ۰ = ۳۲۰ \times ت - \frac{۱}{۲} ج ت$$

$$\therefore ت = \frac{۶۴۰}{ج} = ۲۰ \text{ سیکنڈ}$$

افقی پٹہ = اس فاصلہ کے جو ایک ذرہ ۳۲۰ ۱۳۲ فٹ

فی سیکنڈ کی مستقل رفتار سے ۲۰ سیکنڈ میں طے کرتا ہے

$$= 320 \times 20 = 11085 \text{ فٹ تقریباً}$$

(۳) اگر ۵۶ فٹ کی اونچائی پر رفتار ہو، اور اس وقت مرنے کی سمت پرواز افق کے ساتھ زاویہ طہ بنائے تو

$$320 - 2 = 56 \times 2 = 64 \times 2$$

$$\text{اور مرنے کا حجم طہ} = (320 - 2) = 300 \times 2 =$$

اس لئے عمل جمع سے

$$320 \times 32 = 41055 \text{ فٹ فی سیکنڈ}$$

نیز عمل تقسیم سے

مس طہ = $\frac{16}{25} = \frac{32}{15} = 54188$

طبعی کماسات کے جدول سے معلوم ہوگا کہ طہ = 54188 تقریباً

مثال (۲) - کرکٹ کا ایک گیند ۹۶ فٹ سیکنڈ کی ابتدائی رفتار سے پھینکا گیا ہے، افقی سطح پر برے سے بڑا ٹپہ معلوم کرو اور نیز دریافت کرو کہ کن دو سمتوں میں گیند پھینکا جائے کہ ٹپہ ۱۴۴ فٹ ہو؟

اگر زاویہ رمی عہ ہو تو ٹپہ دفعہ ۱۰۵ کی رو سے

$$= \frac{96 \times 2}{96} = \frac{96 \times 2}{96} =$$

ج ج

علم حرکت ۲۳۵ باب ہفتم

بڑے سے بڑا ٹپہ اس وقت حاصل ہوگا جبکہ $\theta = ۴۵^\circ$ اور اسلئے

$\frac{۲۹۶}{۳۲} = ۲۸۸ \text{ فٹ} = ۹۶ \text{ گز}$
اگر ٹپہ ۱۴۴ فٹ ہو تو زاویہ θ مساوات ذیل سے حاصل ہوگا

$$\frac{۲۹۶}{۳۲} \text{ جب } \theta = ۱۴۴$$

$$\therefore \text{جب } \theta = \frac{۳۲ \times ۱۴۴}{۹۶ \times ۳} = \frac{۱}{۲}$$

$$\therefore \theta = ۳۰^\circ \text{ یا } ۱۵۰^\circ$$

$$\therefore \theta = ۱۵^\circ \text{ یا } ۷۵^\circ$$

مثال (۳) ایک توپ کا گولہ ایک برج کی چوٹی سے جس کا ارتفاع ۴۹ فٹ ہے ۲۰۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے افقی سمت میں پھینکا گیا ہے، (۱) اس کی مدت پرواز معلوم کرو (۲) برج کے پائین سے اس نقطہ کا فاصلہ دریافت کرو جہاں یہ زمین پر آکر لگتا ہے۔ (۳) جب یہ زمین پر آکر لگتا ہے اس وقت اس کی رفتار معلوم کرو

(۱) گولے کی ابتدائی عمودی رفتار صفر ہے، اس لئے مدت پرواز t سے وہ وقت تعبیر ہوتا ہے جس میں ایک جسم، جاذبہ ارض کے زیر عمل بلا تکلف گر کر فاصلہ ۴۹ فٹ طے کرتا ہے۔

اس لئے $۴۹ = \frac{1}{2} \text{ ج دتا} = ۱۲ \text{ دتا}$

۲ دتا = $\frac{۴}{۳}$ سیکنڈ

(۲) ۸ دتا پرواز میں افقی رفتار مستقل رہتی ہے

اس لئے پائین برج سے مطلوبہ فاصلہ $= ۲۰۰ \times \frac{۴}{۳} = ۲۵۰$

(۳) $\frac{۴}{۳}$ سیکنڈ کے اختتام پر عمودی رفتار =

$\frac{۴}{۳} \times ۳۲ = ۵۶$ فٹ فی سیکنڈ اور افقی رفتار ۲۰۰ فٹ فی سیکنڈ ہے

۲. مطلوبہ رفتار $= \sqrt{۲۰۰^2 + ۵۶^2} = ۲۰۶$

$= ۲۰۶.۵۴$ فٹ تقریباً

مثال (۴) ایک ٹیلے کی چوٹی سے جس کا ارتفاع

۸۰ فٹ ہے ایک پتھر ۸۰ فٹ فی سیکنڈ کی ابتدائی

رفتار سے ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو

افقی سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے، معلوم کرو کہ پتھر

زمین پر کہاں لگے گا؟

ابتدائی عمودی رفتار ۱۲۸ جب ۳۰° یا ۶۰° فٹ فی

سیکنڈ ہے اور

ابتدائی افقی رفتار ۱۲۸ جم ۳۰° یا ۶۰° فٹ فی

سیکنڈ ہے

فرض کرو کہ وقت t گزرنے کے بعد پتھر زمین

پر آکر لگتا ہے

علم حرکت ۲۳۷ باب ہفتم

تب ظاہر ہے کہ ت سے وہ وقت تعبیر ہوتا ہے جس میں ایک پتھر جو ۶۴ فٹ فی سیکنڈ کی عمودی رفتار سے پھینکا گیا ہو باسراع (ج) حرکت کر کے فاصلہ (۸۰۔) فٹ طے کرتا ہے۔

$$\therefore ۸۰ = ۶۴ \text{ ت} - \frac{1}{۲} \text{ ج} \text{ ت}^2$$

اسلئے ت = ۵ سیکنڈ

اس اثناء میں افقی رفتار نہیں بدلتی اسلئے ٹیلے کے پائین سے اُس نقطہ کا فاصلہ جہاں پتھر جا کر زمین سے ٹکراتا ہے = ۳۲۰ = ۳۱، ۵۵۴ فٹ تقریباً

۱۷ مسئلہ نمبری

(۱) ایک ذرہ ۴۴ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے زاویہ ۳۰° بناتی ہے، بڑے سے بڑا ارتفاع، مدت پرواز اور افقی سطح پر کا پٹہ دریافت کرو جبکہ

$$(۱) ۴۴ = ۴۴، ۳۰ = ۳۰$$

$$(۲) ۴۴ = ۴۴، ۸۰ = ۸۰$$

$$(۳) ۴۴ = ۴۴، ۹۶ = ۹۶$$

$$(۴) ۴۴ = ۴۴، ۲۰۰ = ۲۰۰ جب ۳$$

علم حرکت ۲۳۸ باب ہفتم

(۲) ایک افقی سطح مستوی پر بڑے سے بڑا ٹپہ دریافت کرو جبکہ رفتار مری (۱) ۴۸ (۲) ۶۰ (۳) ۱۰۰ فٹ فی سیکنڈ ہو۔

(۳) ایک گولی ایک صندوق سے ۱۶۰ میٹر فی سیکنڈ کی رفتار سے نکلتی ہے، معلوم کرو کہ زیادہ سے زیادہ یہ کہاں تک جاسکتی ہے اور اس کا ارتقاع اعظم کیا ہوگا؟

(۴) - ایک شخص ایک پتھر کو ۸۰ میٹر کی دودی تک پھینک سکتا ہے، معلوم کرو کہ پتھر کتنے عرصہ تک ہوا میں رہتا ہے اور بڑی سے بڑی کیا اونچائی حاصل کرتا ہے؟

۵. ایک جسم ۴۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار کے ساتھ ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے زاویہ ۳۰° بناتی ہے، ثابت کرو کہ یہ ۱۰۰ فٹ کی عمودی بلندی تک پہنچے گا، اور اس کی سمت حرکت افقی سے ۶۰° کا زاویہ بنائے گی جب اس کی عمودی ارتقاع زمین سے ۶۰ فٹ ہوگا۔

تیز ثابت کرو کہ اس کی مدت پرواز ۲۰ سیکنڈ ہوگی۔
(۶) ایک مری زمین سے ۹ فٹ کی بلندی سے افقی سمت میں پھینکا گیا ہے اور سطح زمین سے ۱۰۰ فٹ کے افقی فاصلہ پر آکر گلتا ہے، اس کی ابتدائی تیز

معلوم کرو۔

(۷) ایک برج کی چوٹی سے جس کا ارتفاع ۲۱ جیب کے ایک پتھر افقی سمت میں رفتار ۲۱ جیب کے ساتھ پھینکا گیا ہے، معلوم کرو کہ زمین پر یہ کہاں جا کر لگیگا۔ نیز زمین پر ٹکرانے کے وقت اس کی رفتار کیا ہوگی؟

(۸) ایک ریلوے گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہے اس کے فرش پر ۹ فٹ کی بلندی سے ایک پتھر پھینکا گیا ہے، جب یہ پتھر گاڑی کے فرش پر آکر لگتا ہے اس وقت اس کی رفتار اور سمت، فضا میں معلوم کرو۔

(۹) ایک جہاز ۱۶ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے جا رہا ہے اور اس کے مستول کی چوٹی سے جس کا ارتفاع ۱۴۴ فٹ ہے ایک جسم گرتا ہے، جسم کی حرکت کی سمت اور رفتار معلوم کرو (۱) دو سیکنڈ گزرنے کے بعد (۲) جب یہ عرشہ جہاز پر آکر ٹکرائے۔

(۱۰) ایک ٹیلے کی چوٹی پر جس کی بلندی ۴۰۰ فٹ ہے ایک توپ دھری ہے، اس سے ایک گولہ ۷۸ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے، توپ میں سے گزرنے والے عمودی خط سے

عم حیکت ۴۴۰ باب ہفتم

اس نقطہ کا اچھی فاصلہ دریافت کرو جہاں گول نہیں
بد بگڑ لگتا ہے۔

۱۱) ایک خوبصورت بیج کی بھولی سے جس کا رتھ بیج
قوت سے ایک قدر چھٹکا گیا ہے۔ اس کی ابتدا رتھ
کے اوتار سے تریبی خوبصورت اور اچھی سمتوں میں ہاتھ
بیج اور رتھ میں اس کی مدت پندرہ منٹوں کو
اور پلٹنے بیج سے اس نقطہ کا فاصلہ دریافت کرو
جہاں یہ رتھ بد بگڑ لگتا ہے۔

۱۲) ایک بیج رتھ کی اس رتھ میں چھٹکا گیا ہے
کہ وہ تقریباً ستر اس بیج کے کٹے کی بھولی پر
اچھی سمت میں بگڑ لگتی ہے۔ بیج کا رتھ میں
ہے کہ رتھ میں بیج کا جو وقت بہت زیادہ رتھ میں
تقریباً ۱۰۰ سے زائد ہوگی۔

۱۳) ایک ایسی گولی کی رتھ اور سمت رتھ دریافت
کرو جو ایک رتھ اچھی دیوار کی بھولی سے میں
اچھی سمت میں گڑ سکے کہ دیوار کا فاصلہ نقطہ بیج سے
بہت دور ہے۔

۱۴) ایک قدر ایک ایسی سمت میں چھٹکا گیا ہے
جو اچھی سے رتھ میں بگڑ لگتی ہے۔ اس کی سمت پر
میں گڑ چھٹکا گیا ہے اس کی رتھ میں مستقیم کو
اور اس کے راستہ کے سب سے اچھے نقطہ پر جو اسکی

رفار ہے اسکو بھی معلوم کرو

(۱۵) ایک ہی نقطہ سے دو گیند ایسی دو سمتوں میں پھینکے گئے ہیں جو افق سے ۶۰° اور ۳۰° کے زاویے بناتی ہیں ، اگر وہ دونوں ایک ہی اونچائی تک پہنچیں تو انکی ابتدائی رفتاروں کی نسبت دریافت کرو اگر ان دونوں کا افقی پٹہ ایک ہی ہو تو یہ نسبت کیا ہوگی ؟

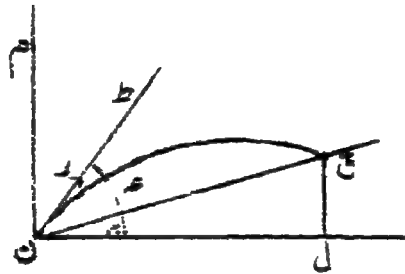
(۱۶) ایک ذرہ کی رفتار جب یہ بڑی سے بڑی اونچائی پر ہو اس رفتار کا $\frac{1}{2}$ ہوتی ہے جب یہ بڑی سے بڑی اونچائی کے نصف پر ہو ، ثابت کرو کہ زاویہ رمی ۶۰° ہے ۔

(۱۷) زاویہ رمی دریافت کرو جبکہ ایک افقی سطح پر کا پٹہ رمی کے ارتفاع اعظم کا (۱) ۴ (۲) ۴ (۳) ۴ گن ہو ۔
(۱۸) اگر ایک ذرہ پٹے کے مساوی فاصلہ بلا تکلف نیچے گرنے سے اسقدر رفتار حاصل کر لے جو ذرہ کی ابتدائی رفتار رمی کے مساوی ہو تو زاویہ رمی دریافت کرو ۔

۱۰۹۔ ایک سطح مائل پر کا پٹہ

ایک سطح مائل افق سے زاویہ بہ بناتی ہے ، اس کے ایک نقطے سے ایک ذرہ رفتار v کے ساتھ ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو سطح مائل پر کے عماد اور خط میلان اعظم

یہ سے گذرتی ہے، اگر ذرہ کا زاویہ رمی عہ ہو تو
 سطح مائل پر کا پٹہ دریافت کرو۔
 فرض کرو کہ سطح مائل پر کا پٹہ ن ق ہے، سمت رمی ن ط ہے
 اور ق ل، ن میں سے گذرنے والی افقی سطح پر
 عمود ہے۔



رفار کا ابتدائی جزء ترکیبی ن ق کی عمودی سمت میں
 م ر جب (عہ - یہ) ہے اور اس سمت میں اسراع
 ج جم یہ ہے
 فرض کرو کہ ذرہ کون سے ق تک جانے میں وقت
 ت لگتا ہے تب وقت ت میں فاصلہ ط طے کر دہ
 ن ق کی عمودی سمت میں صفر ہے۔
 اسلئے = م ر جب (عہ - یہ) ت - $\frac{1}{2}$ ج جم یہ ت

اسلئے ت = $\frac{م}{ج}$ جب (عہ - یہ)

اس اثنا میں افقی رفار م ر جم عہ منسقل رہتی ہے

اسلئے ن ل = ص جم عہ x ت پس پٹہ

$$ن ق = \frac{ن ل}{جم بہ} = \frac{ص جم عہ}{جم بہ} x ت = \frac{۲ ص ۲}{ج} جم عہ جب (عہ بہ)$$

(۱۱۰) بڑے سے بڑا پٹہ۔ وہ سمت رمی دریافت کرو جس سے سطح مائل پر بڑے سے بڑا پٹہ حاصل ہو اور ثابت کرو کہ کسی ایک مفروضہ پٹہ کے لئے رمی کو پھینکنے کی دو سمتیں ہیں جو بڑے سے بڑے پٹے والی سمت سے مساوی زاوے بناتی ہیں۔
گذشتہ دفعہ سے پٹہ

$$= \frac{۲ ص ۲}{ج} جم عہ جب (عہ بہ) = \frac{۲ ص}{ج جم بہ} جب (۲ عہ بہ) - جب (۱ بہ)$$

اب ص اور بہ معلوم ہیں اسلئے پٹہ بڑے سے بڑا اس وقت ہوگا جبکہ

$$جب (۲ عہ بہ) بڑی سے بڑی ہو یا جبکہ ۲ عہ بہ = \frac{۲ ص}{ج}$$

اس صورت میں عہ بہ = \frac{۲ ص}{ج} عہ

یعنی زاوے ط ن ق اور ط ن م مساوی ہیں۔ اسلئے بڑے سے بڑے پٹہ والی سمت، عمودی سمت اور سطح مائل کے درمیانی زاویہ کی تنصیف کرتی ہے۔

$$نیز بڑے سے بڑا پٹہ = \frac{۲ ص}{ج جم بہ} (۱ - جب بہ)$$

$$= \frac{۲ ص}{ج (۱ + جب بہ)}$$

نیز (۱) کی رو سے ٹپہ بزاویہ ارتفاع عم وہی ہوگا جو
ٹپہ بزاویہ ارتفاع عم ہے

اگر جب (۲ عم - بہ) = جب (۲ عم - بہ)

یعنی اگر ۲ عم - بہ = ۲ - (۲ عم - بہ)

یعنی اگر عم = $\frac{۲}{۲} + بہ - عم$

یعنی اگر عم - $(\frac{۲}{۲} + \frac{۲}{۲}) = (\frac{۲}{۲} + \frac{۲}{۲}) - عم$

لیکن زاویہ ارتفاع $\frac{۲}{۲} + \frac{۲}{۲}$ سے بڑے سے بڑا
ٹپہ حاصل ہوتا ہے

اس لئے سطح مائل پر کوئی مفروضہ ٹپہ حاصل
کرنے کے لئے مری کو پھینکنے کی دو سمتیں ہیں
اور یہ سمتیں سطح پر بڑے سے بڑا ٹپہ رکھنے والی
سمت سے مساوی زاوے بناتی ہیں -

۱۱۱ - مثال (۱) ایک سطح مائل کے پائین سے جکا
چڑھاؤ ۲۵ میں ۷ ہے ایک گولی ۶۰۰ فٹ فی سیکنڈ
کی رفتار سے (۱) سطح مائل کے اوپر کی طرف (۲) سطح
کے نیچے کی طرف ، ایسی سمت میں پھینکی گئی ہے
جو افق سے ۳۰ کا زاویہ بناتی ہے ، ہر صورت میں
سطح پر کا ٹپہ دریافت کرو -

فرض کرو کہ سطح کا میلان بہ ہے یعنی

جب بہ = $\frac{۷}{۲۵}$ اور حجم بہ = $\frac{۲۲}{۲۵}$

(۱) دفعہ ۱۰۹ کی رو سے ، ٹپہ صورت اول میں

$$2 = \frac{2900}{32} \times \frac{\text{جم ۳۰ جب (۲-۳۰)}}{\text{جم ۲ بہ}} = \frac{2900}{14} \times \frac{(\frac{32}{2} - \frac{22}{25} \times \frac{1}{2}) \times \frac{32}{2}}{\frac{222}{25}} = \frac{(\frac{6}{25} \times \frac{32}{2} - \frac{22}{25} \times \frac{1}{2}) \times \frac{32}{2}}{\frac{222}{25}} \times \frac{2900}{14}$$

$$= \frac{(8 - 32 \times \frac{6}{25}) \times \frac{45000}{1022}}{546 \times 2} \times \frac{34000}{14} = 50.22 \text{ فٹ تقریباً}$$

(۲) سطح مائل کی عمودی سمت میں ابتدائی رفتار ۷ جب (۳۰+ بہ) اور اسراع - ج جم بہ ہے ، اسلئے مدت پرواز ۷

$$2 = \frac{7}{\text{ج جم بہ}} \times \frac{\text{جب (۳۰+ بہ)}}{\text{جم بہ}} \text{ ہے ، اسلئے اگر ٹپہ ٹ ہو تو دفعہ ۱۴ کے موافق}$$

$$\text{ٹ جم بہ} = 7 \text{ جم ۳۰} \times \text{ٹ}$$

$$\text{ٹ} = 2 \times \frac{7}{\text{ج جم بہ}} \times \frac{\text{جم ۳۰ جب (۳۰+ بہ)}}{\text{جم بہ}}$$

$$= \frac{45000}{1022} \times (8 + 32 \times \frac{6}{25}) \text{ جیسا (۱) میں}$$

$$= 152.45 \text{ فٹ تقریباً}$$

انتباہ اگر ضابطہ دفعہ ۱۰۹ میں بہ کی جگہ (- بہ) رکھ دیا جائے تو سطح مائل کے نیچے کی طرف کا ٹپہ حاصل ہو گا اور وہ یہ ہے

$$\frac{\text{جہم عہ جب (عہ + بہ)}}{\text{جہم بہ}} \times \frac{\sqrt{2}}{\text{ج}}$$

مثال (۲) سابق مثال میں بڑے سے بڑا ٹپہ دریافت کرو

$$\text{زاویہ رمی عہ لازماً} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4}$$

اس صورت میں ٹپہ = $\frac{\sqrt{2}}{\text{جہم بہ}} (1 - \text{جب بہ})$

$$= \frac{1}{\frac{1}{25} + 1} \times \frac{2400}{32} = \frac{1}{\frac{1}{25} + 1} \times \frac{2400}{32} =$$

$$= \frac{25 \times 36000}{32 \times 32} = 8489 \text{ فٹ تقریباً}$$

اسی طرح سے سطح مائل کے نیچے کی طرف بڑے سے بڑا ٹپہ $\frac{2400}{32} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{25}}$ یعنی ۱۵۶۲۵ فٹ ہوگا

مثال (۳) ایک سطح مائل کے پائین سے جو افق کے ساتھ زاویہ بہ بناتی ہے ایک ذرہ ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جس کا میلان افق سے عہ ہے، ثابت کرو کہ اگر جہم بہ = ۲ مس (عہ - بہ) تو ذرہ سطح مائل کو زاویہ قائمہ پر آکر لگیگا۔
فرض کرو کہ رفتار رمی صاف ہے۔ اسلئے سطح مائل کے

علم حرکت

۲۳۴

باب ہفتم

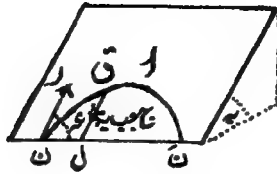
متوازی ابتدائی رفتار کا جزء تحلیلی α حجم (عہ - بہ) ہے اور سطح کی عمودی سمت میں رفتار کا جزء تحلیلی β (عہ بہ) ہے۔

ان دو سمتوں میں اسراع - β جب β بہ اور - α جب α بہ ہو تب دفعہ ۱۰۹ کے مطابق ذرہ کو جو وقت t سطح سے دوبارہ ملنے میں لگتا ہے وہ $\frac{\beta}{\alpha}$ (عہ - بہ) ہے۔

اگر ذرہ کی سمت حرکت اس α میں جب یہ سطح پر آکر ٹکرائے سطح پر عمود وار ہو۔ تو اسکی رفتار کا جو جزء تحلیلی α اس α میں سطح کے متوازی ہوگا وہ صفر ہوگا۔
اس لئے α حجم (عہ - بہ) - β جب β بہ $\times t =$ ۔

$$\beta \text{ جب } \beta \text{ بہ} = t = \frac{\beta}{\alpha} \text{ جب } \alpha \text{ بہ}$$

۱۱۲۔ α ایک سطح مائل پر حرکت - ایک ذرہ ایک چکنی سطح مائل پر حرکت کرتا ہے۔ جو افق سے زاویہ β بناتی ہے۔ اگر ذرہ سطح پر کے ایک نقطہ سے رفتار α کے ساتھ ایسی سمت میں پھینکا گیا ہو جو سطح مائل اور افقی سطح کے خط تقاطع سے زاویہ α بنائے۔ تو ذرہ کی حرکت دریافت کرو۔



قوت جاذبہ ارض کی وجہ سے جو اسراع پیدا ہوتا ہے۔
 اسکو دو اجزائے ترکیبی میں تحلیل کرو، ایک تو ج جب بہ
 جو خط میلان اعظم کے متوازی ہے اور دوسرا ج جم بہ
 جو سطح مائل پر عمود وار ہے۔ یہ دوسرا اسراع سطح کے
 تعامل کی وجہ سے بے اثر یا ضائع ہو جاتا ہے،
 اسلئے ذرہ سطح مائل پر صرف اسراع ج جب بہ سے
 حرکت کرتا ہے اور یہ اسراع سطح کے خط میلان اعظم
 کے متوازی ہے۔

پس اس صورت میں حرکت کی تحقیق اُسی طرح سے
 ہو سکتی ہے جیسے دفعات ۱۰ تا ۱۰۷ میں ہوئی، فرق
 صرف اتنا ہے کہ ہمیں اسراع ”ج“ کو ”ج جب بہ“
 میں بدل دینا چاہیئے۔ اور ”عمودی فاصلوں“ کی بجائے
 اُن فاصلوں سے مراد لینی چاہیئے۔ ”جو سطح مائل پر
 خط میلان اعظم کے متوازی ناپے گئے ہوں“

امثلہ نمبری (۱۸)

(۱) ایک سطح مائل افق سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے،

علم حرکت ۲۴۹ باب ہفتم

اس کے پائین سے ایک ذرہ سیکنڈ میں ۶۰۰ فٹ کی ابتدائی رفتار سے ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے۔ جو افق سے زاویہ ۶۰° کا بناتی ہے، سطح مائل پر کاٹپہ اور مدت پرواز دریافت کرو۔

(۲) ایک سطح کے پائین سے جس کا میلان ۳۰° ہے ایک ذرہ رفتار سے ساتھ ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے ۲۵° کا زاویہ بناتی ہے، معلوم کرو کہ ذرہ سطح کو کہاں جا کر لگیگا، سطح مائل پر ذرہ کا بڑے سے بڑا ٹپہ دریافت کرو۔

(۳) ایک ذرہ ۶۴ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے ۴۵° کا زاویہ بناتی ہے، ایک ایسی سطح مائل پر اس کا ٹپہ اور مدت پرواز دریافت کرو جو افق سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے، ساتھ ہی اس کا بڑے سے بڑا ٹپہ سطح مائل پر دریافت کرو۔

(۴) ایک ذرہ ۱۲۸۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے ۴۵° کا زاویہ بناتی ہے، ایک ایسی سطح مائل پر جس کا زاویہ میلان افق کے ساتھ جب ۳۰° ہے اس کا ٹپہ دریافت کرو جب یہ بالترتیب سطح کے (۱) اوپر کی طرف (۲) نیچے کی طرف پھینکا گیا ہو۔

(۵) ایک بندوق کی گولی کی رفتار رمی ۸۰۰ فٹ فی ثانیہ ہے، ذیل کی مائل سطحوں میں سے ہر ایک پر اسکا بڑے سے بڑا ٹپہ اور مدت پرواز دریافت کرو، سطحوں کے زوایاء میلان افق کے ساتھ (۱) ۲۵° (۲) ۶۰° (۳)

جب $\frac{1}{13}$ (۴) جب $\frac{5}{13}$ ہیں
(۶) ایک ذرہ خاص رفتار کے ساتھ ایک سطح مستوی پر پھینکا گیا ہے، اس کا بڑے سے بڑا ٹپہ اس سطح پر ۵۰۰ گز ہے، اس کا بڑے سے بڑا ٹپہ ایک ایسی سطح پر دریافت کرو۔ جس کا میلان افق سے ۴۵° ہو۔ ساتھ ہی جب ذرہ سطح مائل کے نیچے کی طرف پھینکا گیا ہو اُس صورت میں اس کا بڑے سے بڑا ٹپہ دریافت کرو۔

(۷) ایک معلومہ رفتار رمی سے سطح مستوی پر ایک رمی کا بڑے سے بڑا ٹپہ ۱۰۰۰ میٹر ہے، ثابت کرو کہ ایک ایسی سطح مائل پر جس کا میلان افق سے ۳۰° ہے رمی کے بڑے سے بڑے ٹپے سطح کے اوپر کی طرف اور نیچے کی طرف بالترتیب $\frac{1}{2}$ اور ۲۰۰۰ میٹر ہیں۔

(۸) ایک سطح افق سے زاویہ (۱) ۳۰° (۲) ۶۰° بناتی ہے، اُس پر کے ایک نقطہ سے ایک ذرہ ۲۵ میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے سطح کی عمودی سمت میں پھینکا

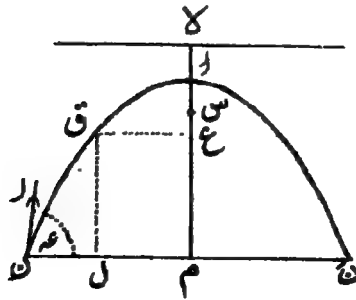
گیا ہے ، دونوں صورتوں میں سطح پر کاٹپہ دریافت کرو۔

۱۱۳۔ ایک ذرہ ہوا کے اندر رفتار معلومہ کے ساتھ ایک مفروضہ سمت میں پھینکا گیا ہے ، ثابت کرو کہ اس کا طریق قطع مکانی (شکلجی) ہے۔
 دفعہ ۱۰ کے موافق فرض کرو کہ رفتار رمی ہے ،
 زاویہ رمی عہ ، افقی ٹپہ ن ن اور طریق کا سب سے اونچا نقطہ ل ہے ، اور ل م ، ن ن کے پر عمود ہے۔
 تب دفعہ ۱۰ کی رو سے

$$ل م = \frac{ل ج ب عہ}{ج ۲} \dots \dots (۱)$$

نیز ن م = اس افقی فاصلہ کے جو وقت ل ج ب عہ میں طے ہوا
 = ل ج ب عہ جم عہ

فرض کرو کہ ذرہ کے طریق پر کوئی نقطہ ق ہے ، اور ل م ، ن ن پر ق ع اور ق ل بالترتیب عمود ہیں۔
 فرض کرو کہ ن سے ق تک کی پرواز میں وقت ت لگتا ہے۔



علم حرکت ۲۵۲ باب ہفتم

تب ق ل = اُس عمودی فاصلہ کے جو وقت ت میں طے ہوا

$$= \text{راجبہ} \times \text{ت} - \frac{1}{2} \text{ج} \text{ت}^2 \dots\dots (۳)$$

$$\text{اور ن ل} = \text{راجمہ} \times \text{ت} \dots\dots\dots (۴)$$

اسلئے (۱) اور (۳) سے

$$\text{ل ع} = \text{ل م} - \text{ع م} = \text{ل م} - \text{ق ل}$$

$$= \frac{\text{راجبہ}^2}{2\text{ج}} - (\text{راجبہ} \times \text{ت} - \frac{1}{2} \text{ج} \text{ت}^2)$$

$$= \frac{\text{ج}}{2} \left(\frac{\text{راجبہ}}{\text{ج}} - \text{ت} \right)^2$$

ساتھ ہی (۲) اور (۴) سے

$$\text{ق ع} = \text{ن م} - \text{ن ل} = \frac{\text{راجبہ جمعہ}}{\text{ج}} - \text{راجمہ} \times \text{ت}$$

$$= \text{راجمہ} \left(\frac{\text{راجبہ}}{\text{ج}} - \text{ت} \right)$$

$$\text{یعنی ع}^2 = \text{راجمہ}^2 \left(\frac{\text{راجبہ}}{\text{ج}} - \text{ت} \right)^2 = \text{راجمہ}^2 \times \frac{\text{ل ع}^2}{\text{ج}}$$

$$= \frac{\text{راجمہ}^2}{\text{ج}} \times \text{ل ع}$$

اِس کو شاقولی سمت میں $\frac{\text{راجمہ}}{2\text{ج}}$ کے مساوی ناپو

$$\text{یعنی ع}^2 = ۲ \text{ ل م} \times \text{ل ع}$$

علم حرکت ۲۵۳ باب ہفتم
لیکن یہ اس منحنی کی بنیادی خاصیت ہے جسکو شلیٹی
یا قطع مکانی کہتے ہیں۔ اسلئے ق ایک ایسے قطع مکانی پر واقع ہے جسکا
محور عمودی ہے، جس کا راس ۱ ہے اور جس کا
وتر خاص

$$= ۴ \text{ راس} = \frac{۲ \text{ راس} \cdot ۲ \text{ جم}^۲ \text{ عہ}}{ج}$$

نتیجہ صریح (۱) اس سے معلوم ہوگا کہ قطع مکانی
کا وتر خاص یا دوسرے الفاظ میں اس کا ناپ ابتدائی
رفار کے صرف افقی جزء تحلیلی پر منحصر ہے اور عمودی
جزء پر منحصر نہیں ہے۔

نتیجہ صریح (۲) ماسکہ س کا ارتفاع ن میں سے
گزرنے والے افقی خط سے = س م = ۱ م - ۱ س

$$= \frac{۲ \text{ راس} \cdot ۲ \text{ جم}^۲ \text{ عہ}}{ج} - \frac{۲ \text{ راس} \cdot ۲ \text{ جم}^۲ \text{ عہ}}{ج} =$$

اسلئے اگر عہ ۴۵ سے کم ہو تو یہ فاصلہ منفی ہوگا
اور طریق کا ماسکہ، نقطہ رمی میں سے گزرنے والے
افقی خط سے نیچے واقع ہوگا۔

۱۱۴۔ ثابت کرو کہ طریق کے کسی نقطہ پر ذرہ کی رفتار
مقدار کے لحاظ سے اس رفتار کے مساوی ہوتی
ہے جو وہ مرتب سے نقطہ مذکور تک شاقولی سمت میں

بلا تکلف گرنے سے حاصل کر سکتا ہے۔
دفعہ ۱۱۳ کی شکل میں م ل کو لا تک اتنا خارج کرو کہ
لا ل اس کے مساوی ہو، لا ک کو افقی سمت میں
کھینچو، تب لا ک مرتب ہوگا۔

اگر ق پر کی رفتار م ہو تو دفعہ ۱۰۲ کی رو سے

$$\text{ر}^۱ = (\text{ر جب ع} - \text{ج ت})^۲ + (\text{ر ج ع م})^۲$$

$$= \text{ر}^۲ - ۲ \text{ر ج جب ع م} + \text{ج ت}^۲$$

$$= \text{ج}^۲ \left[\frac{\text{ر}^۲}{\text{ج}^۲} - (\text{ر جب ع م} \times \text{ت} - \frac{۱}{۲} \text{ج ت}^۲) \right]$$

لیکن م لا = م ل + لا = $\frac{\text{ر جب ع م}}{\text{ج}^۲} + \frac{\text{ر ج ع م}}{\text{ج}^۲} = \frac{\text{ر}^۲}{\text{ج}^۲}$

اور م ع = ق ل = ر جب ع م × ت - $\frac{۱}{۲} \text{ج ت}^۲$

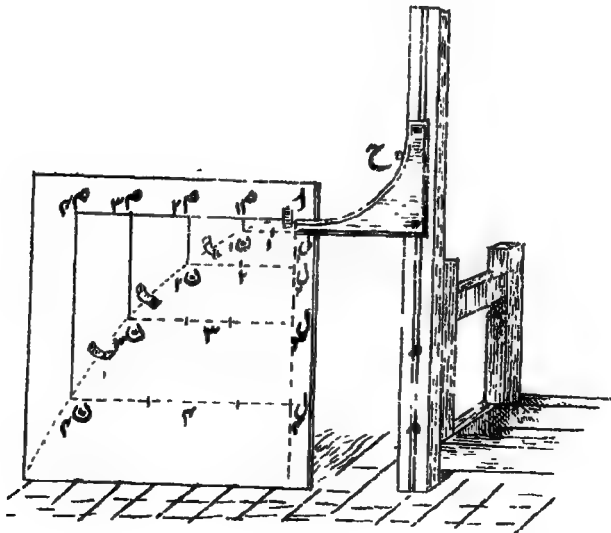
$$\therefore \text{ر}^۱ = \text{ج}^۲ [\text{م لا} - \text{م ع}] = \text{ج}^۲ \times \text{ع لا}$$

اسلئے ر اس رفتار کے مساوی ہے جو ذرہ مرتب
سے نقطہ ق تک شاقولی سمت میں بلا تکلف گرنے

سے حاصل کرتا ہے۔
۱۱۵۔ اس مسئلہ کا تجربی ثبوت کہ ایک مری کا طریق

قطع مکافی ہوتا ہے
فرض کرو کہ ایک منحنی تختہ ا ح پر ایک نالی یا بھرا
بنادی گئی ہے جس میں سے ایک چھوٹی گولی نیچے کی
طرف لڑکھ سکتی ہے، اس کو ایک غمودی تختہ سیاہ

ساتھ آگے کی طرف مضبوطی سے جڑ دو، نالی پر ایک نقطہ
 ح مقرر کرو اور فرض کرو کہ گولی ہمیشہ اُس نقطہ سے
 لڑکنا شروع کرتی ہے اور نقطہ و تک لڑہکنے کے بعد
 تختہ سیاہ کے عین سامنے ہوا کے اندر بلا تکلف ایک
 طریق مرسم کرتی ہے اس تختہ سیاہ پر کاغذ یا مقوے کے کئی
 چھوٹے حلقے ایسے مقامات پر لگاؤ کہ گولی عین بیچ میں
 سے ان کے گذر سکے، حلقوں کے مقامات کو آزمائش
 سے معلوم کرو، مثلاً اگر گولی کو نالی کے ایک ہی مقام
 ح سے چھوڑ کر دو تین دفعہ تجربہ کیا جائے تو پہلے
 حلقے کا مقام معلوم ہو سکیگا۔ اسی طرح سے باقی
 حلقوں کے مقام بھی ایسے تجربوں سے معلوم ہو سکتے
 ہیں۔



بڑی احتیاط سے گولی کو ہمیشہ اسی نقطہ ح سے چھوڑنا چاہیے جسے ایک منحنی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶ ۱۷ ۱۸ ۱۹ ۲۰ ۲۱ ۲۲ ۲۳ ۲۴ ۲۵ ۲۶ ۲۷ ۲۸ ۲۹ ۳۰ ۳۱ ۳۲ ۳۳ ۳۴ ۳۵ ۳۶ ۳۷ ۳۸ ۳۹ ۴۰ ۴۱ ۴۲ ۴۳ ۴۴ ۴۵ ۴۶ ۴۷ ۴۸ ۴۹ ۵۰ ۵۱ ۵۲ ۵۳ ۵۴ ۵۵ ۵۶ ۵۷ ۵۸ ۵۹ ۶۰ ۶۱ ۶۲ ۶۳ ۶۴ ۶۵ ۶۶ ۶۷ ۶۸ ۶۹ ۷۰ ۷۱ ۷۲ ۷۳ ۷۴ ۷۵ ۷۶ ۷۷ ۷۸ ۷۹ ۸۰ ۸۱ ۸۲ ۸۳ ۸۴ ۸۵ ۸۶ ۸۷ ۸۸ ۸۹ ۹۰ ۹۱ ۹۲ ۹۳ ۹۴ ۹۵ ۹۶ ۹۷ ۹۸ ۹۹ ۱۰۰ ۱۰۱ ۱۰۲ ۱۰۳ ۱۰۴ ۱۰۵ ۱۰۶ ۱۰۷ ۱۰۸ ۱۰۹ ۱۱۰ ۱۱۱ ۱۱۲ ۱۱۳ ۱۱۴ ۱۱۵ ۱۱۶ ۱۱۷ ۱۱۸ ۱۱۹ ۱۲۰ ۱۲۱ ۱۲۲ ۱۲۳ ۱۲۴ ۱۲۵ ۱۲۶ ۱۲۷ ۱۲۸ ۱۲۹ ۱۳۰ ۱۳۱ ۱۳۲ ۱۳۳ ۱۳۴ ۱۳۵ ۱۳۶ ۱۳۷ ۱۳۸ ۱۳۹ ۱۴۰ ۱۴۱ ۱۴۲ ۱۴۳ ۱۴۴ ۱۴۵ ۱۴۶ ۱۴۷ ۱۴۸ ۱۴۹ ۱۵۰ ۱۵۱ ۱۵۲ ۱۵۳ ۱۵۴ ۱۵۵ ۱۵۶ ۱۵۷ ۱۵۸ ۱۵۹ ۱۶۰ ۱۶۱ ۱۶۲ ۱۶۳ ۱۶۴ ۱۶۵ ۱۶۶ ۱۶۷ ۱۶۸ ۱۶۹ ۱۷۰ ۱۷۱ ۱۷۲ ۱۷۳ ۱۷۴ ۱۷۵ ۱۷۶ ۱۷۷ ۱۷۸ ۱۷۹ ۱۸۰ ۱۸۱ ۱۸۲ ۱۸۳ ۱۸۴ ۱۸۵ ۱۸۶ ۱۸۷ ۱۸۸ ۱۸۹ ۱۹۰ ۱۹۱ ۱۹۲ ۱۹۳ ۱۹۴ ۱۹۵ ۱۹۶ ۱۹۷ ۱۹۸ ۱۹۹ ۲۰۰ ۲۰۱ ۲۰۲ ۲۰۳ ۲۰۴ ۲۰۵ ۲۰۶ ۲۰۷ ۲۰۸ ۲۰۹ ۲۱۰ ۲۱۱ ۲۱۲ ۲۱۳ ۲۱۴ ۲۱۵ ۲۱۶ ۲۱۷ ۲۱۸ ۲۱۹ ۲۲۰ ۲۲۱ ۲۲۲ ۲۲۳ ۲۲۴ ۲۲۵ ۲۲۶ ۲۲۷ ۲۲۸ ۲۲۹ ۲۳۰ ۲۳۱ ۲۳۲ ۲۳۳ ۲۳۴ ۲۳۵ ۲۳۶ ۲۳۷ ۲۳۸ ۲۳۹ ۲۴۰ ۲۴۱ ۲۴۲ ۲۴۳ ۲۴۴ ۲۴۵ ۲۴۶ ۲۴۷ ۲۴۸ ۲۴۹ ۲۵۰ ۲۵۱ ۲۵۲ ۲۵۳ ۲۵۴ ۲۵۵ ۲۵۶ ۲۵۷ ۲۵۸ ۲۵۹ ۲۶۰ ۲۶۱ ۲۶۲ ۲۶۳ ۲۶۴ ۲۶۵ ۲۶۶ ۲۶۷ ۲۶۸ ۲۶۹ ۲۷۰ ۲۷۱ ۲۷۲ ۲۷۳ ۲۷۴ ۲۷۵ ۲۷۶ ۲۷۷ ۲۷۸ ۲۷۹ ۲۸۰ ۲۸۱ ۲۸۲ ۲۸۳ ۲۸۴ ۲۸۵ ۲۸۶ ۲۸۷ ۲۸۸ ۲۸۹ ۲۹۰ ۲۹۱ ۲۹۲ ۲۹۳ ۲۹۴ ۲۹۵ ۲۹۶ ۲۹۷ ۲۹۸ ۲۹۹ ۳۰۰ ۳۰۱ ۳۰۲ ۳۰۳ ۳۰۴ ۳۰۵ ۳۰۶ ۳۰۷ ۳۰۸ ۳۰۹ ۳۱۰ ۳۱۱ ۳۱۲ ۳۱۳ ۳۱۴ ۳۱۵ ۳۱۶ ۳۱۷ ۳۱۸ ۳۱۹ ۳۲۰ ۳۲۱ ۳۲۲ ۳۲۳ ۳۲۴ ۳۲۵ ۳۲۶ ۳۲۷ ۳۲۸ ۳۲۹ ۳۳۰ ۳۳۱ ۳۳۲ ۳۳۳ ۳۳۴ ۳۳۵ ۳۳۶ ۳۳۷ ۳۳۸ ۳۳۹ ۳۴۰ ۳۴۱ ۳۴۲ ۳۴۳ ۳۴۴ ۳۴۵ ۳۴۶ ۳۴۷ ۳۴۸ ۳۴۹ ۳۵۰ ۳۵۱ ۳۵۲ ۳۵۳ ۳۵۴ ۳۵۵ ۳۵۶ ۳۵۷ ۳۵۸ ۳۵۹ ۳۶۰ ۳۶۱ ۳۶۲ ۳۶۳ ۳۶۴ ۳۶۵ ۳۶۶ ۳۶۷ ۳۶۸ ۳۶۹ ۳۷۰ ۳۷۱ ۳۷۲ ۳۷۳ ۳۷۴ ۳۷۵ ۳۷۶ ۳۷۷ ۳۷۸ ۳۷۹ ۳۸۰ ۳۸۱ ۳۸۲ ۳۸۳ ۳۸۴ ۳۸۵ ۳۸۶ ۳۸۷ ۳۸۸ ۳۸۹ ۳۹۰ ۳۹۱ ۳۹۲ ۳۹۳ ۳۹۴ ۳۹۵ ۳۹۶ ۳۹۷ ۳۹۸ ۳۹۹ ۴۰۰ ۴۰۱ ۴۰۲ ۴۰۳ ۴۰۴ ۴۰۵ ۴۰۶ ۴۰۷ ۴۰۸ ۴۰۹ ۴۱۰ ۴۱۱ ۴۱۲ ۴۱۳ ۴۱۴ ۴۱۵ ۴۱۶ ۴۱۷ ۴۱۸ ۴۱۹ ۴۲۰ ۴۲۱ ۴۲۲ ۴۲۳ ۴۲۴ ۴۲۵ ۴۲۶ ۴۲۷ ۴۲۸ ۴۲۹ ۴۳۰ ۴۳۱ ۴۳۲ ۴۳۳ ۴۳۴ ۴۳۵ ۴۳۶ ۴۳۷ ۴۳۸ ۴۳۹ ۴۴۰ ۴۴۱ ۴۴۲ ۴۴۳ ۴۴۴ ۴۴۵ ۴۴۶ ۴۴۷ ۴۴۸ ۴۴۹ ۴۵۰ ۴۵۱ ۴۵۲ ۴۵۳ ۴۵۴ ۴۵۵ ۴۵۶ ۴۵۷ ۴۵۸ ۴۵۹ ۴۶۰ ۴۶۱ ۴۶۲ ۴۶۳ ۴۶۴ ۴۶۵ ۴۶۶ ۴۶۷ ۴۶۸ ۴۶۹ ۴۷۰ ۴۷۱ ۴۷۲ ۴۷۳ ۴۷۴ ۴۷۵ ۴۷۶ ۴۷۷ ۴۷۸ ۴۷۹ ۴۸۰ ۴۸۱ ۴۸۲ ۴۸۳ ۴۸۴ ۴۸۵ ۴۸۶ ۴۸۷ ۴۸۸ ۴۸۹ ۴۹۰ ۴۹۱ ۴۹۲ ۴۹۳ ۴۹۴ ۴۹۵ ۴۹۶ ۴۹۷ ۴۹۸ ۴۹۹ ۵۰۰ ۵۰۱ ۵۰۲ ۵۰۳ ۵۰۴ ۵۰۵ ۵۰۶ ۵۰۷ ۵۰۸ ۵۰۹ ۵۱۰ ۵۱۱ ۵۱۲ ۵۱۳ ۵۱۴ ۵۱۵ ۵۱۶ ۵۱۷ ۵۱۸ ۵۱۹ ۵۲۰ ۵۲۱ ۵۲۲ ۵۲۳ ۵۲۴ ۵۲۵ ۵۲۶ ۵۲۷ ۵۲۸ ۵۲۹ ۵۳۰ ۵۳۱ ۵۳۲ ۵۳۳ ۵۳۴ ۵۳۵ ۵۳۶ ۵۳۷ ۵۳۸ ۵۳۹ ۵۴۰ ۵۴۱ ۵۴۲ ۵۴۳ ۵۴۴ ۵۴۵ ۵۴۶ ۵۴۷ ۵۴۸ ۵۴۹ ۵۵۰ ۵۵۱ ۵۵۲ ۵۵۳ ۵۵۴ ۵۵۵ ۵۵۶ ۵۵۷ ۵۵۸ ۵۵۹ ۵۶۰ ۵۶۱ ۵۶۲ ۵۶۳ ۵۶۴ ۵۶۵ ۵۶۶ ۵۶۷ ۵۶۸ ۵۶۹ ۵۷۰ ۵۷۱ ۵۷۲ ۵۷۳ ۵۷۴ ۵۷۵ ۵۷۶ ۵۷۷ ۵۷۸ ۵۷۹ ۵۸۰ ۵۸۱ ۵۸۲ ۵۸۳ ۵۸۴ ۵۸۵ ۵۸۶ ۵۸۷ ۵۸۸ ۵۸۹ ۵۹۰ ۵۹۱ ۵۹۲ ۵۹۳ ۵۹۴ ۵۹۵ ۵۹۶ ۵۹۷ ۵۹۸ ۵۹۹ ۶۰۰ ۶۰۱ ۶۰۲ ۶۰۳ ۶۰۴ ۶۰۵ ۶۰۶ ۶۰۷ ۶۰۸ ۶۰۹ ۶۱۰ ۶۱

عمودی خط ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۳۳، ۵۳۴، ۵۳۵، ۵۳۶، ۵۳۷، ۵۳۸، ۵

فاصلے $\frac{1}{m}, \frac{1}{n}$ اور $\frac{1}{m}, \frac{1}{n}$ کے مربعات لینے اور انکو بالترتیب $\frac{1}{m}, \frac{1}{n}$ پر تقسیم کرنے سے معلوم ہوگا کہ ہر صورت میں قریب قریب نتیجہ وہی ہے اسلئے معلوم ہوا کہ منحنی کے کسی نقطہ n کے لئے $\frac{1}{m}$ مستقل ہے یعنی $\frac{n}{m}$ مستقل ہے۔

اسلئے ن ل ایسے بدلتا ہے جیسے ل
لیکن یہ قطع مکانی کی بنیادی خاصیت ہے
اسلئے منحنی مذکور قطع مکانی ہے

اگر ہم گولی کو نالی کے کسی اور نقطہ ح سے چھوڑیں تو بھی یہی نتیجہ حاصل ہوگا۔ لیکن ابتدائی نقطہ ح کا مقام بدلنے سے شلجمی کی شکل میں تغیر واقع ہوگا۔

اگر منحنی تختہ کو اس طرح ترتیب دیا جائے کہ نالی کے

نقطہ ۱ پر گولی کی سمت متوازی الافق نہ ہو۔ تو بھی اسی طرح سے ہم ثابت کر سکتے ہیں کہ خواہ گولی کسی سمت میں کسی رفتار سے پھینکی گئی ہو اس کا طریق ہمیشہ قطع مکانی یا شبلیہی ہوگا۔

امثلہ نمبری ۱۹

- (۱) چاند پر کوئی کرہ ہوائی معلوم نہیں ہوتا اور چاند پر کی قوت جاذبہ مقدار میں جاذبہ زمین کی نسبت بقدر $\frac{1}{4}$ کے کم ہے، اگر چاند پر کے ایک قلعہ کی توپ سے ۱۶۰۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے گولہ نکلے۔ تو معلوم کرو کہ ملک کا کتنہ حصہ اس توپ کی زد میں ہوگا۔
- (۲) ایک ٹینس کا گیند ۸ فٹ کی بلندی سے پھینکا گیا ہے، یہ جال کو ایک ایسے نقطے پر مس کرتا ہے جس کی بلندی ۳ فٹ ۳ انچ ہے اور دوسری طرف جال سے ۲۱ فٹ کے فاصلہ پر جا کے پڑتا ہے، جال کے پائین سے گیند پھینکنے والے کا افقی فاصلہ ۳۹ فٹ ہے، ثابت کرو کہ گیند کی افقی رفتار ۱۷ فٹ فی ثانیہ ہے اور زاویہ رمی دریافت کرو۔
- (۳) ایک سطح مائل افق سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے اور اس کا طول ۶ فٹ ہے، ایک ذرہ سطح پر سیدھا

اوپر کی طرف ۱۶ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے پھینکا گیا ہے،
سطح کو چھوڑنے کے بعد ذرہ کا بڑے سے بڑا ارتفاع
معلوم کرو اور سطح کے پائین سے گزرنے والی افقی
سطح پر اس کا ٹپہ دریافت کرو۔

(۴) ایک گوبین سے ایک پتھر ایک افقی دائرہ میں
جس کا نصف قطر ۳ فٹ ہے اور جس کا ارتفاع زمین
سے ۶ فٹ ہے یکساں رفتار سے گھما کر پھینکا گیا ہے،
اگر گوبین دو سیکنڈ میں ۲۱ گردشیں کرے تو گوبین سے
چھٹنے کے بعد پتھر کا ٹپہ سطح زمین پر دریافت کرو۔
(۵) دو توپوں کے منہ ایک دوسرے کے عین سامنے
ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ۱۰۰ فٹ ہے، ایک کی
سمت کا زاویہ ارتفاع ۳۰° ہے اور دوسری کا زاویہ
انخفاض اتنا ہی ہے، اگر گولے توپوں سے بالترتیب
۱۱۰۰ اور ۹۰۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے نکلیں تو
معلوم کرو کہ وہ کب اور کس جگہ ایک دوسرے سے ملینگے۔
(۶) ایک شے نقطہ رمی میں سے گزرنے والی سطح افقی
میں واقع ہے، اگر زاویہ ارتفاع α کے ساتھ اس کا
نشانہ کیا جائے تو عری ۱ فٹ کم رہ جاتا ہے اور اگر
عری کا ارتفاع β ہو تو یہ β فٹ آگے چلا جاتا ہے،
ثابت کرو کہ اگر ہر صورت میں رفتار رمی ایک ہی ہو تو
صحیح ارتفاع $\frac{1}{2}$ جب $\frac{1}{2}$ جب $\beta + \beta + \beta$ ہوگا۔
 $\beta + \beta$

(۷) ایک پہاڑی افق سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے، اس پر سے ایک نقطہ سے ایک مری اوپر کی طرف اور دوسرا نیچے کی طرف اسی رفتار سے پھینکا گیا ہے اور زاویہ مری ہر صورت میں ۴۵° ہے، ثابت کرو کہ ایک مری کا ٹپہ دوسرے کے ٹپہ کا $\frac{3}{4}$ ہے۔

(۸) ایک سطح مائل پر کے ایک نقطہ سے ایک ذرہ ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے ۶۰° کا زاویہ بناتی ہے، اگر سطح پر کا ٹپہ اس فاصلہ کے مساوی ہو جو ایک دوسرا ذرہ محل سکون سے پہلے ذرہ کی مدت پرواز میں بلا تکلف گرنے سے طے کرے تو سطح کا میلان افق سے دریافت کرو۔

(۹) ایک سطح مائل پر کے ایک نقطہ سے دو جسم ایک ہی رفتار سے ایک ہی سطح عمودی میں پھینکے گئے ہیں اور انکی سمتیں ایک دوسرے سے زاویہ قائمہ بناتی ہیں، ثابت کرو کہ ان کے ٹپوں کا فرق مستقل ہے۔

(۱۰) ب فٹ بلند پہاڑی پر دشمن کے مقام کا زاویہ ارتفاع بہ ہے، ثابت کرو کہ اس پر گولہ باری کرنے کیلئے مری کی ابتدائی رفتار $\sqrt{2gb}$ (۱ + قم بہ) سے کم نہیں ہونی چاہیئے۔

(۱۱) ثابت کرو کہ نقطہ مری میں سے گزرنے والی ایک سطح مائل پر کا بڑے سے بڑا ٹپہ اس فاصلہ کے مساوی ہے

جو ذرہ اس پٹ کی مدت پرواز میں بلا تکلف گرنے سے
 طے کرے گا۔

(۱۲) ایک ذرہ ابتدائی رفتار \mathcal{M} سے پھینکا گیا ہے، اور
 نقطہ رمی میں سے گزرنے والی ایک سطح مائل کو زاویہ
 قائمہ پر آکر لگتا ہے، اگر سطح کا میلان افق سے β ہو
 تو ثابت کرو کہ نقطہ رمی میں سے گزرنے والی افقی
 سطح پر اُس نقطہ کی بلندی جہاں ذرہ سطح مائل سے جا کے

لگتا ہے، $\frac{\mathcal{M}^2}{g} \times \frac{1 + \text{جب } \beta}{1 + 3 \text{ جب } \beta}$ ہے اور مدت پرواز

$\frac{\mathcal{M}}{g} \times \frac{1 + \text{جب } \beta}{1 + 3 \text{ جب } \beta}$ ہے اور نقطہ رمی میں سے گزرنے والی
 افقی سطح پر ذرہ کا پڑ

$\frac{\mathcal{M}^2}{g} \times \frac{1 + \text{جب } \beta}{1 + 3 \text{ جب } \beta}$ ہے

(۱۳) ثابت کرو کہ ایک افقی سطح پر کی مدت پرواز میں
 جو ثانیوں کی تعداد ہے اسکے مربع کا چار گنا اُن فٹوں کی
 تعداد کے مساوی ہے جو خط رمی کے سب سے
 اونچے نقطے کی بلندی میں ہیں۔

(۱۴) ایک رمی کی بڑی سے بڑی بلندی نقطہ رمی
 میں سے گزرنے والی افقی سطح سے β ہے اور
 زاویہ رمی α ہے، اُن دو آئوں کا باہمی وقفہ دریافت

کرو۔ جن میں مری کی بلندی ب جب عہ ہو
(۱۵) ایک بندوق چلانے کے وقت ایک جسم ایک غبار
سے بلا تکلف گرنے کے لئے چھوڑا گیا ہے، معلوم کرو کہ
بندوق کی سمت کیا ہو کہ گولی جسم سے ٹکرائے۔ اگر غبار
کی بلندی ۲۲۰ گز ہو اور نقطہ رمی سے غبار کا ارتفاع
۳۰ ہو اور گولی کی رفتار رمی ۱۳۲۰ فٹ فی سیکنڈ ہو تو
جہاں گولی اور جسم ٹکراتے ہیں اس نقطہ کو معلوم کرو
(غبار ساکن ہے)۔

(۱۶) دو ذرے ایک ہی آن میں پھینکے گئے ہیں۔
ایک بزاویہ ارتفاع ۶۰° رفتار $\frac{1}{2}$ کے ساتھ اور
دوسرا ایک پکنی سطح مائل پر جو افق سے زاویہ ۳۰°
کا بناتی ہے رفتار $\frac{1}{2}$ کے ساتھ ثابت کرو کہ آن مذکور سے
 $\frac{1}{2}$ ثانیوں کے بعد ذرے بلحاظ ایک دوسرے کے
ساکن ہوں گے۔

(۱۷) ایک گاڑی کے اگلے اور پچھلے پہیوں کے نصف
قطر ۱ اور ۲ ہیں، اور ان کے دھروں کا درمیانی
فاصلہ ۵ ہے، مٹی کا ایک ذرہ پچھلے پہیے کے سب
سے اونچے نقطہ سے چھٹ کر اگلے پہیے کے سب
سے اونچے نقطہ پر آکر پڑتا ہے، ثابت کرو کہ گاڑی
کی رفتار

$$= \frac{(2+1)(1+2)}{2(1-2)} \text{ ج ہے}$$

(۱۸) اگر ۱۰ پونڈ بارود ۶۸ پونڈ کے ایک گولے میں ۱۶۰۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار پیدا کر سکے ، اور گولے کی توانائی بالقوہ بارود کی مقدار کے متناسب ہو۔ تو معلوم کرو کہ اسی گولے کو بار تفاع ۱۵' ، ۳۰۰۰ گز تک پھینکنے میں کتنی بارود درکار ہوگی ؟

(۱۹) ۲ پونڈ کی کمیت کا ایک جسم ۲۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے ، جو افق سے ۶۰° کا زاویہ بناتی ہے ۳ پونڈ کی کمیت کا ایک اور جسم اسی وقت اسی نقطہ سے ۴۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے بار تفاع ۳۰' پھینکا گیا ہے ، جس بلندی تک ان کا مشترک مرکز ثقل پہنچ سکتا ہے ، اس کو دو مرتبہ کے اعشاریہ تک دریافت کرو اور جہاں یہ مرکز ثقل نقطہ رمی میں سے گزرنے والی افقی سطح سے ملتا ہے ، اس نقطہ کا فاصلہ معلوم کرو۔

(۲۰) ایک ریل گاڑی ۴۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے

جا رہی ہے ، اس میں کا ایک مسافر ایک گیند کو عمودی سمت میں ۱۲ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے پھینکتا ہے ، گیند کے طریق کا وتر خاص معلوم کرو۔ اگر گیند اسی رفتار سے ۶۰° کے زاویہ پر (۱) گاڑی کی حرکت کی سمت میں (۲) متقابل سمت میں پھینکا جائے تو

ہر صورت میں وتر خاص دریافت کرو۔

(۲۱) جو وقت ایک ذرہ کو خط مری کے وتر خاص کے کسی ایک سرے تک پہنچنے میں لگتا ہے اُسے دریافت کرو۔

(۲۲) ایک ذرہ اسطرح پھینکا گیا ہے کہ وہ ایک پتلی چھوٹی مستقیم تلی کے ایک سرے سے داخل ہو کر دوسرے سرے سے نکل جاتا ہے ، تلی کا زاویہ میلان ۴۵° ہے ، ثابت کرو کہ تلی میں داخل ہونے سے پہلے ذرہ کا جو طریق ہے اُس کے وتر خاص اور اُس طریق کے وتر خاص کا باہمی فرق جو تلی سے خارج ہونے کے بعد پیدا ہوتا ہے ، تلی کے طول کا $\frac{1}{2}$ گنا ہے۔

(۲۳) ایک ذرہ ۱۰۰ فٹ بلند برج کی چوٹی سے افقی سمت میں پھینکا گیا ہے ، اور اُس کے طریق کا ماسکہ اُس افقی سطح میں واقع ہے جو برج کے پائین میں سے گزرتی ہے ، رفتار مری دریافت کرو۔

(۲۴) ایک ذرہ ابتدائی رفتار $\frac{1}{2}$ ج سے پھینکا گیا ہے ، اور وہ یکساں بلندی کی دو دیواروں پر سے عین گزر جاتا ہے ، ہر ایک دیوار کی بلندی ۱ ہے اور ان کا باہمی فاصلہ $\frac{1}{2}$ ہے ، ثابت کرو کہ طریق کا وتر خاص $\frac{1}{2}$ ہے اور دیواروں پر سے گزرنیکا وقت $\frac{1}{2}$ ج ہے۔

(۲۵) ثابت کرو کہ ان سب خطوط رمی کے ماسکوں کا طریق (مقام) جو دو نقاط معلومہ میں سے گذرتے ہیں قطعاً آزاد (ہزولی) ہے۔

(۲۶) اگر ایک رمی کو اپنے طریق کے نقطہ ن پر پہنچنے میں وقت ت صرف ہو، اور ن سے اس افقی سطح تک جانے میں جو نقطہ رمی میں سے گزرتی ہے وقت ت' لگے تو ثابت کرو کہ نقطہ ن کی بلندی افقی سطح سے $\frac{1}{2} ج ت ت'$ ہے۔

(۲۷) اگر شلیبی طریق کے کسی نقطہ پر ایک ذرہ کی رفتار v ہو اور اس کی سمت حرکت کا میلان افق سے θ ہو تو ثابت کرو کہ وقت $\frac{v}{g \sin \theta}$ کے بعد ذرہ کی سمت حرکت پہلی سمت سے زاویہ قائمہ بنائے گی۔



باب ہشتم

لچکدار جسموں کا تصادم

(۱۱۶) اگر ایک کلچ کی گولی ایک شخص کے ہاتھ سے سنگ مرمر کے فرش پر گرے تو وہ اچھی خاصی دور یعنی تقریباً اس کے ہاتھ تک اچھلتی ہے۔ اگر وہی گولی لکڑی کے فرش پر گرے تو بہت کم دور اچھلتی ہے۔

اگر ہم دو گولے لیں ایک کلچ کا اور دوسرا ہاتھی دانت کا بلیڈ کھیلنے کا گولہ اور دونوں گولوں کو ایک ہی بلندی سے فرش پر گرائیں تو دونو اچھل کر مختلف بلندیوں تک جائیں گے۔

اگر ہم سیسے کی گولی اسی بلندی سے اسی فرش پر گرائیں تو وہ کلچ اور ہاتھی دانت کے گولوں سے بہت کم اچھلے گی

جس وقت یہ جسم فرش پر پہنچتے ہیں اس وقت ان

سب کی رفتاریں تو ایک ہی ہوتی ہیں۔ لیکن چونکہ وہ اچھل کر مختلف بلندیوں تک جاتے ہیں اس لئے جس وقت یہ جسم فرش سے ٹکرا کر اوپر کو جانا شروع کرتے ہیں اس وقت ان کی رفتاریں مختلف ہوں گی۔ جسموں کی یہ خاصیت جس کی وجہ سے فرش سے ٹکرانے کے بعد ان کی رفتاریں مختلف ہوتی ہیں ان کی لچک کہلاتی ہے۔

اس باب میں ہم لچکدار جسموں کے تصادم کی آسان صورتوں پر غور کریں گے یعنی ہم صرف ایسی صورتوں پر غور کریں گے جہاں ذرے ذروں سے یا سطحوں سے ٹکرائیں یا چکنے یکذات کرے چکنی سطحوں یا چکنے کروں سے ٹکرائیں۔

۱۱۶۔ تعریف۔ دو جسموں کی ٹکر یا تصادم اس صورت میں سیدھی ٹکر یا تصادم کہلاتی ہے جب ان کی حرکت کی سمت ان کے نقطہ تماس پر کے عمود مشترک کی سیدھی میں ہو۔ اس صورت میں ان کی ٹکر کو سیدھی ٹکر یا تصادم کہیں گے۔ اس صورت میں کہتے ہیں جب ان میں سے ایک کی یا دونوں کی حرکت کی سمت ان کے نقطہ تماس پر کے مشترک عمود کی سیدھی میں نہ ہو۔ اس مشترک عمود کی سمت کو خط تصادم کہتے ہیں۔

علم حرکت ۲۶۷ باب ہشتم
 دو کروں کی صورت میں ان کے مرکوزوں کا خط وصل
 ان کا عماد مشترک ہے۔

۱۱۸۔ نیوٹن کا تجربی قانون۔ نیوٹن نے بذریعہ

تجربہ معلوم کیا کہ اگر دو جسم سیدھے ٹکرائیں تو ٹکر سے
 پہلے کی اضافی رفتار اور ٹکر کے بعد کی اضافی رفتار
 دونوں کی نسبت ایک مقدار مستقل ہوتی ہے اور
 دو ٹوک کی سمتیں ایک دوسرے کے متقابل ہوتی ہیں۔

(دفعہ ۱۵۱ میں اس تجربہ کا بیان ہے)
 اگر جسموں کی ٹکر ٹیڑھی ہو تو اگر ٹکر سے پہلے اور ٹکر
 کے بعد عماد مشترک کی سمت میں ان کی اضافی رفتاروں
 کے جزء تحلیلی لئے جائیں تو ان تحلیلی جزوں کی نسبت
 ایک مقدار مستقل رہے گی اور یہ جزء متقابل سمتوں میں
 ہوں گے۔

اس مستقل نسبت کا انحصار جسموں کے مادوں کی قسموں
 پر ہے ان کے مادوں کی مقداروں پر نہیں ہے۔
 اس کول سے تعبیر کرتے ہیں اور یہ لچک کی قدر
 کہلاتی ہے۔

اگر ٹکر سے پہلے دو جسموں کی رفتاروں کے اجزاء
 تحلیلی ان کے مشترک عماد کی سمت میں (دیکھو شکل دفعہ ۱۲۲)
 ب اور ب' ہوں اور ٹکر کے بعد رفتاروں کے اجزاء

عماد کی سمت میں ناپی جاتی ہیں۔
 دفعہ ۱۲۲ کی مثال میں بائیں ہاتھ کا کرہ دہنے ہاتھ کے
 کرے سے ٹکراتا ہے اور رفتار تقارب ب۔ ب ہے۔
 ٹکڑے سے بعد دہنے ہاتھ کا کرہ دوسرے سے علیحدہ
 ہوتا ہے اور رفتار تباعد ر۔ ر ہے تو اس قانون
 کے دوسرے بیان دعوے کے بموجب
 ر۔ ر = ل (ب۔ ب)

یہ بعینہ مساوات (۱) ہے
مختلف جسموں کی صورت میں ل کی قیمتوں میں بہت
اختلاف ہوتا ہے۔ کلنچ کی گولیوں کی صورت میں ل
۱۹۴ ہے۔ ہاتھی دانت کی گولیوں کی حالت میں ل
۸۱ ہے۔ کاک کی گولیوں کے لئے ل ۶۵ ہے۔
ڈھلے ہوئے لوہے کی گولیوں کے لئے ۶۶ اور سیسے
کی گولیوں کے لئے ۲۰۔ اور اگر ایک گولی سیسے کی ہو
اور دوسری لوہے کی تو ل کی قیمت ۱۳ ہوگی۔
جن جسموں کی صورت میں لچک کی قدر صفر ہو

وہ بے لچک کہلاتے ہیں۔ اور جن جسموں کے لئے لچک کی قدر ایک ہے وہ کامل طور پر لچکدار کہلاتے ہیں۔ لیکن اس عالم میں غالباً ایسے جسم نہیں ہیں جو بالکل بے لچک ہوں یا کامل طور پر لچکدار ہوں۔ ان جسموں کی تقریبی مثالیں موجود ہیں مثلاً پٹین اور گندھا ہوا آٹا تقریباً بے لچک ہیں اور کلچ کی گولیوں میں تقریباً کامل لچک ہوتی ہے۔

زیادہ احتیاط سے تجربے کرنے سے یہ ثابت ہوا ہے کہ ٹکر سے پہلے اور ٹکر کے بعد کی اضافی رفتاروں کی نسبت ایک بالکل مستقل مقدار نہیں ہے۔ بلکہ جب جسموں کی رفتار تقارب بہت زیادہ ہوتی ہے تو اس میں بہت خفیف سی کمی ہوتی ہے۔ بہر حال یہ قانون تقریبی ہے بالکل صحیح نہیں ہے۔

۱۱۹۔ خط تصادم کی عمودی سمت میں دو چکنے جسموں کی حرکت۔

جب دو چکنے جسم ٹکراتے ہیں تو ان کے درمیان تماسی عمل بالکل نہیں ہوتا۔ یعنی جو زور ان کے درمیان ایک دوسرے پر پڑتا ہے وہ صرف عماد مشترک کی سمت میں ہوتا ہے یعنی اس خط کی سمت میں جو نقطہ تماس پر دونوں سطحوں پر عمود ہے۔ لہذا اس مشترک عماد کی عمودی سمت میں کوئی قوت عمل نہیں

کرتی اس لئے اس سمت میں رفتار کی تبدیلی بھی نہیں ہوتی۔

اس لئے ہر ایک جسم کی رفتار کا جزء تحلیلی مشترک عماد کی عمودی سمت میں ٹکڑے نہیں بدلتا۔

۱۲۰۔ خط تصادم کی سمت میں دو جسموں کی حرکت۔
دفعہ ۸۶ میں ہمیں معلوم ہو چکا ہے کہ جب دو جسم ٹکراتے ہیں تو ان کی حرکت کے معیاروں کا مجموعہ خط تصادم کی سمت میں ٹکڑے پہلے اور ٹکڑے بعد ایک ہی رہتا ہے۔

اس اصول اور دفعہ ۱۱۹ کے اصول کے ذریعہ اور نیوٹن کے تجربی قانون کی امداد سے ہم ذروں اور چکنے کروں کی حرکت کی وہ تبدیلی معلوم کر سکتے ہیں جو تصادم کی وجہ سے پیدا ہو۔

۱۲۱۔ ایک ثابت سطح سے ٹکڑے۔ ایک چکنا کرہ یا

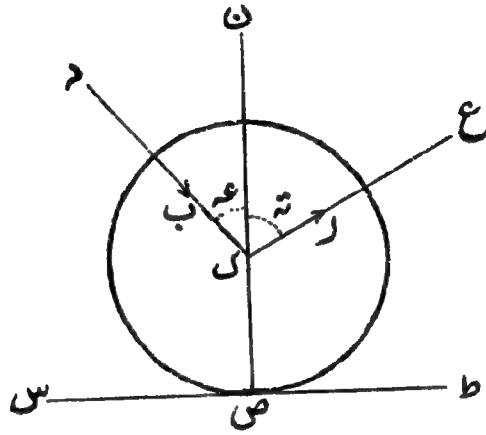
ذرہ جس کی کمیت m ہے اور جس کی چک کی قدر l ہے ایک ثابت سطح سے ٹیڑھا ٹکراتا ہے۔ اس کی رفتار کی تبدیلی معلوم کرو۔

فرض کرو کہ سطح ثابت xy ط ہے اور z دو نقطہ ہے جہاں کرہ ٹکراتا ہے۔ اور z ن نقطہ xy پر سطح پر عماد ہے یعنی z ن کرے کے مرکز k میں سے

علم حرکت
گذرتا ہے۔

۲۶۱

باب ہفتم



فرض کرو کہ ٹکڑے سے پہلے اور ٹکڑے کے بعد کرے کی حرکت
کی سمتیں دکھ کر اور ک ع میں فرض کرو کہ زاوے
د ک ن اور ن ک ع، عم اور تہ ہیں۔
اور فرض کرو کہ کرے کی رفتار ٹکڑے سے پہلے ب ہے
اور ٹکڑے کے بعد ل ہے جیسا کہ شکل میں دکھلایا گیا
ہے۔

چونکہ سطح چکنی ہے اس لئے سطح کے متوازی کوئی
قوت عمل نہیں کرتی۔ اس لئے کرے کی رفتار کا جز
تحلیلی سطح کے متوازی بالکل نہیں بدلتا۔

∴ رجب تہ = ب جب عم (۱)

نیوٹن کے تجربی قانون سے عماد سطح کی سمت میں
رفتار تباعد اسی سمت میں رفتار تقارب کا لگنا ہے

اس لئے رجم تہ = ۰ = ل (باجم عہ - ۰)
 رجم تہ = ل باجم عہ (۲)
 (۱) اور (۲) سے مربے لیکر جمع کرنے سے

$$ر = ب + اجباً عہ + ل باجم عہ$$

اور عمل تقسیم سے
 مم تہ = ل مم عہ
 ان دو مساواتوں سے ٹکر کے بعد کی رفتار اور سمت
 حرکت معلوم ہوتی ہے۔
 ٹکر کی قوت کا جو صدمہ سطح پر ہے۔ اس کے مساوی
 اور متقابل صدمہ کرے پر ہے۔ اور اس کی مقدار
 کرے کے معیار حرکت کی تبدیلی ہے جو سطح کی عمودی
 سمت میں پیدا ہوئی۔
 اس لئے ٹکر کا صدمہ = مم باجم عہ + مم رجم تہ
 = مم (ل + ۱) باجم عہ

نتیجہ صریح (۱)۔ اگر ٹکر سیدھی ہو تو عہ = ۰۔

تہ = ۰۔ اور ر = ل ب
 پس اگر ایک کرہ ایک سطح سے سیدھا ٹکرائے تو اسکی
 حرکت بالکل متقابل سمت میں ہو جاتی ہے اور اسکی
 رفتار ل : ۱ کی نسبت میں کم ہو جاتی ہے۔

علم حرکت ۲۷۳ باب ہشتم

نتیجہ صریح (۲) - اگر لچک کی قدر ایک ہو تو $t = ۰$ عہ اور $r = ۰$ ب

یعنی جب کرہ کی لچک کامل ہو تو زاویہ وقوع اور زاویہ انعکاس مساوی ہوتے ہیں اور رفتار مقدار میں نہیں بدلتی۔

نتیجہ صریح (۳) اگر لچک کی قدر صفر ہو تو $t = ۰$ عہ اور $r = ۰$ ب جب عہ

پس اگر کرہ بالکل بے لچک ہو تو سطح سے ٹکرانے کے بعد سطح پر حرکت کرے گا اور اس کی رفتار کا جزء تحلیلی سطح کے متوازی نہیں بدلیگا

مثال - ایک گولی ۱۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتی ہوئی ایک ثابت چکنی سطح سے ۴۵° کے زاویہ پر ٹکراتی ہے۔ اگر لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ٹکر ہونے کے بعد گولی کی رفتار اور سمت حرکت معلوم کرو۔

فرض کرو کہ ٹکر کے بعد گولی کی رفتار r سطح سے زاویہ θ بنا تی ہے۔

ٹکر سے پہلے رفتار کے اجزاء تحلیلی سطح کے متوازی اور سطح کی عمودی سمت میں $۱۰ \times \frac{1}{2}$ اور $۱۰ \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ یعنی ۵ اور ۵ ہیں۔

ٹکر کے بعد رفتار کے اجزاء تحلیلی انہی دو سمتوں میں رجم t اور r جب $t = ۰$ ہیں۔

اس لئے رجم تہ = ۲۷۵
 اور رجب تہ = ۲۷۵ × ۲ = ۵۵۰
 لہذا مربعے کر جمع کرنے سے
 $۹۵۰۶ = ۸۲۷ = ۲۸۲$

نیز عمل تقسیم سے

مس تہ = $\frac{۵۵۰}{۲۸۲}$

طبعی ماسوں کے جدول سے تہ = ۳۸° ۴۰' تقریباً
 پس ٹکڑے کے بعد گولی ۹۵۰۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے
 سطح سے ۳۸° ۴۰' کا زاویہ بناتی ہوئی حرکت کرتی ہے۔

امثلہ نمبری (۲۰)

(۱) کلچ کی ایک گولی ۹ فٹ کی بلندی سے ایک
 افقی فرش پر گرتی ہے۔ اگر لچک کی قدر ۹ ہو تو
 دریافت کرو کہ فرش سے ٹکڑا کر وہ کہاں تک اوپر
 جائے گی؟

(۲) ہاتھی دانت کی ایک گولی ۲۵ فٹ کی بلندی سے
 ایک افقی پتھر پر گرتی ہے اور پتھر سے ٹکرانے کے
 بعد اچھل کر ۱۶ فٹ اوپر کو جاتی ہے۔ ثابت کرو کہ
 پتھر اور گولی کے درمیان لچک کی قدر ۱۸ ہے۔

(۳) ایک وزنی لچکدار گولی ایک مکرے کی چھت سے
 گرتی ہے اور فرش سے دو دفعہ اچھل کر چھت کی نصف

بلندی تک پہنچتی ہے۔ ثابت کرو کہ لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہے۔

(۴) ایک کمرے کے فرش کے ایک نقطے سے جو ایک دیوار کے پایہ میں ہے ایک گولی اس طرح چلائی جاتی ہے کہ وہ مقابل کی دیوار سے ٹکرا کر اسی نقطے پر واپس آجاتی ہے جہاں سے وہ چلی تھی۔ اگر لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ثابت کرو کہ گولی کو جانے میں جس قدر وقت لگتا ہے اس سے نصف واپس آنے میں صرف ہوتا ہے۔

(۵) ایک کمرے کے ایک نقطے سے ایک گیند $32/32$ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے اوپر وار پھینکا جاتا ہے۔ اگر کمرے کی بلندی ۱۶ فٹ ہو اور چھت اور گیند کے درمیان اور فرش اور گیند کے درمیان لچک کی قدر ایک ہی ہو اور $\frac{1}{2}$ کے مساوی ہو تو ثابت کرو کہ گیند پہلے چھت سے ٹکرا کر اور پھر فرش سے ٹکرا کر عین چھت تک پہنچ جائے گا۔

(۶) ایک گولی ۸ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتی ہوئی ایک چکنی سطح سے ۳۰ فٹ کے زاویہ پر ٹکراتی ہے۔ ٹکر کے بعد اس کی رفتار اور سمت حرکت معلوم کرو۔ لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہے۔

(۷) ایک کرہ ۵ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا ایک چکنی سطح سے ٹکراتا ہے۔ اس کی حرکت کی سمت

سطح سے زاویہ جب $\frac{3}{5}$ ($= 36^\circ 52'$) بناتی ہے۔ ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد اس کی رفتار $2\sqrt{5}$ ($= 4.472$) فی ثانیہ ہے اور سطح سے زاویہ $\frac{1}{2}$ ($= 26^\circ 34'$) بناتی ہے۔ لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہے۔

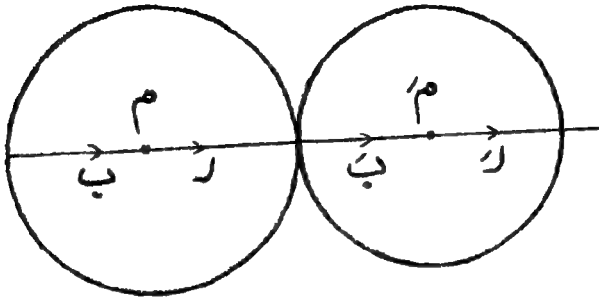
(۸) ایک گولی ۱۶ فٹ کی بلندی سے ایک سطح پر گرتی ہے جس کا میلان افق سے (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° ہے۔ تینوں صورتوں میں ٹکر کے بعد رفتار اور سمت حرکت دریافت کرو۔ لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہے۔

۱۲۲۔ دو کروں کی سیدھی ٹکر۔ کمیت م کا

ایک چکنا کرہ رفتار ب سے حرکت ہوا، کمیت م کے ایک دوسرے چکنے کرے سے جو اسی سمت میں رفتار ب سے حرکت کرتا ہے، سیدھا ٹکراتا ہے۔ اگر لچک کی قدر ۱ ہو تو ٹکر کے بعد کروں کی رفتاریں معلوم کرو۔ فرض کرو کہ ٹکر کے بعد کروں کی رفتاریں ر اور ر' ہیں۔ چونکہ رفتار تقارب (ب - ب') ہے اور رفتار تباعد (ر - ر') ہے اس لئے نیوٹن کے تجربی قانون کے

بموجب

$$ر - ر' = ل (ب - ب') \dots (۱)$$



چونکہ دوران تصادم میں جسموں پر صرف ایک ہی قوت عمل کرتی ہے یعنی مرکزوں کے خط وصل کی سمت میں چوٹ۔ اس لئے بموجب دفعہ ۱۲۰ دونوں کی حرکت کے معیار کا مجموعہ نہیں بدلتا۔

پس $م ر + م ر = م ب + م ب \dots (۲)$
 (۱) کو $م$ سے ضرب دیکر (۲) سے تفریق کرنے سے
 $(م + م) ر = (م - ل م) ب + م (ل + ۱) ب$
 (۱) کو $م$ سے ضرب دیکر (۲) میں جمع کرنے سے

$(م + م) ر = م (ل + ۱) ب + (م - ل م) ب$
 ان دو مساواتوں سے ٹکر کے بعد کی رفتاریں حاصل ہوتی ہیں اگر دوسرے کرے کی سمت حرکت پہلے کی سمت حرکت کے متقابل ہو تو ہمیں $ب$ کی علامت بدلتی چاہیے۔

نیز کرہ $م$ پر چوٹ کا صدمہ

= اس کے معیار حرکت کی تبدیلی

$$= م (ب - ر) = \frac{م م}{م + م} (ا + ل) (ب - ب)$$

دوسرے کرے پر صدمہ اس کے مساوی اور متقابل ہے۔

نتیجہ صحیح - اگر $م = م$ اور $ل = ا$
تو $ر = ب$ اور $ل = ب$

پس اگر دو مساوی کرے جن کی لچک کامل ہو آپس میں سیدھے ٹکرائیں تو ان کی رفتاروں کا باہمی تبادلہ ہو جاتا ہے۔

۱۲۳۔ مثال (۱) ایک گولہ جس کی کمیت ۱۰ پونڈ ہے ۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے اسکے پیچھے اسی سمت میں ایک اور گولہ جس کی کمیت ۸ پونڈ ہے ۳ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا آتا ہے اور پہلے گولے سے ٹکراتا ہے۔ اگر $ل = ۱$ تو ٹکرنے کے بعد گولوں کی رفتاریں معلوم کرو۔

فرض کرو کہ مطلوبہ رفتاریں $ر$ اور $ل$ ہیں
چونکہ مجموعی معیار حرکت نہیں بدلتا

$$۵۲ = ۲ \times ۱۰ + ۳ \times ۸ = ۲ر + ۲۴$$

نیوٹن کے قانون سے

$$۱ - ۲ = ۲ - ۳ \quad \frac{۱}{۲} = ۲ - ۳$$

ان مساواتوں کو حل کرنے سے

$$ر = \frac{۱}{۲} \text{ اور } ل = \frac{۱}{۳} \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

علم حرکت ۲۷۹ باب ششم

مثال (۲) اگر مثال (۱) میں گولوں کی حرکت کی سمتیں ایک دوسرے کے مقابل ہوں تو ٹکڑے کے بعد کی رفتاریں معلوم کرو۔

اس سوال میں مساواتیں یہ ہونگی

$$۱۲ = ۲ \times ۱۰ - ۴ \times ۸ = ۲۰ + ۲۸$$

$$\text{اور } ۲ - ۱ = \frac{۱}{۲} (۲ + ۴) = ۳$$

کیونکہ ۲ - ۱ رفتار بتاعد ہے اور ۲ + ۴ رفتار تقارب ہے۔ ان مساواتوں کو حل کرنے سے

$$۲ = ۱، ۲ = ۲ \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

اس سے ظاہر ہے کہ ٹکڑے کے بعد دو نو گولے پیچھے ہٹے ہیں کیونکہ مثبت رفتار اس سمت میں فرض کی گئی ہے جس سمت میں ۸ پونڈ کا گولہ ٹکڑے سے پہلے حرکت کر رہا تھا۔

۱۲۴۔ دو گروں کی پیڑھی ٹکڑے - کمیت کا

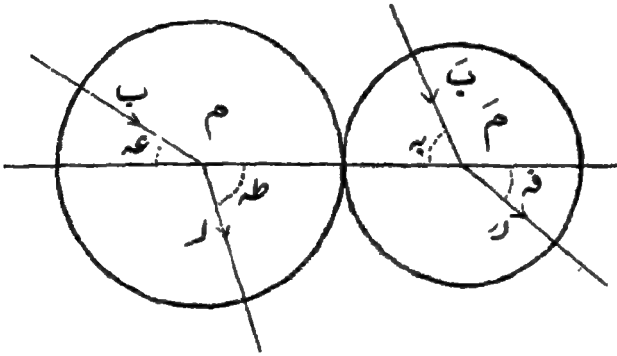
ایک چکنا کرہ رفتار ب سے حرکت کرتا ہوا ایک دوسرے چکنے کرے سے پیڑھا ٹکڑاتا ہے۔ دوسرے کرے کی کمیت م اور رفتار ب ہے۔ اگر ٹکڑے سے پہلے گروں کی حرکت کی سمتیں مرکزوں کے خط وصل سے بالترتیب زاوے عہ اور بہ بنائیں اور لچک کی قدر ل ہو تو ٹکڑے کے بعد رفتاریں اور حرکت کی سمتیں دریافت کرو۔ فرض کرو کہ گروں کی رفتاریں ٹکڑے کے بعد ل اور ل ہیں

اور وہ خط مرکزین سے بالترتیب زاوے طہ اور فہ بتاتی

ہیں۔ چونکہ کرے چکنے ہیں اس لئے ان کے خط مرکزین کی عمودی سمت میں کوئی قوت عمل نہیں کرتی۔ اسلئے اس سمت میں رفتاریں نہیں بدلتیں۔

پس رجب طہ = باجم عہ (۱)

رجب فہ = باجم بہ (۲)



چونکہ سمت عماد میں رفتار تقارب باجم عہ۔ باجم بہ ہے اور اس سمت میں رفتار بتاعد رجم فہ۔ رجم طہ ہے اس لئے بموجب قانون نیوٹن

رجم فہ - رجم طہ = ل (باجم عہ - باجم بہ) (۳)

نیز چونکہ دوران تصادم میں گروں پر صرف ایک قوت عمل کرتی ہے اور وہ خط مرکزین کی سمت میں ہے اس لئے اس سمت میں مجموعی معیار حرکت نہیں بدلتا۔

م رجم طہ + م رجم فہ = م باجم عہ + م باجم بہ (۴)

علم حرکت ۲۸۱ باب ششم

مساواتوں (۱)، (۲)، (۳)، (۴) سے مقادیر مجهول
ر، ر، طہ، فہ، معلوم ہو سکتی ہیں
(۳) کو م سے ضرب دیکر (۴) سے تفریق کرنے سے

$$\text{رجم طہ} = \frac{(م - ل م) \text{بجم عہ} + م(ل + ۱) \text{بجم بہ}}{م + م} \dots (۵)$$

اسی طرح (۳) کو م سے ضرب دیکر (۴) میں جمع کرنے سے

$$\text{رجم فہ} = \frac{م(ل + ۱) \text{بجم عہ} + (م - ل م) \text{بجم بہ}}{م + م} \dots (۶)$$

(۱) اور (۵) سے، مربے لیکر جمع کرنے سے ۲ اور تقسیم کرنے
سے مس طہ حاصل ہوگا۔

اسی طرح (۲) اور (۶) سے ۲ اور مس فہ حاصل
ہو گئے۔

پس حرکت پورے طور پر معلوم ہو گئی
پہلے کرے پر چوٹ کا صدرہ = اس کے معیار حرکت کی تبدیلی
= م (بجم عہ - رجم طہ)

$$= \frac{م م}{م + م} (ل + ۱) \text{بجم عہ} - \text{بجم بہ} \text{مختصر کرنے سے۔}$$

چوٹ کا صدرہ دوسرے کرے پر اس کے مساوی اور
متقابل ہے

نتیجہ صریح (۱) اگر $b = 0$ ۔ تو مساوات (۲) سے

فہ = ۰، اس لئے کرو m خط مرکزین کی سمت میں حرکت کرتا ہے۔ یہ نتیجہ اس کے بغیر بھی نکل سکتا ہے کیونکہ m پر صرف ایک ہی قوت عمل کرتی ہے اور وہ خط مرکزین کی سیدہ میں ہے۔

نتیجہ صریح (۲) اگر $m = m$ اور $l = 1$ تو $r = \text{جم طہ} = b$ جم بہ اور $r = \text{جم فہ} = b$ جم عہ پس اگر دو مساوی چکنے کرے جو مکمل طور پر لچکدار ہیں آپس میں ٹکرائیں تو خط مرکزین کی سمت میں ان کی رفتار کا باہمی تبادلہ ہو جاتا ہے۔

۱۲۵۔ مثال (۱) ۵ پونڈ کمیت کا ایک گولہ ۱۵ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا ۱۰ پونڈ کمیت کے ایک گولے سے ٹکراتا ہے۔ ۱۰ پونڈ کا گولہ ۵ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے۔ اگر ان کی رفتاریں متوازی ہوں اور بوقت تصادم خط مرکزین سے 30° کا زاویہ بنائیں تو ٹکڑے کے بعد کی حرکت معلوم کرو۔ لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہے۔

فرض کرو کہ ٹکڑے کے بعد رفتاریں r اور r' ہیں اور خط مرکزین سے زاویے طہ اور فہ بنائی ہیں۔ چونکہ خط مرکزین کی عمودی سمت میں رفتاریں نہیں

بدلتیں اس لئے

$$(۱) \dots\dots \frac{۱۵}{۴} = ۳۰ \text{ جب } ۱۵ = \text{رجب طہ}$$

$$(۲) \dots\dots \frac{۵}{۴} = ۳۰ \text{ جب } ۵ = \text{رجب فہ}$$

نیوٹن کے قانون سے

$$(۳) \dots\dots \frac{۳۶}{۴} ۵ = [۱۵ \text{ جیم } ۳۰ - ۵ \text{ جیم } ۳۰] \frac{۱}{۴} = \text{رجم طہ} - \text{رجم فہ}$$

چونکہ خط تضادم کی سمت میں معیار حرکت نہیں بدلتا

$$\therefore ۵ \text{ رجم طہ} + ۱۰ \text{ رجم فہ} = \frac{۳۶}{۴} \times ۱۵ \times ۵ + \frac{۳۶}{۴} \times ۵ \times ۱۰$$

$$\therefore \text{رجم طہ} + ۲ \text{ رجم فہ} = \frac{۳۶}{۴} ۲۵ \dots\dots\dots (۴)$$

(۳) اور (۴) کو حل کرنے سے

$$(۵) \dots\dots\dots \frac{۳۶}{۴} ۵ = \text{رجم طہ}$$

$$(۶) \dots\dots\dots \frac{۳۶}{۴} ۵ = \text{رجم فہ}$$

(۱) اور (۵) سے

$$۳۶۵ = ۳۶۶ \text{ فٹ فی ثانیہ تقریباً اور طہ} = ۹۰$$

(۲) اور (۶) سے

$$\frac{۳۶}{۴} = \frac{۵}{۴} = ۱۳۶ = ۹ \text{ فٹ فی ثانیہ تقریباً اور مس فہ} = \frac{۱}{۴} = \frac{۳۶}{۴}$$

اس لئے طبعی ماسوں کے جدول سے فہ = ۹۱۶

مثال (۲) دو پچکنے کرے جن میں سے ایک کی کمیت

دوسرے سے دوہنی ہے مساوی رفتاروں سے

متوازی متقابل سمتوں میں حرکت کرتے ہوئے آپس میں

نکراتے ہیں۔ ٹکڑے وقت ان کی حرکت کی سمتیں خط مرکزین سے ۲۰ کے زاوے بنتی ہیں۔ اگر ٹکڑے کی قدر ۱ ہو تو تصادم کے بعد رفتاریں اور حرکت کی سمتیں دریافت کرو۔

فرض کرو کہ گولوں کی کمیتیں م اور ۲ م میں اور تصادم کے بعد رفتاریں ۱ و ۲ رہیں اور خط مرکزین سے زاوے ۱ و ۲ بناتی ہیں اور فرض کرو کہ ٹکڑے سے پہلے ہر ایک کی رفتار ب ہے۔

چونکہ خط مرکزین کی عمودی سمت میں رفتاریں تینیں بدلتی ہیں

$$م رجب طہ = ب جی - ۲ = \frac{۱}{۲} \dots \dots (۱)$$

$$اور رجب قہ = ب جی - ۲ = \frac{۱}{۲} \dots \dots (۱)$$

چونکہ سمت عماد میں رفتار تقارب ب جی - ۲ + ب جی - ۲ ہے اور اسی سمت میں رفتار تباہد رجب قہ - رجب طہ ہے اس لئے یوٹن کے قانون کے ذریعہ

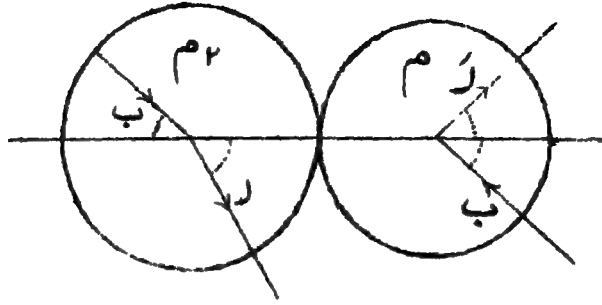
$$رجیم قہ - رجب طہ = ل [ب جی - ۲ + ب جی - ۲]$$

$$یعنی رجب قہ - رجب طہ = \frac{۱}{۲} ب \dots \dots (۳)$$

چونکہ خط مرکزین کی سمت میں معیار حرکت نہیں بدلتا

$$م رجب طہ + م رجب قہ = م ب جی - ۲ + م ب جی - ۲$$

$$۲ رجب طہ + رجب قہ = \frac{۱}{۲} ب \dots \dots (۴)$$



(۳) اور (۴) کو حل کرنے سے

لرجم طہ = ۰ اور لرجم فہ = $\frac{۱۰۰}{۳۰}$ ب

ان مساواتوں اور (۱) و (۲) سے

طہ = ۹۰ ، لر = $\frac{۱۰۰}{۳۰}$ ب ، فہ = ۳۰ ، لر = ب
پس تصادم کے بعد بڑا گولہ اپنی پہلی رفتار کے
نصف سے خط مرکزین کی عمودی سمت میں حرکت
کرنا شروع کرتا ہے اور چھوٹا گولہ اسی طرح حرکت
کرتا ہے جیسا کہ کامل طور پر لچکدار ہونے کی صورت
میں ایک ثابت سطح سے ٹکرا کر حرکت کرے۔

امثلہ نمبری (۲۱)

(۱) ۴ پونڈ کمیت کا ایک کرہ ۵ فٹ فی ثانیہ کی
رفتار سے حرکت کرتا ہوا ۳ پونڈ کمیت کے ایک

دوسرے کرے سے ٹکراتا ہے جو اسی سمت میں ۴ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے۔ اگر ٹکر سیدھی ہو اور لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو تصادم کے بعد کروں کی رفتار معلوم کرو۔

(۲) ۱۰ پونڈ کمیت کا ایک گولہ ۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے اور اسی سمت میں ۸ پونڈ کمیت کا ایک اور گولہ ۳ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے۔ اگر پہلا دوسرے سے سیدھا ٹکرائے اور لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ٹکر کے بعد کروں کی رفتاریں معلوم کرو۔

۳۔ ایک کرہ ۱۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا، ایک مساوی کرے سے جو ۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے متقابل سمت میں حرکت کر رہا ہے، ٹکراتا ہے۔ اگر لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ٹکر کے بعد رفتاریں معلوم کرو۔ (۴) اگر ایک گولہ اپنے سے دو گولے سے ٹکرائے جبکہ دونو ایک ہی سمت میں حرکت کر رہے ہوں اور چھوٹے کی رفتار بڑے کی رفتار سے سات گنا ہو اور اگر دونو کے درمیان لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ثابت کرو کہ چھوٹا گولہ بڑے گولے سے ٹکرانے کے بعد ساکن ہو جائے گا۔

(۵) اگر دو گولوں کی کمیتوں کی نسبت ۱:۲ ہو اور

ان کی رفتاروں کی نسبت ٹکر سے پہلے ۲:۱ ہو اور انکی رفتاریں ایک دوسرے کے متقابل ہوں اور لچک کی قدر $\frac{5}{4}$ ہو تو ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد ہر ایک گولہ کی رفتار اس کی پہلی رفتار کا $\frac{5}{4}$ ہوگی اور متقابل سمت میں ہوگی۔

(۶) ایک کرہ ایک دوسرے ساکن کرے سے سیدھا ٹکراتا ہے۔ اگر لچک کی قدر ۱ ہو تو ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد ان کی رفتاروں کی نسبت

$$۱ - ۱ : ۱ + ۱$$

(۷) کمیت کا ایک گولہ رفتار ب سے حرکت کرتا ہوا، ۱ کمیت کے ایک دوسرے گولے سے جو ۱ ب رفتار سے متقابل سمت میں حرکت کر رہا ہے، سیدھا ٹکراتا ہے۔ اگر لچک کی قدر ۱ ہو تو ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد دوسرے گولے کی رفتار وہی ہوگی جو ٹکر کے قبل پہلے گولے کی تھی۔

(۸) ۲ پونڈ کمیت کا ایک گولہ ایک پونڈ کمیت کے ساکن گولے سے سیدھا ٹکراتا ہے۔ اگر ٹکر سے پہلے بڑے گولے کی رفتار وہی ہو جو ٹکر کے بعد چھوٹے گولے کی ہے تو لچک کی قدر معلوم کرو۔

(۹) کمیت کا گولہ کمیت کے گولے سے سیدھا ٹکراتا ہے۔ کم کی رفتار ٹکر کے بعد اس کی پہلی رفتار کا

$\frac{۳}{۵}$ ہو جاتی ہے اور چلک کی قدر $\frac{۳}{۵}$ ہے۔ گولوں کی کمیتوں کی نسبت معلوم کرو اور ٹکر کے بعد انکی رفتاروں کا بھی مقابلہ کرو۔

(۱۰) تین کروں کی کمیتیں ۲ پونڈ ، ۶ پونڈ ، ۱۲ پونڈ ہیں اور ان کی رفتاریں بالترتیب ۱۲ فٹ ، ۴ فٹ ، ۲ فٹ فی ثانیہ ہیں۔ وہ تینوں ایک ہی سیدھ میں ترتیب بلا سے حرکت کرتے ہیں۔ اگر چلک کی قدر ایک ہو تو ثابت کرو کہ ان ٹکروں سے جو وقوع پذیر ہوں گی پہلے دو گولے ساکن ہو جائیں گے۔

(۱۱) ایک گولہ ۴ فٹ کی بلندی سے نیچے گرنے کو چھوڑ دیا جاتا ہے اور اسی وقت ایک مساوی گولہ زمین سے ۱۲۸ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے اوپر اور اس طرح پھینکا جاتا ہے کہ پہلے گولے سے سیدھا ٹکراتے اگر چلک کی قدر $\frac{۱}{۲}$ ہو تو دریافت کرو کہ ٹکر سے کتنی مدت کے بعد دونوں گولے زمین پر پہنچیں گے۔

(۱۲) ایک بے چلک کرہ ایک دوسرے ساکن کرے سے ٹکراتا ہے۔ دوسرے کرے کی کمیت پہلے کرے کی کمیت سے دوچند ہے اور ٹکر کی سمت خطا مرکبہن سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے۔ ثابت کرو کہ پہلے کرے کی سمت حرکت میں ۳۰° کی تبدیلی واقع ہوگی۔

(۱۳) دو مساوی گولے مساوی چالوں سے حرکت کرتے ہو

اس طرح ٹکراتے ہیں کہ بوقت تصادم ان کی حرکت کی سمتیں خط مرکزین سے ۳۰° اور ۶۰° کے زاوئے بناتی ہیں۔ اگر لچک کی قدر ایک ہو تو ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد وہ ایسی متوازی سمتوں میں حرکت کریں گے جو خط مرکزین سے ۴۵° کا زاویہ بناتی ہیں۔

(۱۴) دو مساوی گولے مساوی رفتاروں سے حرکت کرتے ہوئے ٹکراتے ہیں اگر ان کی حرکت کی سمتیں بوقت تصادم خط مرکزین سے ۳۰° اور ۶۰° کے زاوئے بنائیں اور لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد گولے متوازی سمتوں میں حرکت کرینگے اور ایک کی رفتار دوسرے کی رفتار سے دو چند ہوگی۔

(۱۵) دو مساوی گولے جن کی لچک کامل ہے اس طرح ٹکراتے ہیں کہ ان کی حرکت کی سمتیں ٹکر سے پہلے ایک دوسرے سے زاویہ قائمہ بناتی ہیں۔ ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد بھی ان کی حرکت کی سمتوں کے درمیان زاویہ قائمہ ہوگا۔

(۱۶) ایک کرہ رفتار ۳ ب سے حرکت کرتا ہوا ایک دوسرے مساوی کرے سے ٹکراتا ہے جو رفتار ۲ ب سے حرکت کر رہا ہے۔ ان کی حرکت کی سمتیں حرکت سے پہلے خط مرکزین سے بالترتیب ۳۰° اور ۶۰° کے زاوئے بناتی ہیں۔ اگر لچک کی قدر ایک ہو تو ثابت

علم حرکت ۲۹۰ باب ہشتم

کرو کہ ٹکڑے کے بعد ان کی حرکت کی سمتیں خط مرکزین سے ۶۰ اور ۳۰ کے زاوئے بنائیں گی۔

(۱۷) ایک کرہ جس کی کمیت ۵ م ہے اور جو رفتار ۱۳ ب سے حرکت کر رہا ہے ایک دوسرے کرے سے ٹکراتا ہے جس کی کمیت ۴ م ہے اور رفتار ۵ ب ہے۔ ان کی حرکت کی سمتیں خط مرکزین سے بالترتیب زاوئے جباً $\frac{5}{13}$ اور جباً $\frac{4}{13}$ بناتی ہیں۔ اگر لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ٹکڑے کے بعد ان کی رفتاریں اور حرکت کی سمتیں دریافت کرو۔

۱۲۶۔ دورانِ تصادم میں دو لچکدار جسموں کا تعامل۔

جب دو لچکدار جسم ٹکراتے ہیں تو مدتِ تصادم دو حصوں میں تقسیم کی جا سکتی ہے۔ پہلے حصے میں جسم ایک دوسرے کو دباتے ہیں اور پچک جاتے ہیں اور دوسرے حصے میں پھر اپنی اصلی شکل اختیار کرتے ہیں۔

جسموں کا پچکنا تجربہ سے اس طرح ثابت ہو سکتا ہے۔ ایک فرش پر رنگدار پوڈر بچھا دو پھر بلیڈ کھیلنے کا ایک گولہ اس فرش پر گراؤ۔ جس مقام پر گولہ فرش سے ٹکراتا ہے۔ وہاں سے پوڈر ہٹ جاتا ہے۔ لیکن پوڈر کے ہٹنے کی جگہ صرف ایک نقطہ نہیں ہوتا بلکہ ایک چھوٹا سا دائرہ ہوتا ہے۔ اس سے ظاہر ہے کہ دورانِ تصادم میں

علم حرکت ۲۹۱ باب ہشتم

ایک وقت ایسا تھا جبکہ گولے کا وہ حصہ جو فرش سے مس کرتا تھا ایک دائرہ تھا۔ اس سے صریحاً یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ گولہ اس وقت پچکا ہوا تھا اور اس کی شکل بگڑی ہوئی تھی۔ بعد میں وہ اپنی اصلی شکل پر آگیا۔

تجربہ سے یہ بھی معلوم ہوگا کہ اگر گولے کو زیادہ بلندی سے گرائیں تو چھوٹا دائرہ بڑا ہو جاتا ہے۔ زیادہ بلندی سے گرنے کی وجہ سے گولے کی رفتار زیادہ ہوگی۔ اس سے ظاہر ہے کہ ٹکڑے کے وقت اگر رفتار زیادہ ہے تو بلیڈ کے گولے کی شکل کا عارضی بگاڑ بھی زیادہ ہوگا۔

تصادم کا پہلا حصہ اس وقت تک رہتا ہے جبکہ ایک آن کے لئے دونو جسموں کی رفتار ایک ہو جاتی ہے۔ پھر ایسی قوتیں ظہور پذیر ہوتی ہیں جن کی وجہ سے جسم پھر اپنی اصلی شکل اختیار کرنے لگتے ہیں تصادم کے پہلے حصہ میں جسموں کے تعامل کو بچکنے کی قوت کہتے ہیں اور دوسرے حصہ میں تعامل پلٹنے کی قوت کہلاتا ہے۔

دوران تصادم میں دو جسموں کے درمیانی تعامل کی مقدار معلوم کرنے کا کوئی ذریعہ ہمارے پاس نہیں ہے۔ ہمیں صرف یہی معلوم ہے کہ اس میں بہت سی تبدیلی واقع

علم حرکت ۲۹۲ باب ہشتم

ہوتی ہے کیونکہ شروع میں اور اخیر میں یہہ تعامل صفر ہوتا ہے۔ اور دوران تصادم میں کسی آن میں اس کی قیمت بڑی بھی ضرور ہوتی ہے۔ لیکن نیوٹن کے تیسرے قانون کے بموجب ہر آن میں جو قوت ایک جسم پر عمل کرتی ہے اتنی ہی قوت متقابل سمت میں دوسرے جسم پر عمل کرتی ہے۔ اس لئے قوتوں کے صدمے جسموں پر لازماً مساوی ہوں گے لیکن سمتوں میں متقابل ہوں گے۔

۱۲۷۔ یہ آسانی سے ثابت ہو سکتا ہے کہ پچکنے اور پلٹنے کی قوتوں کی نسبت مقدار ل کے مساوی ہے جو پچک کی قدر کو تعبیر کرتی ہے۔

جیسا کہ دفعہ ۱۲۲ میں بیان ہوا فرض کرو کہ ایک کرہ دوسرے سے سیدھا ٹکراتا ہے۔ اور فرض کرو کہ ل، ب، ب، ر، ر، م، م، م حسب دفعہ ۱۲۲ مختلف مقداروں کو تعبیر کرتے ہیں۔

فرض کرو کہ پچک کے اختتام پر جسموں کی مشترکہ رفتار پ ہے تو پہلے کرے کے معیار حرکت کا نقصان = م (ب - پ)

اور دوسرے کرے کے معیار حرکت کا اضافہ = م (پ - ب) پس اگر پچکنے کی قوت کے صدمے کو ک سے تعبیر کریں تو

علم حرکت ۲۹۳ باب ہشتم

ک = م (ب - پ) = م (پ - ب)

$$\therefore \frac{ک}{م} + \frac{ک}{م} = \frac{ب - پ + پ - ب}{م} = \frac{ب - ب}{م} = ۰ \dots (۱)$$

پچکنے کے بعد کرے پلٹتے ہیں۔ پلٹنے میں پہلے کرے
نئے معیار حرکت کا نقصان = م (پ - ر)

اور دوسرے کرے کے معیار حرکت کا اضافہ = م (ر - پ)
پس اگر پلٹنے کی قوت کے صدمہ کو ٹ سے تعبیر کریں تو
ٹ = م (پ - ر) = م (ر - پ)

$$\therefore \frac{ٹ}{م} + \frac{ٹ}{م} = \frac{پ - ر + ر - پ}{م} = \frac{پ - پ}{م} = ۰ \dots (۲)$$

∴ (۱) اور (۲) سے

$$\frac{ٹ}{ک} = \frac{ر - پ}{ب - پ}$$

$$\text{یعنی پلٹنے کی قوت کا صدمہ} = \frac{\text{عماد کی سمت میں رفتار تباعد}}{\text{عماد کی سمت میں رفتار تقارب}} = \frac{ٹ}{ک}$$

∴ ٹ = ک

۱۲۸۔ تصادم سے توانائی بالفعل کا نقصان - دو کرے

جن کی کمیتیں اور رفتاریں معلوم ہیں ٹکراتے ہیں۔ ثابت کرو کہ توانائی
بالفعل کا نقصان ہوتا ہے اور اس نقصان کی مقدار بھی
معلوم کرو۔

علم حرکت ۲۹۴ باب ہشتم

اول - فرض کرو کہ ٹکر سیدھی ہے - دفعہ ۱۲۲ کا طریق کتابت استعمال کرنے سے

$$\text{م ر} + \text{م} = \text{ر} = \text{م ب} + \text{م} \text{ب} \dots\dots\dots (۱)$$

$$\text{ر} - \text{ر} = \text{ل} = (\text{ب} - \text{ب}) \dots\dots\dots (۲)$$

(۲) کے مرتبے کو م م سے ضرب دیکر (۱) کے مرتبے میں جمع کرنے سے

$$(\text{م} + \text{م م}) \text{ر} + (\text{م} + \text{م م}) \text{ر} = (\text{م ب} + \text{م} \text{ب}) + \text{ل} \text{م م} (\text{ب} - \text{ب})$$

یعنی (م + م) (م ر + م ر)

$$= (\text{م ب} + \text{م} \text{ب}) + \text{م م} (\text{ب} - \text{ب}) - (\text{ل} - \text{ل}) \text{م م} (\text{ب} - \text{ب})$$

$$= (\text{م} + \text{م}) (\text{م ب} + \text{م} \text{ب}) - (\text{ل} - \text{ل}) \text{م م} (\text{ب} - \text{ب})$$

$$\therefore \frac{1}{2} \text{م ر} + \frac{1}{2} \text{م ر} = \frac{1}{2} \text{م ب} + \frac{1}{2} \text{م ب} - \frac{1}{2} \text{ل} \text{م م} (\text{ب} - \text{ب})$$

پس ٹکر کے بعد توانائی بالفعل = ٹکر سے پہلے توانائی

$$\text{بالفعل} - \frac{1}{2} \text{ل} \text{م م} (\text{ب} - \text{ب})$$

$$\text{اس لئے توانائی بالفعل کا نقصان} = \frac{1}{2} \text{ل} \text{م م} (\text{ب} - \text{ب})$$

اور یہہ نقصان صفر نہیں ہو سکتا جب تک کہ ل ایک کے مساوی نہ ہو یعنی جب تک کہ جسم کامل طور پر پکدار نہ ہوں -

دوم - فرض کرو کہ ٹکر ٹیڑھی ہے - دفعہ ۱۲۲ کا

طریق کتابت استعمال کرنے سے حسب عمل صورت اول

$$\frac{۱}{۲} م ر جم طه + \frac{۱}{۲} م ر جم فہ = \frac{۱}{۲} م ب جم عه + \frac{۱}{۲} م ب جم به$$

$$- \frac{۱-۲}{۲} \frac{م م}{م+م} (ب جم عه - ب جم به) \dots (۳)$$

اور چونکہ ر جب طه = ب جب عه
اور ر جب فہ = ب جب به
اس لئے $\frac{۱}{۲} م ر جب طه + \frac{۱}{۲} م ر جب فہ = \frac{۱}{۲} م ب جب عه + \frac{۱}{۲} م ب جب به \dots (۴)$
(۳) اور (۴) کو جمع کرنے سے
ٹکر کے بعد توانائی بالفعل

= ٹکر سے پہلے توانائی بالفعل - $\frac{۱-۲}{۲} \frac{م م}{م+م} (ب جم عه - ب جم به)$

اس سے ظاہر ہے کہ اگر لچک کی قدر ایک نہ ہو تو ہر ایک ٹکر کی صورت میں توانائی بالفعل کا کچھ نقصان ضرور ہوتا ہے یا یوں کہو کہ توانائی بالفعل کے ایک حصہ کی صورت بدل جاتی ہے -

یہہ توانائی بالفعل جو دیکھنے میں ناپود ہو جاتی ہے صورت بدل کر سالمی توانائی بن جاتی ہے اور زیادہ تر حرارت کی شکل میں نمودار ہوتی ہے -

علم حرکت ۲۹۶ باب ہشتم

نتیجہ صریح - فرض کرو کہ مضروب شے ساکن ہے جیسے کہ ہتھوڑے کی چوٹ کیل پر پڑتی ہے - اس صورت میں $\text{ب} = ۰$ اور $\text{ل} = ۰$

اس لئے صورت اول کے نتیجہ کے ذریعہ

$$\text{نابود شدہ یا متبدلہ توانائی} = \frac{1}{2} \frac{\text{م}^2}{\text{م} + \text{م}'} \text{ب}$$

$$\text{چوٹ سے جلی توانائی کا نقصان} = \frac{1}{2} \frac{\text{م} \text{م}'}{\text{م} + \text{م}'} \text{ب} \div \frac{1}{2} \text{م} \text{ب}$$

$$= \frac{\text{م}}{\text{م} + \text{م}'}$$

اس آخری جملہ کی قیمت کم ہو جاتی ہے اگر م اور $\text{م}'$ کی نسبت زیادہ ہو جائے - یعنی ہتھوڑے کی کمیت کیل کی کمیت کے مقابلے میں جس قدر زیادہ ہوگی اسی قدر کم جلی توانائی کا نقصان ہوگا -

۱۲۹ - مثال (۱) ایک ذرہ بلندی Y سے ایک ثابت افقی سطح پر گرتا ہے - اگر ٹیک کی قدر L ہو تو ثابت کرو کہ اچھلنا موقوف ہونے تک مکمل فاصلہ جو ذرے نے طے

کیا وہ $\frac{L+1}{L-1} Y$ ہے اور کل وقت جو اس میں صرف

$$\text{ہوا وہ } \sqrt{\frac{L+1}{L-1} \times \frac{Y}{g}} \text{ ہے -}$$

علم حرکت ۲۹۷ باب ہشتم

فرض کرو کہ جب ذرہ پہلی دفعہ سطح سے ٹکراتا ہے اس کی رفتار ب ہے اس لئے ب^۲ = ۲ ج ی
بموجب دفعہ ۱۲۱ نتیجہ صبح (۱) ذرہ رفتار ل ب سے اچھلتا ہے۔ جب وہ دوسری دفعہ سطح سے ٹکراتا ہے اس کی رفتار ل ب ہوگی۔ دوسری دفعہ اچھلنے کے بعد رفتار ل^۲ ب ہوگی۔

اسی طرح تیسری، چوتھی..... دفعہ اچھلنے کے بعد رفتاریں ل^۳ ب، ل^۴ ب..... ہوں گی۔

پہلی، دوسری، تیسری،..... دفعہ اچھلنے کے بعد ذرہ جن بلندیوں تک پہنچتا ہے وہ یہ ہیں

$$\frac{ل^۲ ب^۲}{۲ ج} ، \frac{ل^۳ ب^۳}{۲ ج} ، \frac{ل^۴ ب^۴}{۲ ج} ،$$

یعنی ل^۲ ی، ل^۳ ی، ل^۴ ی.....
لہذا کل فاصلہ طے ہوا وہ

$$= ی + ۲(ل ی + ل^۲ ی + ل^۳ ی + لا انتہا)$$

$$= ی + ۲ ی \frac{ل^۲ - ۱}{ل - ۱} \quad \text{لا انتہا سلسلہ ہندسیہ جمع کرتے سے}$$

$$= ی \frac{ل^۲ + ۱}{ل - ۱}$$

اب وقت کا حساب لگاؤ

$$\left[\frac{۲ ی}{ج} \right] = \text{پہلی دفعہ گرنے میں جو وقت صرف ہوا وہ}$$

ٹکروں کے بعد اوپر جانے میں جو وقت صرف ہوتے ہیں وہ وہی ہیں جو بوجہ جاذبہ ارض، رفتاروں ل^۱ ب^۱، ل^۲ ب^۲، ل^۳ ب^۳، کے معدوم ہونے میں صرف ہوں گے۔

اس لئے یہ وقت یہہ ہیں

$$\frac{ل^۱ ب^۱}{ج}، \frac{ل^۲ ب^۲}{ج}، \frac{ل^۳ ب^۳}{ج}، \dots\dots\dots$$

یعنی ل^۱ $\left[\frac{ب^۱}{ج} \right]$ ، ل^۲ $\left[\frac{ب^۲}{ج} \right]$ ، ل^۳ $\left[\frac{ب^۳}{ج} \right]$ ،
لہذا کل وقت جو حرکت میں صرف ہوا وہ

$$= \left[\frac{ب^۱}{ج} + ۲ \left(\frac{ب^۲}{ج} \right) + (ل + ل + ل + \dots\dots\dots) \right] \text{ (انتہا)}$$

$$= \left[\frac{ب^۱}{ج} + ۲ + ۱ \right] \frac{ل}{ل-۱} = \frac{۱+۲+۱}{ل-۱} \frac{ب^۱}{ج}$$

اس سے ظاہر ہے کہ نظراً یہہ نتیجہ حاصل ہوا کہ ایک محدود وقت میں ٹکروں کی لا انتہا تعداد وقوع پذیر ہوتی ہے لیکن عملاً یہہ ہوتا ہے کہ چند بار اچھلنے کے بعد گولے کی رفتار معدوم ہو جاتی ہے۔ پہلی ٹکر کے بعد ذرہ جس بلندی تک جاتا ہے وہ ل^۱ ہی ہے یعنی جس بلندی سے گرا اس کا ل^۱ گن۔

$$ل^۱ = \frac{\text{اچھلنے کی بلندی}}{\text{گرنے کی بلندی}}$$

علم حرکت ۲۹۹ باب ہشتم

بذریعہ بالا کسی دے ہوئے گولے اور دے ہوئے فرش کی صورت میں ل کی قیمت تجربہ سے باسانی معلوم ہو سکتی ہے۔ کیونکہ اگر کسی موزوں بلندی سے گولہ گرایا جائے تو اسی طرح چند بار گرانے سے اچھلنے کی بلندی معلوم ہو جائے گی۔ تب ل کی قیمت خود بخود معلوم ہو گئی۔

مثال (۲) ایک چکنی افقی سطح کے ایک نقطہ سے ایک ذرہ رفتار ب سے افق سے زاویہ عہ بناتا ہوا پھینکا گیا ہے۔ اگر سطح اور ذرہ کے درمیان چمک کی قدر ل ہو تو ثابت کرو کہ اچھلنا سوون ہونے تک وہ

ذرہ فاصلہ $\frac{b^2}{2g}$ جب عہ طے کریگا۔

ابتدائی عمودی رفتار ب جب عہ ہے۔

حسب مثال بالا پہلی، دوسری، تیسری، بار اچھلنے کے بعد عمودی رفتاریں یہہ ہونگی

ل ب جب عہ، ل ب جب عہ، ل ب جب عہ، ...

اس لئے بموجب دفعہ ۱۰۵ پہلی اور دوسری ٹکر کے درمیان مدت

$\frac{2b}{g}$ جب عہ ہوگی

علم حرکت ۳۰۰ باب ہشتم

اسی طرح باقی خطوط مری کے اوقات یہہ ہونگے

$$\frac{۲ل'ب جب عہ}{ج} ، \frac{۲ل'ب جب عہ}{ج} ، \dots\dots\dots$$

اس لئے ذرے کا اچھلنا موقوف ہونے تک کل وقت جو صرف ہوگا وہ

$$= \frac{۲ل'ب جب عہ}{ج} + \frac{۲ل'ب جب عہ}{ج} + \frac{۲ل'ب جب عہ}{ج} + \dots\dots\dots \text{لا انتہا}$$

$$= \frac{۲ل'ب جب عہ}{ج} [۱ + ۱ + ۱ + \dots\dots\dots]$$

$$= \frac{۲ل'ب جب عہ}{ج} \frac{۱}{۱-۱}$$

اس مدت کے دوران میں افقی رفتار نہیں بدلتی اور ہمیشہ ب جسم عہ رہتی ہے پس افقی فاصلہ طے شدہ

$$= \frac{۲ل'ب جب عہ}{ج} \frac{۱}{۱-۱} \times \text{ب جسم عہ} = \frac{۲ل'ب جب عہ}{ج (۱-۱)}$$

جب ذرے کا اچھلنا بالکل بند ہو جاتا ہے تو اس وقت وہ سطح پر یکساں رفتار ب جسم عہ سے حرکت کرنے لگتا ہے۔

امثلہ نمبری (۲۲)

(۱) ایک پلکار ذرہ اس طرح پھینکا گیا ہے کہ ایک

عمودی دیوار سے ٹکرا کر پھر اسی مقام پر واپس آجاتا ہے جہاں سے پھینکا گیا تھا۔ اگر زاویہ رمی θ ہو اور جس وقت ذرہ نقطہ رمی پر واپس پہنچتا ہے اس وقت اگر اس کی حرکت کی سمت افقی سے زاویہ ϕ بنائے تو ثابت کرو کہ $\sin \theta = \sin \phi$ جہاں L لچک کی قدر ہے۔

(۲) اگر ایک لچکدار کرہ ۱۶ فٹ کی بلندی سے ایک ثابت افقی میز پر گرے تو ثابت کرو کہ $\theta = 8$ ثانیہ میں ۶۵ فٹ طے کر کے وہ ساکن ہو جائے گا (لچک کی قدر $\frac{4}{9}$ ہے)۔

(۳) ایک گولی ۴۸ فٹ کی بلندی سے ایک لچکدار افقی سطح پر گرتی ہے اگر لچک کی قدر $\frac{1}{16}$ ہو تو دریافت کرو کہ کتنا وقت گزرنے کے بعد اور کتنا فاصلہ طے کر کے گولی ساکن ہوگی؟

(۴) ایک ذرہ ایک افقی سطح کے ایک نقطے سے ۶۴۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے، افقی سے 30° کا زاویہ بنانے والی سمت میں، پھینکا گیا ہے۔

اگر لچک کی قدر $\frac{1}{16}$ ہو تو دریافت کرو کہ افقی سمت میں کتنا فاصلہ طے کرنے کے بعد ذرہ ساکن ہوگا اور اس میں کتنا وقت صرف ہوگا؟

(۵) ایک گولی سمت شاقولی میں ۲ ثانیہ گر کر ایک ایسی

علم حرکت ۳۰۲ باب ہشتم

سطح سے ٹکراتی ہے جس کا میلان افق سے ۳۰° ہے۔ اگر لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ثابت کرو کہ ۳ ثانیہ کے بعد گولی پھر سطح سے ٹکرائے گی۔

(۶) ایک گولی جس کی لچک کامل ہے ایک برج کی چوٹی سے گرتی ہے۔ جب یہ بلندی کے نصف تک گر چکتی ہے تو ایک چکنے استوار پتھر سے ٹکراتی ہے جو افق سے ۴۵° کا زاویہ بناتا ہوا باہر کو نکلا ہوا ہے دریافت کرو کہ گولی زمین پر کہاں جا کر لگیگی؟ (برج کی بلندی ہی ہے)۔

(۷) ایک گولی ایک چکنی افقی سطح پر ایک دیوار سے ایک گز کے فاصلے پر پڑی ہے۔ ایک اور مساوی گولی ایک گز فی ثانیہ کی رفتار سے دیوار کی عمودی سمت میں حرکت کرتی ہوئی پہلی گولی سے ٹکراتی ہے۔ اگر گولیوں کے درمیان اور دیوار اور گولیوں کے درمیان لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ثابت کرو کہ ۲، ۳، ۴ ثانیہ کے بعد گولیاں پھر ٹکرائیں گی۔ گولیوں کے قطر شمار کے قابل نہیں ہیں۔

(۸) دو مساوی گولیاں ۱ اور ۲ ایک چکنی افقی مدور تالی میں ایک قطر کے مقابل سروں پر پڑی ہیں۔ ۱ کو تالی میں حرکت دی جاتی ہے اور وقت ۱ کے بعد یہ گولی دوسری سے ٹکراتی ہے۔ ثابت کرو کہ

علم حرکت ۳۰۳ باب ہشتم

وقت $\frac{2}{3}$ کے بعد گولیاں پھر ٹکرائیں گی۔ ل لچک کی قدر ہے۔

(۹) دو چکنی گولیاں جن کے قطر مساوی ہیں اور کمیتیں ۱۰م اور ۱۱م ہیں ایک مدور نالی میں ایک ہی مقام پر پڑی ہیں۔ ان کو مساوی رفتاروں سے متقابل سمتوں میں حرکت دی جاتی ہے۔ اگر لچک کی قدر $\frac{1}{3}$ ہو تو دریافت کرو کہ دوسری ٹکر کہاں ہوگی؟

(۱۰) کمیت ۴م کا ایک کرہ کمیت ۵ن کے ساکن کرے سے ٹٹھا ٹکراتا ہے۔ اگر ۴م = ۵ن تو ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد حرکت کی سمتیں ایک دوسرے سے زاویہ قائمہ بنائیں گی۔ ل لچک کی قدر ہے۔

(۱۱) ایک کرہ ایک دوسرے ساکن کرے سے جسکی کمیت مساوی ہے ٹکراتا ہے۔ اگر ٹکر کے بعد حرکت کی سمتیں پہلے کرے کی پہلی سمت حرکت سے ۳۰° کے زاوے بنائیں تو ثابت کرو کہ لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہے۔

(۱۲) ایک گولہ ایک دوسرے مساوی گولے سے جو مساوی رفتار سے پہلے کی سمت حرکت کی عمودی سمت میں حرکت کرتا ہے، ٹکراتا ہے۔ بوقت تصادم خط مرکزین دوسرے گولے کی سمت حرکت سے زاویہ قائمہ بناتا ہے۔ اگر لچک کی قدر ۱ ہو تو ثابت کرو کہ دوسرے گولے کی سمت حرکت کی تبدیلی زاویہ مساوی $\frac{1}{2}$ کے

مساوی ہوگی۔

(۱۳) دو مساوی پکٹے کرے متوازی سطحوں میں مساوی رفتاروں سے حرکت کرتے ہوئے نکالتے ہیں۔ یعنی ان میں پہنچتے ہوئے ہے۔

اگر ان کی حرکت کی سمت کا میلان خط مرکزین سے مساوی ہو جہاں ان پکٹے کی قدر ہے تو ثابت کرو کہ ان کی حرکت کی سمتوں میں تبدیلی اقدار ایک زاویہ قائمہ کے ہوگی۔

(۱۴) دو مساوی کرے ایک مینر پر ایک دوسرے سے مس کرتے ہوئے پڑے ہیں ایک تیسرا کرہ دونوں سے ایک ساتھ ایک ہی وقت نکلتا ہے اور کرے بعد خود ساکن ہو جاتا ہے تو ثابت کرو کہ یہ کرے کی قدر ہے۔

(۱۵) پانچ گونے ایک خط مستقیم میں پڑے ہیں اور ان کی گیتیں سلسلہ ہندیہ میں ہیں جس کی نسبت ۲ ہے اور ان کی پکٹے کی قدر $\frac{1}{2}$ ہے۔ اگر پہلا گولہ دوسرے کی طرف رفتار ب سے حرکت دیا جائے تو ثابت کرو کہ یکے بعد دیگرے گرتے ہوئے سے پانچویں گولے کی رفتار $(\frac{1}{2})^2$ ب ہوگی۔

(۱۶) ایک گولہ جس کی پکٹے کی قدر معلوم ہے حالت سکون سے ایک مائل سطح کی چوٹی سے نیچے کی طرف

علم حرکت ۳۰۵ باب ہشتم

پھسلتا ہے۔ سطح مائل کا طول ط ہے اور اس کا سطح میلان افق سے عم ہے۔ سطح مائل کے پایہ کے ساتھ ملی ہوئی ایک ثابت افقی سطح ہے جس سے گولہ اگر ٹکراتا ہے۔ اس افقی سطح پر گولے کا ٹپہ معلوم کرو۔ (۱۷) ایک وزنی لچکدار گولہ ن فٹ کی بلندی سے گرتا ہے اور ایک سطح سے ٹکراتا ہے جو افق سے براویہ ۶۰° مائل ہے۔ پہلے دو مقاموں کا درمیانی فاصلہ دریا کرو جہاں گولہ سطح سے ٹکراتا ہے۔

(۱۸) ایک بے لچک گولہ ایک چکنی افقی سطح پر ۱۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے پھسلتا ہوا ایک چکنی افقی ریل سے ٹکراتا ہے جو گولے کی سمت حرکت کے ساتھ زاویہ قائمہ بناتی ہے۔ اگر سطح پر ریل کی بلندی گولے کے نصف قطر کا نصف ہو تو ثابت کرو کہ جو قطع مکانی کہ گولہ مرسم کریگا اس کا وتر خاص ایک فٹ ہوگا۔ (۱۹) ایک ذرہ ایک چکنی افقی سطح کے ایک نقطے سے اس طرح پھینکا جاتا ہے کہ ایک ناقص لچک والی عمودی سطح سے ٹکرا کر ایک نقطہ معلومہ با میں سے گذرے۔ سمت رمی معلوم کرنے کے لئے عمل ہندی بتاؤ۔

(۲۰) ایک چکنی گول میز کا کنارہ ہر طرف سے اونچا ہے اور میز کی سطح پر عمود ہے۔ اگر ایک گولی کو جس کی

پلک کی قہرل ہے میز کے کنارے کے ایک نقطے سے میز پر اس طرح حرکت دی جائے کہ اس کی سمت حرکت اس نقطے میں سے گزرنے والے نصف قطر

سے زاویہ مستقیم بنائے تو ثابت کرو کہ گولی دو دفعہ کنارے سے ٹکرا کر نقطہ رومی پر واپس آجائے گی۔

یہ بھی ثابت کرو کہ جب گولی دو ٹکروں کے بعد نقطہ رومی پر واپس آئے گی تو اس وقت کی رفتار کی نسبت پہلی رفتار سے $\frac{1}{2}$ ہوگی۔

اگر سمت رومی نصف قطر سے زاویہ مستقیم بنائے تو ثابت کرو کہ گولی تین ٹکروں کے بعد نقطہ رومی پر واپس آئے گی۔

(۳۱۱) دو ٹکڑا دروازے ایک چینی تختی سے کے ایک نقطے سے ایک ہی وقت بھجئے گئے ہیں۔ ثابت کرو کہ ان کا مرکز ثقل ایک ہی قطعہ مکانی کی مختلف قوسیں مختلف وضعوں میں مرتسم کرے گا۔



باب نہم

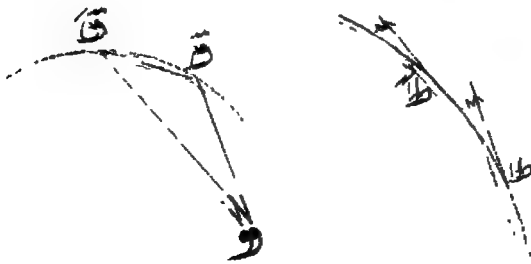
رسم الطريق اور عمادی اسراع

۱۳۰۔ اس باب میں ہم ایک ذرے کی ایسی حرکت پر غور کریں گے جبکہ وہ ایک خط منحنی میں حرکت کرتا ہے۔ تہیذاً ہم اس امر کی تشریح کریں گے کہ ذرہ خواہ کسی طرح حرکت کرے اس کی رفتار، سمت، حرکت، اور اس کا اسراع ایک دوسرے منحنی کے ذریعہ مرتب ہو سکتے ہیں۔

۱۳۱۔ رسم الطريق۔ تعریف۔ اگر ایک ذرہ کسی

طریق پر کسی طرح حرکت کرے اور اگر نقطہ و سے جو فضا میں ثابت ہے ایک خط مستقیم وق ایسا کھینچا جائے جو طریق کے نقطہ ط پر کی رفتار کے متوازی اور متناسب ہو تو جو منحنی اس خط مستقیم کے سرے ق سے مرتب ہوگا وہ ذرے کے راستے کا رسم الطريق

کہلاتا ہے۔
 اس کی وجہ تقسیم یہ ہے کہ یہ منحنی ذرے کی رفتار
 اور اسراع کی تصویر نظر کے سامنے کھینچ دیتا ہے۔
 ۱۳۲۔ اگر ایک متحرک نقطے ط کے راستے کا رسم الخط
 بنالیا جائے تو رسم الخط کے متماثل نقطے ق کی جو
 رفتار رسم الخط میں ہوگی۔ وہ مقدار دور سمت میں
 وہی ہوگی جو کہ اس رسم الخط ط کے طریق میں ہے۔
 مگر اگر وہ ط کے طریق پر دو نقطے ط اور ط ایک
 دوسرے کے قریب ہیں۔ وہ خط ورق و ورق
 سے کھینچو جو کہ دور ط پر کے طاسوں کے متوازی ہوں
 اور انہی نقطوں پر کی رفتاروں کے تناسب ہوں تو
 ق اور ق رسم الخط پر دو نقطے ہوں گے جو ایک
 دوسرے کے قریب واقع ہیں۔
 جس مدت میں ق ط سے حرکت کر کے ق پہنچتا ہے
 اس مدت میں اس کی رفتار ورق سے تبدیل ہو کر
 ورق ہو جاتی ہے۔ اس لئے بموجب وقت۔ رفتار
 کی تبدیلی ق ق سے تعبیر ہوتی ہے۔



اب فرض کرو کہ ط' ایک ایسا نقطہ ہے جو ط کے لا انتہا قریب ہے۔ اسی صورت میں ق ق' رسم الطریق کی ایک نہایت ہی چھوٹی قوس ہوگی۔

اگر متحرک نقطے نے فاصلہ ط ط' وقت ت میں طے کیا ہے تو بموجب دفعہ ۲۸

$$\text{ط کا اسراع} = \frac{\text{رفار کی تبدیلی وقت ت میں}}{\text{ت}}$$

$$= \frac{\text{ق ق'}}{\text{ت}} = \text{ق کی رفار رسم الطریق میں یعنی}$$

ط کا اسراع اس کے طریق میں وہی مقدار اور سمت رکھتا ہے جو رسم الطریق میں ق کی رفار کی مقدار اور سمت ہے۔

۱۳۳- مثالیں (۱) اگر ایک نقطہ ایک دائرے پر یکساں چال سے چلے تو اس کا رسم الطریق ایک اور دائرہ ہوگا جس پر متماثل نقطہ یکساں چال سے حرکت کرے گا۔ کیونکہ اس صورت میں ط کی رفار نہیں بدلتی اس لئے خط وق کا طول نہیں بدلتا۔

اس لئے ق ایک ایسے دائرے پر واقع ہے جس کا مرکز وہ ہے۔

اور چونکہ ط کی حرکت اپنے دائرے میں یکساں ہے اس لئے ط پر کے تماس کی گردش کے زاوئے مساوی

ہوں گے۔
 لہذا خط وق مساوی اوقات میں مساوی زاویوں
 میں گردش کریگا۔
 (۲) اگر ایک نقطہ یکساں اسراع سے خط مستقیم میں
 حرکت کرے تو اس کا رسم الطریق ایک خط مستقیم ہوگا
 جس پر متماثل نقطہ یکساں رفتار سے چلیگا۔ کیونکہ
 اس صورت میں خط وق ہمیشہ ایک ہی مستقل
 سمت میں کھینچا جائے گا اور ق کی رفتار جو مقدار
 میں ط کے یکساں اسراع کے مساوی ہے یکساں
 ہوگی۔

عمادی اسراع

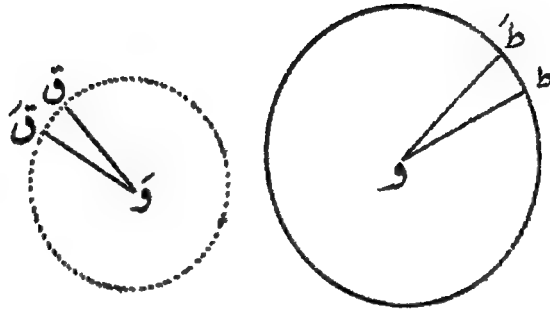
۱۳۴۔ حرکت کے پہلے قانون سے ہمیں یہ معلوم
 ہو چکا ہے کہ اگر کوئی ذرہ ایک دفعہ حرکت میں آجائے
 اور اس پر کوئی قوت عمل نہ کرے تو وہ ہمیشہ یکساں
 رفتار سے خط مستقیم میں حرکت کرتا رہے گا۔ اس لئے
 خط منحنی میں اس کی حرکت ممکن نہیں ہے جب تک کہ
 کوئی بیرونی قوت اس پر عمل نہ کرے۔ اگر ذرہ خط منحنی
 پر یکساں چال سے حرکت کرے تو اس کے طریق کے
 تماس کی سمت میں کوئی قوت نہیں ہو سکتی ورنہ
 اس کی چال میں تبدیلی واقع ہو۔ لہذا اس پر جو قوت

عمل کرتی ہے وہ اس کے طریق کے عماد کی سمت میں ہے۔ اگر اس کی چال یکساں نہ ہو تو مماس کی سمت میں عمل کرنے والی قوت بھی ہوگی۔

دفعات ذیل میں ہم ایک ایسے ذرے کے عمادی اسراع پر بحث کریں گے جو ایک دائرے میں مستقل چال سے حرکت کرتا ہے۔

۱۳۵۔ مسئلہ۔ اگر ایک ذرہ ایک دائرے میں جس کا نصف قطر n ہے یکساں چال v سے حرکت کرے تو ثابت کرو کہ اس کا اسراع مقدار میں $\frac{v^2}{n}$ ہے اور اس اسراع کی سمت مرکز کی طرف ہے۔
فرض کرو کہ متحرک ذرے کے دو متصل مقام P اور Q ہیں اور ان کے مماثل نقطے رسم الطریق پر P' اور Q' ہیں۔ چونکہ P کی چال یکساں ہے اس لئے خط PQ طول میں یکساں ہے پس PQ ایک ایسے دائرے میں حرکت کرتا ہے جس کا نصف قطر r ہے۔ ساتھ ہی یہ بھی ظاہر ہے کہ زاویہ $Q'PQ$ مساوی ہے اس زاویے کے جو P اور Q پر کے مماسوں کے درمیان ہے یعنی زاویہ $Q'PQ$ کے مساوی ہے۔

اس لئے $\cos PQ' : \cos P'Q : : PQ : P'Q$
اور ساتھ ہی Q اور P کی رفتاریں، v و v ،



ہذا ق کی رفتار رسم الطریقی میں : ر :: ر : ن

یہ ق کی رفتار = $\frac{ر}{ن}$

لیکن ق کی سمت حرکت و ق پر عمود ہے اس لئے
ط و کے متوازی ہے۔ ساتھ ہی ط کا اسراع ق کی
رفتار کے مساوی ہے (دفعہ ۱۳۲)
پس ط کا اسراع $\frac{ر}{ن}$ ہے اور اس کی سمت ط و

ہے۔
[اگر چال ر مستقل نہ ہو بلکہ متبدل ہو تو بھی ثابت
ہو سکتا ہے (ایلی نٹری ڈالی نیلمس دفعہ ۱۵۷) کہ عادی

اسراع $\frac{ر}{ن}$ ہے]
نتیجہ صحیح (۱) اگر ذرے کی زاویائی رفتار مرکز و کے
گردہ ہو تو ر = ن = ۱ عادی اسراع = ۲ ن

علم حرکت ۳۱۳ باب نہم

نتیجہ صریح (۲) عادی اسراع پیدا کرنے کے لئے جو قوت مطلوب ہوتی ہے وہ $m \frac{v}{r}$ ہے جہاں m ذرے کی کمیت ہے۔

۱۳۶۔ دفعہ گذشتہ کا اہم مسئلہ رسم الطریق کے استعمال کے بغیر بھی ثابت ہو سکتا ہے۔ ذیل میں دوسرا ثبوت درج کیا جاتا ہے۔

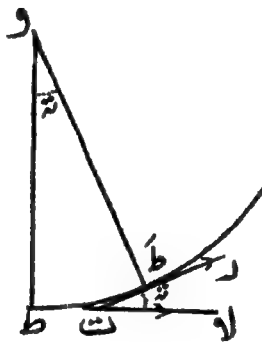
فرض کرو کہ دائرے کے نقطے P کے بہت قریب ایک نقطہ P' ہے۔ اور فرض کرو کہ P پر تماس P لا ہے اور P' پر تماس P' ت کھینچا گیا ہے جو P کو P' پر ملتا ہے۔ P اور P' کو دائرے کے مرکز O سے ملاؤ۔ (شکل صفحہ ۳۱۴ پر دیکھو) چونکہ P اور P' پر کے زاوے قائمے ہیں اس لئے نقاط O, P, P' ایک دائرے پر واقع ہیں۔ اس لئے زاویہ $\angle POP' = 90^\circ$ دو قائمے۔ زاویہ $\angle POP'$

$\angle POP' = 90^\circ$ زاویہ $\angle POP' = 90^\circ$ (فرض کرو) فرض کرو کہ دائرے پر ذرے کی چال v ہے اور فرض کرو کہ قوس PP' وقت t میں طے ہوتی ہے۔ وقت t میں P و P' کے متوازی رفتار رجب تہ پیدا ہوتی ہے اس لئے P و P' کی سمت میں اسراع $a = \frac{v^2}{r}$ رجب تہ جبکہ k بہت چھوٹا ہو اور لہذا تہ بھی

بہت چھوٹا ہو۔

یعنی ط و کی سمت میں اسراع = $\frac{r}{k} = \frac{r}{k} \times \frac{\text{قوس ط ط}'}{\text{وط}}$

$$= \frac{\text{قوس ط ط}'}{k} \times \frac{r}{n}$$



لیکن چونکہ دائرے میں چال ر ہے اس لئے

$$r = \frac{\text{قوس ط ط}'}{k}$$

پس اسراع مطلوب = $\frac{r}{n}$

بہوجب دفعہ (۱۳۵) نتیجہ صریح (۱) یہ اسراع ن صہ کے مساوی ہے جہاں صہ زاویہ رفتار ہے۔

یہ بھی ظاہر ہے کہ مرکز کی سمت میں قوت م $\frac{r}{n}$ ہوگی ۱۳۶۔ جس قوت کا دفات گذشتہ میں ذکر ہوا اور

جو عادی اسراع پیدا کرنے کے لئے مطلوب ہے وہ کئی طرح سے پیدا ہو سکتی ہے۔

مثلاً جسم کو رسی کے ذریعہ سے ایک ثابت نقطے سے باندھ دیا جائے۔ خواہ رسی ایسی ہو جس کا طول کھینچنے سے بڑھ سکتا ہے یا ایسی ہو جس کا طول کھینچنے سے نہیں بڑھ سکتا۔

یہ قوت کسی مادی منحنی کے دباؤ سے بھی پیدا ہو سکتی ہے جس کی وجہ سے جسم منحنی پر چلایا جائے۔ مثلاً ایک ریل گاڑی کو ریلوے لائن کے کسی منحنی حصے پر اس دباؤ کے ذریعہ سے چلایا جاسکتا ہے جو ریلیں اس کے پہیوں پر ڈالتی ہیں۔

یہ قوت، قوت جاذبہ کی صورت بھی اختیار کر سکتی ہے جیسا کہ سورج اور زمین کے درمیان ہے۔ اس کی وجہ سے زمین سورج کے گرد ایک منحنی میں حرکت کرتی ہے۔

۱۳۸- اگر ایک شخص ایک رسی کے ایک سرے سے ایک جسم باندھ دے اور دوسرا سر ہاتھ میں لیکر جسم کو رسی کے ذریعہ سے ایک دائرے میں گھمائے تو رسی کا تناؤ وہ قوت ہے جو کہ جسم کو مطلوبہ اسراع دینے کے لئے ضروری ہے۔ لیکن حرکت کے تیسرے قانون کے بموجب رسی اس شخص کے ہاتھ کو ایک ایسی قوت سے کھینچتی ہے جو اس قوت کے مساوی اور متقابل ہے جو رسی کے ذریعہ سے جسم پر عمل

کرتی ہے۔
یہ دو نو قوتیں عمل اور جواب عمل ہیں جن کا ذکر
نیوٹن نے کیا ہے۔ اس شخص کو یہ معلوم ہوتا
ہے کہ جسم اس کے ہاتھ سے چھٹنے کی کوشش
کر رہا ہے۔ اس وجہ سے جو قوت جسم کو عمادی
اسراع دینے کے لئے ضروری ہے اس کے مساوی
اور متقابل قوت کو جسم کی مرکز گریز قوت کہتے ہیں۔
لیکن اس اصطلاح سے کچھ غلط فہمی ممکن ہے۔
کیونکہ اس اصطلاح سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ یہ قوت
جسم کی ذاتی قوت ہے حالانکہ ایسا نہیں ہے۔ بلکہ
یہ ایک بیرونی قوت کی وجہ سے ہے جو جسم پر عمل کرتی ہے۔
اس اصطلاح کا مفہوم یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ جسم
منحنی کے مرکز سے باہر کی طرف جانے کی کوشش کرتا
ہے اور اس کو ایسا کرنے سے روکا جاتا ہے۔ حالانکہ
امر واقعہ یہ نہیں ہے۔ کیونکہ جسم کو اگر روکا نہ جائے
تو وہ منحنی کے تماس کی سمت میں حرکت کرے گا۔
یعنی جسم کی حرکت سمت ط لا میں ہوگی (دیکھو شکل
صفحہ ۱۳۶)۔ سمت وط میں حرکت کرنے کا جسم کا
میلان نہیں ہے۔
”مرکز جو قوت“ ایک ایسی اصطلاح ہے جس میں غلط
فہمی کم ہوگی۔

علم حرکت ۳۱۷ باب نہم

ہم دونو اصطلاحوں سے احتراز کریں گے۔ لیکن جب یہ اصطلاحیں طالب علم کے سامنے آئیں تو وہ یہ سمجھ لے کہ دوسری اصطلاح سے وہ قوت مراد ہے جو جسم کو اس کے طریق میں عادی اسراع دینے کیلئے ضروری ہے اور پہلی اصطلاح سے قوت مذکورہ بالا کے مساوی اور متقابل قوت مفہوم ہے۔

یہ آخر کی قوت جو مرکز گریز قوت کہلاتی ہے دراصل اس جسم پر عمل کرتی ہے جو متحرک جسم کو اس کے طریق پر چلاتا ہے۔

مثلاً اگر ہم ریل گاڑی کی مثال لیں جو ایک منحنی پر جا رہی ہے تو مرکز گریز قوت ریلوں پر عمل کرتی ہے اور اگر ہم اس جسم کی مثال لیں جس کو ایک شخص رسی کے ذریعہ گھما رہا ہے تو اس صورت میں مرکز گریز قوت اس شخص کے ہاتھ پر عمل کرتی ہے۔

۱۳۹۔ مثال (۱) ۳ پونڈ کمیت کا ایک ذرہ جو ایک چکنی مینر پر ۵ فٹ لمبی رسی کے ذریعہ ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے، ۴ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے۔ رسی کا تناؤ معلوم کرو۔

یہاں $r = ۴$ اور $n = ۵$
اسلئے بموجب دفعہ ۱۳۵، ثابت نقطے کی طرف اسراع

$$\frac{v^2}{r} = \frac{16}{5}$$

$$\text{پس رسی کا تناؤ} = ۱۶ \times ۳ = \frac{۴۸}{۵} \text{ پونڈل}$$

$$= \frac{۴۸}{۳۲ \times ۵} \text{ پونڈ وزن}$$

$$= \frac{۳}{۲} \text{ پونڈ وزن}$$

مثلاً (۲۰) ایک ذرہ جس کی کمیت م ہے، ایک نئی مینر پر حرکت کرتا ہے اور ایک رسی کے ذریعہ س مینر پر ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے۔ رسی کا طول ط ہے۔ اگر رسی زیادہ سے زیادہ ۱۰ پونڈ کا وزن سہار سکے تو دریافت کرو کہ رسی ٹوٹنے کے بغیر ذرہ ایک ثانیہ میں زیادہ سے زیادہ کتنی گرویشیں کر سکتا ہے ؟

قرض کرو کہ مطلوبہ گرویشوں کی تعداد ت ہے تو ذرے کی رفتار $۲ \times \pi \times ط$ ہوگی

$$\text{اس نے رسی کا تناؤ} = م \times \frac{۲ \times \pi \times ط^۲}{ط} \text{ پونڈل}$$

$$\text{پس } ت ج = م \times \pi \times ط^۲$$

$$\text{لہذا } ت = \frac{۱}{\pi} \left(\frac{ت ج}{م ط} \right)^{\frac{۱}{۲}}$$

اگر گرویشوں کی تعداد اس سے زیادہ ہوگی تو رسی کا تناؤ اس تناؤ سے بڑھ جائے گا جو کہ رسی سہار سکتی ہے یعنی رسی ٹوٹ جائے گی۔

امثلہ نمبری (۲۳)

(۱) ۳ فٹ لمبی رسی کا ایک سرا ایک چکنی افقی میز کے ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے۔ اگر ۵ پونڈ کمیت کا ایک جسم رسی کے دوسرے سرے سے بازو ہکڑ ۶ فٹ فی ثانیہ کی یکساں رفتار سے میز پر گھمایا جائے تو رسی کا تناؤ دریافت کرو۔

(۲) ایک رسی کا طول ۴ فٹ ہے اور وہ ۹ پونڈ وزن کو عین سہار سکتی ہے۔ ۸ پونڈ کمیت کا ایک جسم اس کے سرے سے بازو دیا گیا ہے اور ایک افقی میز پر یکساں رفتار سے گردش کرتا ہے۔ رسی کا دوسرا سرا میز پر ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے۔ دریافت کرو کہ رسی ٹوٹنے کے بغیر زیادہ سے زیادہ کتنی گردشیں فی منٹ ہو سکتی ہیں؟

(۳) ایک رسی جس کا طول ۵ فٹ ہے ۲۰ پونڈ وزن کو عین سہار سکتی ہے۔ اگر گردش کرنے والے جسم کی کمیت ۵ پونڈ ہو تو دریافت کرو کہ رسی ٹوٹنے کے بغیر ایک منٹ میں زیادہ سے زیادہ کتنی گردشیں ہو سکتی

ہیں؟

(۴) اڑھائی فٹ لمبی رسی کا ایک سرا ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے اور دوسرے سرے سے ایک پونڈ کمیت

کا جسم باندھ کر ایک افقی دائرے میں گھمایا جاتا ہے جس کا مرکز ثابت نقطہ ہے۔ اگر اس گردش سے رسی کا تناؤ ۵ پونڈ وزن کے مساوی ہو تو ثابت کرو کہ رسی ایک منٹ میں تقریباً ۷۶ گردشیں کر رہی ہے۔

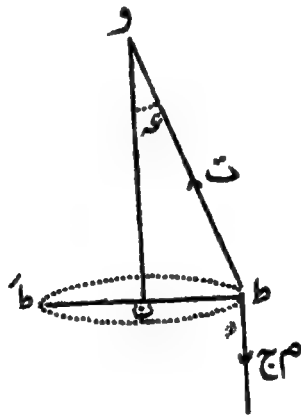
(۵) ایک رسی کا ایک سہا ثابت ہے اور دوسرے سرے سے ایک جسم بندھا ہے۔ رسی یکساں رفتار سے گردش کر رہی ہے۔ اگر رسی کا طول ۲ فٹ ہو اور اس کا تناؤ گردش کرتے والے جسم کے وزن سے ۹ گنا ہو تو جسم کی رفتار دریافت کرو۔

(۶) ایک رسی کا طول نصف میٹر ہے اور اس کے ایک سرے سے ۱۰ گرام کمیت کا ایک جسم باندھ کر افقی سطح میں گھمایا جاتا ہے۔ اگر رسی کا تناؤ اسی قدر ہو جس قدر کہ ایک گرام کمیت کا جسم آزادانہ لٹکانے سے ہوتا ہے تو دریافت کرو کہ ایک منٹ میں کتنی گردشیں ہو رہی ہیں ؟

(۷) ۱۰ ان کمیت کا ایک انجن تیس میل فی گھنٹہ کی رفتار سے ایک منحنی پر چلتا ہے۔ منحنی کا نصف قطر ۶۰۰ فٹ ہے۔ دریافت کرو کہ ریلوں کی قوت پیہوں پر مرکز منحنی کی سمت میں کس قدر ہے ؟

(۸) اگر سوال بالا میں انجن کی کمیت ۱۲ ٹن اور رفتار ۶۰ میل فی گھنٹہ ہو اور منحنی کا نصف قطر ۴۰۰ گز ہو تو

قوت کس قدر ہوگی ؟
 ۱۴۰۔ مخروطی رقااص۔ اگر ایک ذرہ ، جو ایک رسی کے ذریعہ ایک ثابت نقطے و سے بندھا ہو ، اس طرح حرکت کرے کہ ایک افقی سطح میں ایک دائرے پر چلے اور رسی اپنی گردش سے ایک مخروط بنائے جس کا محور و میں سے گزرنے والا عمودی خط ہو تو رسی اور ذرہ دونوں مل کر مخروطی رقااص کہلاتے ہیں۔ جب حرکت یکساں ہو تو ذرے کی رفتار اور رسی کے طول اور میلان کے تعلقات آسانی سے معلوم ہو سکتے ہیں۔



فرض کرو کہ ذرہ ط ہے اور رسی و ط سے بندھا ہے۔
 و ایک ثابت نقطہ ہے اور رسی کا طول ل ہے۔
 و میں سے عمودی خط کھینچو اور اس عمودی خط پر
 ط سے عمود ط ن نکالو۔ ط ایک افقی دائرے پر

علم حرکت ۳۲۲ باب نہم

چلیگا جس کا مرکز ن ہوگا۔ یہہ دائرہ شکل میں نقطہ دار بنایا گیا ہے۔

فرض کرو کہ رسی کا تناؤ ت ہے اور اس کا میلان سمت عمودی سے عہ ہے اور ذرے کی رفتار ر ہے۔

بموجب دفعہ ۱۲۵ ط کا اسراع ط ن کی سمت میں ط ہے۔ اس لئے اس سمت میں قوت

م ط جب عہ ہوگی۔

ذرے پر صرف دو قوتیں عمل کرتی ہیں ایک تو رسی کا تناؤ ت ہے اور دوسری ذرے کا وزن م ج۔ چونکہ سمت عمودی میں ذرے کا کوئی اسراع نہیں ہے لہذا اس سمت میں قوتیں متوازن ہوں گی۔

اس لئے ت ج م عہ = م ج (۱)
سمت ط ن میں صرف ایک قوت عمل کرتی ہے اور وہ ت ج م عہ ہے

اس لئے ت ج م عہ = م ج (۲)

(۱) اور (۲) سے ط ج م عہ = ج ج م عہ
اگر ذرہ ایک ثانیہ میں گ گردش کرے تو

علم حرکت ۳۲۳ باب نہم

$$ر = گ \times \pi^2 ط ن = \pi^2 گ ل جب ع$$

$$\therefore \pi^2 گ ل = \frac{ج}{جم ع}$$

$$یعنی جم ع = \frac{ج}{\pi^2 گ ل} \dots\dots\dots (۳)$$

اس لئے بذریعہ (۱)

$$ت = \pi^2 م گ ل پونڈل \dots\dots\dots (۴)$$

لہذا رسی کا تناؤ : ذرے کا وزن :: $\pi^2 گ ل$: ج
(۳) اور (۴) سے ع اور ت حاصل ہوں گے۔
ذرے کی گردش کی مدت

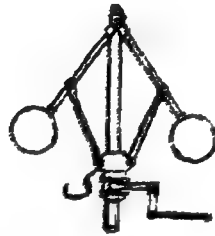
$$\pi^2 ل جب ع = \frac{\pi^2}{\frac{ج}{جم ع}} = \frac{\pi^2}{\frac{ون}{ج}}$$

اس لئے یہ مدت اس طرح بدلتی ہے جس طرح نقطہ ثابت سے ذرے کی گہرائی کا جذر۔

۱۴۱۔ انجنوں کے حاکم۔ جو انجن ایک جگہ ساکن رہ کر کام کرتے ہیں ان میں عموماً اس بات کی ضرورت ہوتی ہے کہ ایک ہی چال سے چلتے رہیں۔ ان کی چال کو ایک کل کے ذریعہ حدود مناسب کے اندر رکھا جاتا ہے۔ اس کل کو حاکم کہتے ہیں۔ یہ کل عام طور پر دو گردش کرنے والے وزنی گولوں پر مشتمل ہوتی ہے جو ہلکی

سلاخوں سے جڑے ہوئے ہوتے ہیں۔ ان سلاخوں کے دوسرے سرے ایک عمودی سلاخ کے ساتھ جوڑے جاتے ہیں اور یہ عمودی سلاخ انجن کے ذریعہ گردش کرتی ہے۔

شکل میں ایک سادہ قسم دکھائی گئی ہے جو واٹ کی ایجاد ہے جب عمودی سلاخ ضرورت سے زیادہ تیز گردش کرتی ہے تو گولے تیز گردش کی وجہ سے اوپر چڑھ جاتے ہیں اور حصہ ک بھی ساتھ ہی اوپر کو اٹھتا ہے کیونکہ یہ حصہ سلاخوں کے ذریعہ گولوں سے جڑا ہوا ہے۔



ک کا تعلق میروں کے ذریعہ بجاپ کے کھل مندن کے ساتھ ہے۔ اور یہ تعلق ایسا ہے کہ جب کے اوپر کو اٹھتا ہے تو کھل مندن کا سورخ چھوٹا ہو جاتا ہے اور اس لئے انجن کو بجاپ کم پہنچتی ہے۔ اس طرح اس کی چال بھی کم ہو جاتی ہے۔ اسی طرح اگر عمودی سلاخ کی گردش سست ہو تو گولے

نیچے ہو جاتے ہیں اور ک اور کھل مندن کے تعلق کی وجہ سے کھل مندن کا سوراخ زیادہ کھل جاتا ہے اور انجن کو بھاپ زیادہ پہنچنے لگتی ہے لہذا انجن تیز ہو جاتا ہے۔ اس طرح سے حاکم خود بخود ہی مناسب مقدار میں بھاپ انجن کو پہنچاتا ہے اور انجن تقریباً یکساں چال سے چلتا ہے۔

دفعہ ۱۲۰ کے آخری نتیجے کے ذریعہ یہ معلوم ہو سکتا ہے کہ اگر ایک انجن کا حاکم ایک منٹ میں ساٹھ گردشیں کرے تو بلندی تقریباً ۸۷۹۷ انچ ہوگی۔ اور اگر ایک منٹ میں ۱۰۰ گردشیں ہوں تو بلندی ۳۶۵۲ انچ ہوگی۔ لیکن عملی مقاصد کے لئے یہ بلندی نہایت کم ہے۔ ہاں نہایت چھوٹے انجنوں میں یہ بلندی ممکن ہے۔ اس مقصد کو حاصل کرنے کے لئے کہ انجنوں کے حاکم تیز گردش کر سکیں ان پر وزن کے ذریعہ یا مکانی کے ذریعہ سے بوجھ ڈالا جاتا ہے تاکہ ک نیچے رہے۔ بغیر بوجھ کے ک نیچے نہیں رہے گا۔

۱۲۲۔ گول سڑک پر سائیکل سوار کی حرکت۔

جب کوئی سائیکل سوار گول سڑک پر چلتا ہے تو اپنے جسم کو اندر کی طرف یعنی گول سڑک کے مرکز کی طرف مائل رکھتا ہے۔ ایسا کرنے سے زمین کا عمل سمت

عمودی سے مائل ہو جاتا ہے۔ اس عمل کا عمودی جز
سائیکل سوار اور اس کی مشین کے مجموعی وزن کے ساتھ
توازن ہے۔ اور افقی جز اس راستے کے مرکز کی
سمت میں ہوتا ہے جس پر کہ سوار اور اسکی مشین کا
مرکز جمود حرکت کرتا ہے۔ اور یہی افقی جز اس عمادی
اسراع کا باعث ہوتا ہے جس کی اس صورت میں ضرورت
ہوتی ہے۔

۱۴۳۔ ریلوے لائن کے گول حصے پر ریل گاڑی کی حرکت۔

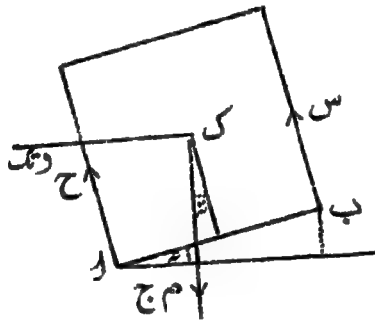
اگر ریل کی سڑک سطح افقی ہو تو ریلوں کا جو عمل پہیوں پر
ہوتا ہے وہ اس اسراع کو پیدا کرتا ہے جو ایسی صورتوں
میں راستے کے مرکز انحناء کی سمت میں ضروری ہے۔ لیکن
اس طرح پہیوں اور ریلوں کے درمیان بہت زیادہ رگڑ
پیدا ہوگی اور ریلیں اور پہیے جلدی گھس جائیں گے۔
اس بات کو روکنے کے لئے باہر کی ریل کو ذرا اونچا
کر دیا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے ریل کی سڑک افقی نہیں
رہتی لہذا اس صورت میں ریل گاڑی کا فرش بھی افقی
نہیں ہوگا۔ اگر یہ مقصود ہو کہ پہیوں پر ریلوں کا
عمل کچھ بھی نہ ہو تو سڑک کا میلان جو اس صورت میں
ضروری ہے حسب طریقہ ذیل آسانی سے معلوم ہو سکتا ہے۔
فرض کرو کہ ریل گاڑی کی رفتار v ہے اور فرض کرو کہ

علم حرکت ۳۲۷ باب ہفتم

اس دائرے کا نصف قطر، جس پر گاڑی کا مرکز جمود کی چلتا ہے، ن ہے۔

فرض کرو کہ دائرہ مذکورہ بالا کا مرکز و ہے۔ شکل ہذا گاڑی کی تراش ہے اس سطح عمودی میں جو ک و میں سے گذرتی ہے۔ فرض کرو کہ یہ تراش ریلوں کو ر اور ب پر ملتی ہے۔

[سہولت کے لئے پہلے شکل میں نہیں دکھائے گئے]



فرض کرو کہ ح اور س ریلوں کے عمل ہیں جو فرش لب پر عمود ہیں اور فرض کرو کہ فرش کا میلان افق سے تہ ہے

ک و کی سمت میں ح اور س کا جزء تحلیل، (ح+س) جب تہ، وہ قوت ہے جو منحنی کے مرکز کی سمت میں اسراع پیدا کرنے کے لئے مطلوب ہے۔

$$\therefore (ح+س) \text{ جب تہ } = م \frac{r}{n} \dots\dots (۱)$$

ح. د. س کے عمودی جز گاری کے وزن کے ساتھ متوازن

$$(۲) \dots\dots\dots (ح+س) \text{ جم تہ } = م ج \dots\dots\dots (۲)$$

$$(۱) \text{ اور } (۲) \text{ سے مس تہ } = \frac{ر}{ن ج} \dots\dots\dots (۳)$$

اس سے فرش کا میلان معلوم ہو گیا۔

اگر سٹک کا عرض یعنی (ب) معلوم ہو تو باہر کی ریل کی بلندی آسانی سے دریافت ہو سکتی ہے کیونکہ یہہ اب جب تہ کے مساوی ہے۔

نتیجہ بالا سے ظاہر ہے کہ اگر یہہ مقصود ہو کہ پہیوں پر افقی سمت میں کوئی زور نہ پڑے تو باہر کی ریل کی بلندی گاڑی کی رفتار پر منحصر ہوگی۔ عملاً باہر کی ریل کی بلندی اس قدر رکھی جاتی ہے کہ درمیانی رفتار کی صورت میں پہیوں پر زور نہ پڑے۔ جب گاڑی زیادہ تیز رفتاً سے چلتی ہے تو جس قدر زائد قوت اسراع پیدا کرنے کے لئے مطلوب ہوتی ہے وہ ریلوں کے اس دباؤ سے حاصل ہوتی ہے جو پہیوں پر پڑتا ہے۔

اس صورت میں ریلوں کا دباؤ بطریق ذیل دریافت ہو سکتا ہے۔ فرض کرو کہ باہر کی ریل کی بلندی اس قدر رکھی گئی ہے کہ جب گاڑی رفتار (ر) سے چلے تو پہیوں پر دباؤ نہ پڑے۔ اگر رفتار (ر) سے زیادہ تیز ہو مثلاً (ف)

ہو تو فرض کرو کہ پہیوں پر دباؤ لا پڑتا ہے۔
 شکل بالا کو استعمال کرو۔ اس میں صرف ایک قوت
 لا کا اضافہ ہوگا جو ب ا کی سمت میں عمل کرتی ہے۔
 اب مساواتیں (۱) و (۲) صورت ذیل اختیار کریں گی

$$(ح + س) \text{ جب تہ } + \text{ لا جم تہ } = م \frac{فنا}{ن} \dots\dots (۴)$$

$$(ح + س) \text{ جم تہ } - \text{ لا جب تہ } = م ج \dots\dots (۵)$$

$$\text{پس لا} = م \frac{فنا}{ن} \text{ جم تہ } - م ج جب تہ$$

$$= م \text{ جم تہ } \left[\frac{فنا}{ن} - ج مس تہ \right]$$

$$= م \text{ جم تہ } \left[\frac{فنا - ل}{ن} \right] \text{ بذریعہ مساوات (۳)}$$

اگر $F < R$ تو لا مثبت ہے اور باہر کی ریل
 بمقام ب دباؤ ڈالتی ہے۔

اگر $F > R$ تو لا منفی ہے یعنی ب ا کی
 سمت میں ہے۔ اس لئے اندر کی ریل بمقام ا

دباؤ ڈالتی ہے۔
 ۱۴۴۔ گردش کرنے والا کرہ۔ ایک چکن کھوکھلا
 کرہ یکساں زاویائی رفتار سے ایک عمودی قطر کے
 گرد گھوم رہا ہے۔ اگر ایک وزنی ذرہ کرے کے اندر

علم حرکت

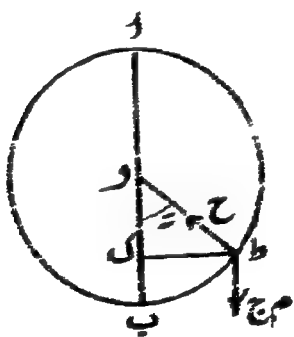
۳۴.

باب پنجم

ہو تو ثابت کر دکھ وہ کرے کے اندر ایک خاص بلندی پر
 رہ سکتا ہے اور اگر زاویئی رفتار ایک خاص مقدار سے
 کم ہو تو ذرہ کرے کے صرف پست ترین نقطے پر ہی
 رہ سکتا ہے۔

فرض کرو کہ نرے کا محور گردش اب ہے اور ابلتہ نقطہ ہے۔ اور فرض کرو کہ مرکز ہے۔ اور فرض کرو کہ ذرو مقام ط پر ضافی توازن میں رہتا ہے۔ اب پر ط ک عمود نکالو۔

چونکہ ط ایک دائرے میں گھومتا ہے جس کا مرکز ک ہے۔ اور ط کی زاویائی رفتار ω ہے۔ اس لئے ک کی سمت میں قوت $m\omega^2 r$ ط ک یعنی $m\omega^2 R$ جب تک کہ جہاں ن کرے کا نصف قطر ہے اور θ زاویہ ط و ب ہے



رض کرو کہ ط پر عادی عل ح ہے قوح کا افقی جز
 ۱۱ وقت ہے جو سمت ط ک میں اسراع مطلوب پیدا

علم حرکت ۳۳۱ باب ہئم
کرتی ہے اور ح کا عمودی جز ذرے کے وزن کے
ساتھ متوازن ہے۔
اس لئے

ح جب تہ = م ہن جب تہ (۱)
اور ح جم تہ = م ج (۲)
مساوات (۱) سے یا تو جب تہ = یا ح = م ہن
ح کی قیمت (۲) میں رکھنے سے

جم تہ = $\frac{ج}{ہن}$ (۳)

پس ذرہ یا تو پست ترین نقطے پر رہ سکتا ہے جہاں
جب تہ = ۰
یا اس نقطے پر رہ سکتا ہے جو مساوات (۳) سے
حاصل ہوگا۔

تہ کی قیمت جو مساوات (۳) سے حاصل ہوتی ہے
ناممکن ہو گی جب تک کہ ہن کی قیمت ج سے
بڑی نہ ہو یعنی جب تک کہ $\frac{ج}{ہن}$ سے زیادہ
نہ ہو۔ اگر زاویہ رفتار $\frac{ج}{ہن}$ سے کم ہوگی تو
ذرے کے لئے اضافی سکون کا مقام کرے گا صرف
پست ترین نقطہ ہی ہوگا۔

مثلاً نمبری (۲۴)

(۱) ۴ پونڈ کمیت کا ایک جسم تین فٹ کی رسی کے

علم حرکت ۳۳۲ - باب نہم

ایک سرے سے باندھ کر مخروطی رقاص کے طور پر گھمایا جاتا ہے۔ رسی کا میلان سمت عمودی سے ۴۵° رہتا ہے۔ رسی کا تناؤ اور جسم کی رفتار دریافت کرو۔ (۲) اگر ایک مخروطی رقاص کی رسی ۲۰ انچ لمبی ہو اور ایک منٹ میں ۲۰۰ گردشیں ہوں تو ثابت کرو کہ رسی

کا میلان سمت عمودی سے $\frac{۵۴}{۲۳۱۲۵}$ جم یعنی تقریباً

۰.۰۰۰۲۳ ہو گا۔

(۳) ایک ۴ فٹ لمبی رسی کا ایک سر ثابت ہے اور دوسرے سرے سے ہم لونڈ کمیت کا ایک جسم بندھا ہے۔ رسی مخروطی رقاص کے طور پر ایک منٹ میں ۳۰ گردشیں کرتی ہے۔ ثابت کرو کہ رسی کا تناؤ ۱۶۰ پونڈل ہے اور اس کا میلان سمت عمودی سے $\frac{۸}{۳۳}$ جم یعنی تقریباً ۰.۰۰۰۲۴ ہے۔

(۴) ایک گز لمبی رسی سے ایک وزنی ذرہ لٹکتا ہے۔ ذرے کو اٹھایا جاتا ہے اس طرح کہ رسی کسی ریتی ہے۔ جب رسی سمت عمودی سے ۶۰° کا زاویہ بناتی ہے تو ذرہ افقی سمت میں پھینکا جاتا ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ ذرہ افقی سطح میں حرکت کرتا رہے تو رفتار می دریافت کرو۔

(۵) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت ۲ ٹن ہے ایک

علم حرکت

۳۳۳

باب نہم

منحنی سڑک پر ۶۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے
منحنی کا نصف قطر ۷۰۰ فٹ ہے۔ اگر ریل کی سڑک
افقی ہو تو ثابت کرو کہ باہر کی ریل کا دباؤ پہیوں پر
۱۴۰۸ پونڈ وزن کے مساوی ہے۔

(۶) ایک ریل گاڑی ۴۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے ایک
منحنی پر چل رہی ہے۔ منحنی کا نصف قطر $\frac{1}{4}$ میل ہے۔
اگر ریلوں کا درمیانی فاصلہ ۵ فٹ ہو تو معلوم کرو کہ باہر
کی ریل کو اندر کی ریل سے کس قدر بلند کیا جائے کہ
ریلوں کا دباؤ پہیوں پر نہ پڑے۔

(۷) ایک ریل گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے ایک
منحنی پر جا رہی ہے منحنی کا نصف قطر ۴۰۰ گز ہے۔ ریلوں
کا درمیانی فاصلہ ۵ فٹ ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ ریلوں
کا دباؤ پہیوں پر نہ پڑے تو دریافت کرو کہ باہر کی ریل
کو کس قدر بلند کیا جائے؟

(۸) ایک ریل گاڑی ایک گول سڑک پر جا رہی ہے
جس کا نصف قطر ۱۳۲۰ فٹ ہے۔ دریافت کرو کہ باہر
کی ریل کو کس قدر بلند کریں کہ ریلوں کا دباؤ پہیوں پر
نہ پڑے۔ ریلوں کا درمیانی فاصلہ ۵ فٹ ہے اور
گاڑی کی رفتار ۴۵ میل فی گھنٹہ ہے۔

(۹) ایک جسم ایک ۶ فٹ لمبی رسی کے ذریعہ سے ایک
ریل گاڑی کی چھت سے لٹک رہا ہے۔ اگر گاڑی

.. اگر نصف قطر والے منحنی پر ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہو تو ثابت کرو کہ جسم سمت عمودی سے تقریباً ایک فٹ $\frac{1}{4}$ انچ ہٹ جائے گا۔

(۱۰) ۶ انچ نصف قطر والی کروی سطح کو کاٹ کر ایک کٹورہ ۳ انچ گہرا بنایا گیا ہے اور وہ اپنے عمودی محور کے گرد گھومتا ہے۔ دریافت کرو کہ زیادہ سے زیادہ وہ کتنی گردشیں ایک منٹ میں کر سکتا ہے کہ ایک ذرہ اس کی سطح پر بغیر باہر نکل جانے کے ٹکارے۔
(۱۱) ایک چکنی کھوکھلی مخروط کا زاویہ راس ۲۰° ہے۔ اس کا محور عمودی ہے اور راس نیچے کی طرف ہے۔ اگر ایک جسم اس کی سطح پر محور کے گرد دائرے میں گھومے اور ایک ثانیہ میں ۱۰ گردشیں کرے تو ثابت

کرو کہ محور سے اس کا فاصلہ $\frac{2}{3} \times 29$ فٹ ہوگا۔

(۱۲) ایک پون چکی کے بادبان ۲۹ فٹ لمبے ہیں اور ایک منٹ میں ۱۰ گردشیں کرتے ہیں۔ اگر ایک آدمی ایک بادبان کے بیرونی سرے سے لپٹا ہوا ہو تو ثابت کرو کہ آدمی کے راستے کے بلند ترین مقام پر بادبان کا عمل اس پر کچھ بھی نہیں ہوگا۔ اس لئے اگر ایک آن کے لئے آدمی اپنے ہاتھ چھوڑ دے تو نہیں گرے گا۔
(۱۳) ۳ فٹ لمبی ایک رسی کا ایک سر ایک ثابت نقطے سے

علم حرکت ۳۳۵ باب نہم

بندھا ہے اور رسی کے دوسرے سرے سے ایک وزنی ذرہ بندھا ہے۔ اس ثابت نقطے میں سے گزرنے والی ایک عمودی سطح میں ذرہ ۶۰۰ گردشیں ایک منٹ میں کرتا ہے۔ یہہ تسلیم کرو کہ ذرے کی چال یکساں رہتی ہے۔ رسی کی عمودی وضعوں اور افقی وضع میں رسی کے جو تناؤ ہوں ان کی نسبتیں معلوم کرو۔

(۱۴) دو ذروں کی کمیتیں مساوی ہیں۔ وہ دونوں ایک بے وزن رسی سے بندھے ہیں۔ ایک ذرہ رسی کے ایک سرے سے اور دوسرا رسی کے وسط میں۔ سطح بانڈھ کر رسی کو ایک چکنی میز پر رکھ دیا گیا ہے اور رسی کا دوسرا سر ایک ثابت نقطے سے بانڈھ دیا گیا ہے۔

اگر رسی کو کسا جائے اور دونو ذروں کو اس طرح پھینکا جائے کہ وہ اپنی گردش میں خط مستقیم میں رہیں تو ثابت کرو کہ رسی کے دونو حصوں کے تناؤں کی نسبت ۲:۳ ہے۔

(۱۵) ایک ریل گاڑی ایک خط مستقیم میں رفتار سے چلتے چلتے سڑک کے ایک منحنی حصے پر آتی ہے جسکا نصف قطر n ہے۔ اگر گاڑی میں پانی کا ایک ثابت کٹورہ ہو یا ایک چھوٹی رسی سے شاقول لٹک رہا ہو تو پانی کی سطح کا یا شاقول کا اوسط میلان θ جتن

ہوگا۔

(۱۶) ایک ذرہ جس کی کمیت m ہے ایک سی کے ایک سرے سے بندھا ہے جس کا طول l ہے۔ سی کا دوسرا سر ایک ایسے ثابت نقطے سے بندھا ہے جو ایک چکنی مینر کے اوپر کی طرف بلندی b پر واقع ہے۔ اگر ذرہ مینر پر ایک ثانیہ میں n گردشیں کرے تو مینر کا عمل دریافت کرو۔ اور یہ بھی معلوم کرو کہ n کی بڑی سے بڑی قیمت کیا ہو سکتی ہے جس سے ذرہ مینر کے ساتھ مس کرتا رہے۔

(۱۷) ایک کھلی چھتری پانی میں بھیگی ہوئی ہے۔ اسکی ڈنڈی کو عمودی سمت میں سیدھا رکھ کر چھتری کو گھمایا جاتا ہے۔ ۳۳ ثانیوں میں چھتری ۱۴ گردشیں کرتی ہے۔ اگر چھتری کا کنارہ ایک دائرہ ہو جس کا قطر ایک گز ہے اور اس کی بلندی زمین سے چار فٹ ہو تو ثابت کرو کہ جو قطرے چھتری کو گردش کی وجہ سے کنارے سے چھٹ کر زمین پر گرینگے وہ ایک ایسے دائرے کے محیط پر گرینگے جس کا قطر پانچ فٹ ہوگا۔ اور اگر ایک قطرے کی کمیت ۱.۱ اونس ہو۔ تو ثابت کرو کہ قطرے کو چھتری کے کنارے کے ساتھ رکھنے کے لئے جو قوت درکار ہوگی وہ مقدار میں ۱.۲۱ پونڈل ہوگی اور اس کی سمت عمودی سمت سے بزاویہ $\sin^{-1} \frac{1}{10}$ مائل ہوگی۔

(۱۸) ایک ذرہ جس کی کمیت m ہے ایک چکنی میز پر ایک باریک رسی کے ایک سرے سے باندھ دیا گیا ہے۔ میز میں ایک چھوٹا سا سوراخ ہے جس میں سے رسی گذر کر اپنے دوسرے سرے پر ایک دوسرے ذرے کو سہاڑتی ہے۔ دوسرے ذرے کی کمیت $2m$ ہے۔ m کو پکڑ کر سوراخ سے فاصلہ F پر رکھا جاتا ہے۔ اب یہہ معلوم کرو کہ m کو کس رفتار سے پھینکا جائے کہ وہ میز پر ایک ایسے دائرے میں گھوم سکے جس کا نصف قطر F ہو۔

(۱۹) دو ذرے جن کی کمیتیں m اور M ہیں ایک چکنی میز پر ایک رسی کے سروں سے بندھے ہیں اور رسی ایک چھوٹے سے حلقے میں سے گذرتی ہے جو میز میں نصب کیا گیا ہے۔ اگر دونو ذروں کو بالترتیب رفتاروں u اور U سے اس طرح پھینکا جائے کہ ان کی حرکت کی سمتیں رسی سے زاوے قائمے بنائیں جبکہ رسی ابتداء حرکت میں کسی ہوئی ہے تو دریافت کرو کہ حلقہ رسی کو کس نسبت میں تقسیم کرے کہ دونو ذرے ایسے دائروں میں گھوم سکیں جنکا مرکز حلقہ ہو۔

(۲۰) دو ذرے جن کی کمیتیں m اور M ہیں ایک رسی کے دونو سروں سے بندھے ہیں۔ رسی کا طول L ہے اور وہ ایک چھوٹے حلقے میں سے گذرتی ہے۔

دریافت کرو کہ چھوٹا ذرہ م' مخروطی رقاص کے طور پر
کتنی گردشیں ایک ثانیہ میں کرے کہ بڑا ذرہ حلقے سے
فاصلہ ل پر حالت سکون میں لٹک سکے۔

(۲۱) ایک چکنی میز میں ایک سوراخ ہے جس میں سے
ایک رسی گذرتی ہے۔ رسی کے سروں سے دو چھوٹے
کرے بندھے ہیں جن میں سے ہر ایک کی کمیت م
ہے۔ میز کے اوپر کا کرہ ایک دائرہ میں گردش کرتے
کرتے کسی چیز سے ٹکرا کر اپنی نصف رفتار کھو دیتا ہے۔
دریافت کرو کہ نیچے کے کرے کی کمیت میں کتنی کمی
کی جائے کہ اوپر کا کرہ دائرے میں گردش کرتا رہے۔

(۲۲) ایک رسی ط ل و ق ایک چکنی میز کے سوراخ
میں سے گذرتی ہے۔ رسی کا حصہ ل و ط میز پر ہے
اور حصہ ط و ق میز کے نیچے ہے اور سمت عمودی سے
۵۴° کا زاویہ بناتا ہے لیکن اس طرح کہ ط اور ق ایک
ہی عمودی خط میں واقع ہیں۔ اگر ط اور ق پر جویم
یا تار دے جائیں اور رسی کے دونوں حصوں کو کس کر
دونوں حصوں کو اتنی سمت میں پھینکا جائے اور اگر
اس طرح پھینکنے سے سطح ط ل و ق ہمیشہ عمودی رہے
اور زاویہ ط ل و ق ۵۴° کا رہے تو دونوں حصوں کی سمتوں
کی نسبت معلوم کرو۔ اگر رسی کا طول ۴ فٹ ہو تو
رسی کی گردش کی مدت بھی معلوم کرو۔

(۲۳) ایک جسم جس کی کمیت م ہے ایک میز پر حرکت کرتا ہے لیکن اس طح کہ جسم ایک رسی کے ایک سرے سے بندھا ہے جس کا دوسرا سر میز کے ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے اور رسی ایسی ہے کہ کھینچنے سے اس کا طول بڑھ سکتا ہے اور اس کی لچک کا مقیاس لہ ہے۔ اگر رسی کا اصلی طول ۱ ہو اور جسم ایک ایسے دائرے میں گردش کر رہا ہو جس کا نصف قطر ن ہے تو جسم کی رفتار معلوم کرو۔

(۲۴) ایک لچکدار رسی کا ایک سر ایک ثابت نقطے ۱ سے بندھا ہے اور دوسرے سرے سے ایک ذرہ لٹک رہا ہے۔ رسی کی لچک کا مقیاس ذرے کے وزن کا دو چند ہے اور رسی کا اصلی طول ل ہے۔ اب رسی کو ایک مخروطی رقاص کی صورت میں گھمایا جاتا ہے جس کا محور ۱ میں سے گذرنے والا عمودی خط ہے اگر غیر متبدل حرکت کی حالت میں ۱ سے نیچے گول راستے کا فاصلہ ل ہو تو ثابت کرو کہ ذرے کی رفتار ۳ ج ل ہوگی۔

(۲۵) سوال (۸) میں افقی دباؤ معلوم کرو جبکہ رفتار (۱) ۳۰ میل فی گھنٹہ (۲) ۶۰ میل فی گھنٹہ

ہو۔ گاڑی کی کمیت دس ٹن ہے۔ ہر ایک صورت میں بیان کرو کہ کونسی ریل کا دباؤ پڑتا ہے؟

باب دہم

جاذبہ ارض کے زیر عمل ایک چکنے منحنی پر حرکت

۱۴۵۔ اس کتاب میں ایک ذرے کی حرکت کے اس عام مسئلہ پر بحث نہیں ہو سکتی جبکہ ذرہ کوئی سی مقروضہ قوتوں کے زیر عمل ایک منحنی پر چلایا جائے یا جبکہ ذرہ جاذبہ ارض کے زیر عمل کسی منحنی پر چلایا جائے۔

جاذبہ ارض کے زیر عمل صرف ایک صورت ہے جو ہم ابتدائی اصولوں کی امداد سے حل کر سکتے ہیں اور جو کہ حرکت کے متعلق بہت سے امور دریافت کرنے کے لئے مفید ہے۔

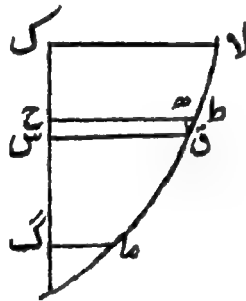
۱۴۶۔ مسئلہ۔ اگر ایک ذرہ ایک چکنے منحنی کی ایک قوس پر نیچے کی طرف پھسلتا ہوا سطح عمودی میں حرکت کرے اور اگر اس کی ابتدائی رفتار b ہو اور عمودی فاصلہ h پھسلنے کے بعد رفتار v ہو تو ثابت کر دو کہ

$$v^2 = b^2 + 2gh$$

فرض کر دو کہ h منحنی کا وہ نقطہ ہے جہاں سے

ذره پھسلنا شروع کرتا ہے اور ما وہ نقطہ منحنی ہے۔
جس کا عمودی فاصلہ لا سے می ہے۔ لاک اور
ماگ افقی خط کھینچو جو کسی عمودی خط کو ک اور گ
پر ملیں۔

فرض کرو کہ ط اور ق منحنی پر دو نقطے ہیں جو ایک
دوسرے کے بہت قریب ہیں۔ ک گ پر ط ح اور
ق س عمود کھینچو۔ تو ط ق تقریباً خط مستقیم کا ایک
چھوٹا ٹکڑا ہوگا۔
ق ح عمودی سمت میں کھینچو تاکہ ط ح سے ح پر ملے۔



ط پر اسراع ط ق کی سمت میں ج جم ح ق ط ہے۔
اس لئے اگر ط اور ق پر رفتاریں لپ اور لچ ہوں تو
 $\frac{لچ}{لپ} = \frac{ج جم ح ق ط}{ج جم ح ق} = \frac{ط ق}{ط} = ج ح ق$
 $\frac{لچ}{لپ} = ج ح ق$

یعنی رفتار کے مربعات میں جو تبدیلی ہوتی ہے وہ ط اور ق
کے درمیانی عمودی فاصلے کے باعث ہوتی ہے۔ چونکہ

علم حرکت ۳۴۲ باب دہم

یہ قوس کے ہر ایک چھوٹے جزء کی صورت میں صحیح ہے اس لئے یہ تمام قوس لا ما کی صورت میں صحیح ہے۔

اس لئے لا سے ما تک پھسلنے میں رفتار کے مربے میں جو تبدیلی ہوگی وہ عمودی فاصلے ہی کے عہد ہوگی یعنی

$$۲ = ب' + ۲ ج ی$$

مسئلہ بالا اصول بقاء توانائی کے ذریعہ بھی ثابت ہو سکتا ہے چونکہ منحنی چکنا ہے اس لئے قوس کا عمل ہمیشہ ذرے کی سمت حرکت پر عمود ہوگا۔ اس لئے (بموجب سکونیا دفعہ ۱۹۶) منحنی کا دباؤ ذرے پر کوئی کام نہیں کرتا۔ اس لئے جو قوت کام کرتی ہے وہ صرف ذرے کا وزن ہے۔

چونکہ توانائی کی تبدیلی اس کام کے مساوی ہے جو ذرے پر ہوا اس لئے

$$\frac{۱}{۲} م ۲ - \frac{۱}{۲} م ب' = کام جو وزن نے کیا = م ج ی$$

$$۲ = ب' + ۲ ج ی$$

۱۴۷۔ اگر چکنے منحنی کے نیچے کی طرف پھسلنے کی بجائے اس منحنی پر اوپر کی طرف پھینکا جائے تاکہ اوپر کی طرف حرکت کرے۔ تو اس صورت میں اگر ابتدائی رفتار ب ہو اور عمودی فاصلہ ہی طے کر چکنے کے بعد

علم حرکت ۳۴۳ باب دہم
رفتار ہو تو یہ رفتار مساوات ذیل سے حاصل ہوگی

۲ = با - ۲ ج ی
اس لئے ذرے کی رفتار اس وقت تک معدوم نہوگی جب تک کہ ذرہ منحنی کے ایک ایسے نقطے پر نہ پہنچے جس کا عمودی فاصلہ نقطے رمی سے $\frac{با}{۲ ج}$ ہے۔
اس سے ظاہر ہے کہ جس بلندی تک ذرہ اوپر چڑھ سکتا ہے وہ منحنی کی شکل پر منحصر نہیں ہے۔ اور یہ بھی ضروری نہیں ہے کہ ذرہ اپنی حرکت کے دوران میں اوپر وار ہی چڑھتا رہے۔ یہ ممکن ہے کہ ذرے کی حرکت پہلے اوپر کی طرف ہو پھر نیچے کی طرف پھر اوپر کی طرف و علیٰ ہذا القیاس۔ جس مقام پر آخر کار ذرہ ساکن ہوگا اس کی بلندی ہی ہوگی اس مقام سے جہاں ذرے کی رفتار با ہے۔
اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ اگر ایک ذرہ حالت سکون سے ایک چکنی قوس پر حرکت کرے تو وہ اس وقت ساکن ہوگا جبکہ وہ نقطۂ ابتداء حرکت کے مساوی بلندی تک پہنچے گا۔ نٹ گاڑی اس کی ایک تقریبی مثال ہے۔ کیونکہ یہہ جس مقام سے چلتی ہے اسکے مساوی بلندی تک پھر چڑھ جاتی ہے۔
نظراً اور عملاً جو نتائج حاصل ہوتے ہیں ان میں تھوڑا سا

میں ہوا ہے اس کی وجہ ہوا کی مزاحمت اور پہیوں کی رگڑ ہے جو نظر انداز نہیں ہو سکتی اگرچہ مقدار میں کم ہے۔
نٹ گاڑی کا وزن جتنا زیادہ ہوگا اتنا ہی کم فرق نظری اور عملی نتائج میں ہوگا۔

ایک ایسے مقام پر جس کی بلندی نقطہ ابتداء حرکت سے سی ہے رفتار ایک ہی ہوگی خواہ وہاں ذرہ اوپر جا رہا ہو یا نیچے جا رہا ہو۔

دفعہ گذشتہ کا مسئلہ صرف حرکت بجاذبہ ارض کے لئے ہی صحیح نہیں ہے بلکہ وہ ہر ایک ایسے ذرے کی حرکت کے لئے بھی درست ہے جو کسی چکنے منحنی پر ایک مستقل قوت کے زیر عمل حرکت کرے جہاں قوت کی سمت بھی مستقل رہتی ہے۔ ایک چکنی مائل سطح پر کی حرکت اسکی ایک مثال ہے۔

یہ مسئلہ اس صورت میں بھی صحیح ہے جب ہم منحنی کی بجائے ایک بے لچک رسی رکھیں جو ایک ثابت نقطے سے بندھی ہو یا ایک سلاخ رکھیں جو ذرے کی حرکت کی سمت پر ہمیشہ عمود وار رہے۔ کسی منحنی پر ذرے کی حرکت کا عام مسئلہ علم احصا کی امداد کے بغیر عموماً حل نہیں ہو سکتا۔

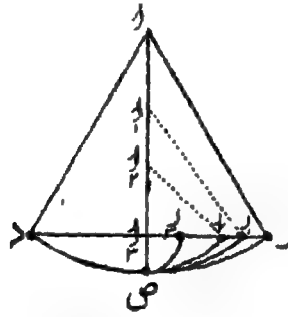
۱۴۸۔ گلیلیو کا تجربہ

جو جسم ایک چکنے منحنی پر نیچے کی طرف پھسل رہا ہو

علم حرکت ۳۴۵ باب دہم

اس کی حرکت کے متعلق صحیح تجربے کرنا آسان نہیں ہے۔ کیونکہ عملاً یہ ناممکن ہے کہ چکنا منحنی دستیاب ہو سکے۔ لیکن ہم اس کی مشابہ صورت میں مسئلہ دفعہ ۱۴۶ کی تصدیق تجربوں کے ذریعہ کر سکتے ہیں یعنی ایسی صورت میں جہاں ذرہ ایک رسی سے بندھا ہے۔

ایک وزنی جسم کو مثلاً سیسے کی گولی۔ اس کو ایک ہلکی نرم رسی کے ایک سرے سے باندھ دو۔ رسی کا دوسرا سرا ایک ثابت نقطے A سے باندھ دو۔ اب جسم کو ایک تختہ سیاہ کے سامنے جھولنے دو تو جسم ایک دائرے کی قوس پر حرکت کریگا جس کا مرکز A ہے۔



تختہ سیاہ پر نقطہ A کا نشان لگاؤ جہاں سے جسم حرکت کرنے کے لئے چھوڑا جاتا ہے۔ اس نقطے A میں سے ایک افقی خط AB لے لیں۔ اگر اب گولی کو جھولنے دیا جائے تو وہ دوسری طرف ایک نقطہ C پر ساکن ہوگی جو تقریباً خط AB پر واقع ہے

اب ایک نقطہ ۱ تختہ سیاہ پر لو جو عموداً ۱ کے نیچے ہو۔
۱ پر ایک کیل گاڑ دو جو اتنی بڑی ہو کہ سی جھولتے وقت
اس میں ایک سکے۔ اب اگر گولی کو پہلے کی طرح نقطہ
د سے چھوڑا جائے تو پہلے تو وہ قوس د ص پر چلے گی
پھر قوس ص ب پر حرکت کرے گی جس کا مرکز ۱ ہے۔
یہ معلوم ہو گا کہ نقطہ ب جہاں وہ ساکن ہوگی تقریباً
افقی خط د ب پر واقع ہے۔ اب اس عمل کو معکوس
کرو یعنی گولی کو ب سے چھوڑو۔ تو اس کا راستہ
ب ص د ہو گا۔

اب اُپر اور پھر بعد اس کے اُپر پر کیل گاڑ کر یہ تجربہ کرو۔ ہر ایک صورت میں یہی نتیجہ حاصل ہوگا یعنی یہ کہ اگر گولی کو د سے چھوڑا جائے تو دوسری طرف وہ ایسے نقطے پر ساکن ہوگی جو تقریباً اس افقی خط میں واقع ہوگا جو د میں سے گزرتا ہے۔

اگر ہوا کی مزاحمت نہ ہو (جو اگرچہ کم ہے لیکن قابل شمار) تو نقطے ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۳۳، ۵۳۴، ۵۳۵، ۵۳

علم حرکت ۳۴۸ باب دہم

$$\text{تب } \frac{ر}{ج۲} = \frac{ک}{ج۲} \times \frac{ک}{ج۲} = \frac{ک}{ج۲}$$

ط و کی سمت میں قوت

$$= \frac{م}{ج} \text{ جم تہ } - ح$$

جہاں تہ زاویہ ط و ۱ ہے۔

لیکن بموجب دفعہ ۱۳۵ ط و کی سمت میں جو قوت ہے وہ لازماً $\frac{ر}{ن}$ م کے مساوی ہے۔

$$\therefore \frac{م}{ن} = \frac{م}{ج} \text{ جم تہ } - ح$$

$$\therefore ح = م - \left[\frac{م}{ج} \text{ جم تہ } - \frac{ر}{ن} \right]$$

$$= م - \left[\frac{ج-ن-ی}{ن} - \frac{ج۲-ی}{ن} \right]$$

$$= \frac{م}{ج} - \frac{ن-۳ی}{ن}$$

اس سے ظاہر ہے کہ جب ۳ ی = ن یعنی ی = $\frac{ن}{۳}$ ہو جاتا ہے تو اس وقت عمل ح معدوم ہو جاتا ہے اور اس کی علامت بدل جاتی ہے۔ اس لئے ذرہ اس وقت منحنی پر سے اتر جائے گا اور آزادانہ ایک قطع مکانی میں حرکت کرے گا۔ کیونکہ اس خاص مقام سے گزرنے کے بعد ذرہ اسی صورت میں دائرے پر رہ سکتا ہے اگر عمل ح تناؤ کی صورت اختیار کرے

باب دہم

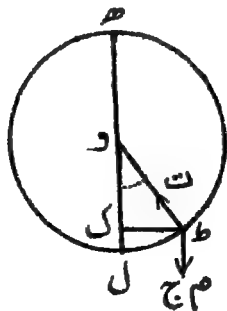
۲۲۹

۱۵۰۔ عمودی دائرے میں حرکت۔ ایک ذرہ

جس کی کمیت م ہے ایک رسی کے ذریعہ جس کا طول
ن ہے ایک ثابت نقطے سے سمت شاقولی میں لٹکتا
ہے۔ اب اس کو رفتار ب سے حرکت دی جاتی ہے
اور یہہ ایک عمودی دائرے میں گردش کرنے لگتا ہے۔
اس حرکت کے دوران میں کسی نقطے پر رفتار اور تناؤ
دریافت کرو۔ اور وہ شرط بھی دریافت کرو جس کے پورے
ہونے سے ذرہ عین پوری گردش کر سکے۔

فرض کرو کہ ثابت نقطہ جس سے رسی بندھی ہے وہ ہے۔
اور وہیں سے خط اول شاوولی سمت میں کھینچا گیا ہے۔
فرض کرو کہ نقطہ ط پر ذرے کی رفتار رہے اور رسی
کا تناؤ ت ہے۔

ول پر طاک عمود کھینچو۔ فرض کرو کہ $L = 1$ م
فرض کرو کہ زاویہ $\theta = 90^\circ$ تہ



علم حرکت ۳۵۰ باب دہم

تب بموجب دفعہ ۱۴۷ $۲ = ۲ - ۲$ ج ی (۱)
اور بموجب دفعہ ۱۳۵ $\frac{۲}{ن}$ مساوی ہے اس قوت
کے جو ذرے پر عا د ط و کی سمت میں عمل کرتی ہے۔

$$\text{م} = \frac{۲}{ن} = \text{ت} - \text{م} \text{ ج جم تہ}$$

$$= \text{ت} - \text{م} \text{ ج} \frac{ن-۲}{ن}$$

$$\text{ت} = \text{م} = \frac{۲ + \text{ج} (ن-۲)}{ن}$$

$$\text{یعنی ت} = \text{م} = \frac{۲ + \text{ج} (ن-۳)}{ن} \dots\dots\dots (۲)$$

مساوات (۱) و (۲) سے ذرے کی رفتار اور رسی کا
تناؤ طریق کے کسی نقطے پر معلوم ہو گیا۔

اگر رسی کا تناؤ منفی ہو جائے تو ذرہ دائرے کے
بلند ترین نقطے پر نہیں پہنچ سکتا۔ تناؤ کے منفی
ہونے کے معنی یہ ہوں گے کہ رسی بجائے کھینچنے
کے دھکیلنا شروع کرتی ہے۔ اور یہ ناممکن ہے
کیونکہ رسی دھکیل نہیں سکتی۔

اس لئے ذرہ عین پوری گردشیں اس صورت میں کرے گا
جبکہ تناؤ بلند ترین نقطے پر صفر ہو سکے جہاں $۲ = ۳$

یہ اس حالت میں ہوگا جب

$$ب^۲ + ج(ن - ۶ن) = - بذریعہ مساوات (۲)$$

یعنی جب $ب^۲ = ۵ ج ن$

پس پوری گردشیں اس صورت میں ممکن ہیں جب کہ $ب^۲ \geq ۵ ج ن$ سے کم نہ ہو۔

اگر $ب^۲ = ۵ ج ن$ تو پست ترین نقطے پر

$$\text{تناؤ} = م \frac{۵ ج ن + ج ن}{ن} = ۶ م ج پونڈل$$

اس لئے رسی اس قدر مضبوط ہونی چاہیئے کہ جسم کے وزن کا چھ گنا سہارہ سکے۔

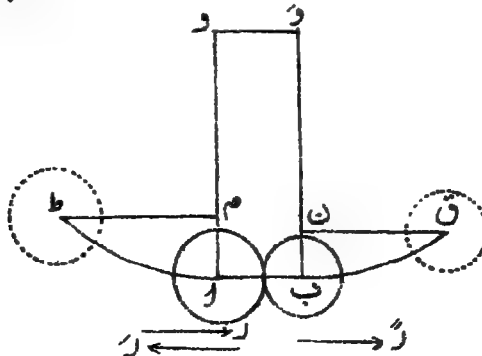
۱۵۱۔ نیوٹن کا تجربی قانون۔ بذریعہ مسئلہ دفعہ ۱۴۷

ہم بتلا سکتے ہیں کہ نیوٹن نے قانون تصادم (جس کا بیان دفعہ ۱۱۸ میں ہوا) کس طرح دریافت کیا۔

دو چھوٹے کرے متوازی رسیوں ۱ اور ۲ کے ذریعہ لٹکاؤ۔

رسیوں کے طول اس قدر ہوں کہ جب دونوں کرے بلا تکلف لٹک

رہے ہوں تو وہ عین مس کریں اور ان کے مرکز ایک ہی افقی خط میں واقع ہوں۔



اب کرے ۱ کو پیچھے کی طرف کھینچو لیکن رسی کسی رہے۔
 کرے کو اس قدر کھینچو کہ اس کے مرکز کی بلندی ۱ ص (= ی)
 ہو۔ یہ بلندی مرکز کی ابتدائی وضع ۱ سے ناپی جائے گی۔
 اب یہاں سے کرے کو چھوڑ دو تاکہ بلا تکلف حرکت کرے۔
 یہ کرے ۱ نیچے کی طرف آئے گا اور دوسرے کرے ب
 سے ٹکرائے گا۔

جب کرے ۱ باب سے ٹکراتا ہے تو ۱ کی رفتار ۲ ج ی ہوگی
 فرض کرو کہ ٹکر کے بعد کروں کی رفتاریں ۱ اور ۲ ہیں اور
 ی اور ی وہ بلندیاں ہیں جہاں تک وہ ان رفتاروں کی
 وجہ سے اوپر وار جاتے ہیں۔

تو ۱ = ۲ ج ی اور ۲ = ۲ ج ی
 کرے ۱ ٹکر کے بعد یا تو پیچھے ہٹے گا یا ساکن رہے گا یا ب
 کے پیچھے جائے گا۔

فرض کرو کہ کرے ۱ پیچھے ہٹتا ہے تو رفتار بتاعدہ ۱ + ۲
 یعنی ۲ ج (۱ ی + ۱ ی) ہے۔

رفتار تقارب ۲ ج × ۱ ی تھی

مختلف تجربے کرنے سے ہمیں معلوم ہوگا کہ ی کی قیمت
 خواہ کچھ ہی ہو اور ۱ اور ب کی کمیتوں کی نسبت خواہ
 کچھ ہی ہو (۱ ی + ۱ ی) اور ۱ ی کی نسبت ایک
 ہی رہے گی۔ اس نسبت کا انحصار ۱ اور ب کے

مادوں کی قسموں پر ہوگا۔

ہم نے صرف ایک آسان صورت پر غور کیا ہے۔ اگر ہم کروں کو مناسب مقامات سے حرکت کرنے کے لئے چھوڑیں اور ایسا کرنے میں احتیاط سے کام لیں تو ہم دونوں کروں کو پیچھے ہٹا کر اس طرح چھوڑ سکتے ہیں کہ ٹکڑے وقت دونوں ٹکڑے اپنے اپنے راستوں کے بہت تریں نقطوں پر ہوں۔ نیوٹن کا قانون ہر صورت میں صحیح ثابت ہوگا۔

امثلہ نمبری (۲۵)

(۱) ایک ذرہ جس کی کمیت ۵ پونڈ ہے ایک تین فٹ لمبی رسی کے ذریعہ لٹکتا ہے۔ رسی کا اوپر کا سرا ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے۔ اگر ذرے کو ۲۵ فٹ فی ثانیہ کی افقی رفتار سے حرکت دیجائے تو جب رسی (۱) افقی ہو جائے (۲) اوپر وار عمودی سمت میں ہو، ان دونوں وضعوں میں ذرے کی رفتار اور رسی کا تناؤ دریافت کرو۔

(۲) سوال (۱) میں اگر یہہ مقصود ہو کہ ذرہ عین پوری گردشیں کرے تو رفتار رومی کی اقل قیمت دریافت کرو اور یہہ بھی بتاؤ کہ رسی کم سے کم کتنا وزن سہارنے کے قابل ہونی چاہیئے۔

(۳) ایک ۳ فٹ لمبی رسی کا ایک سرا ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے اور اس کے دوسرے سرے سے م

کمیت کا ایک جسم بندھا ہے۔ جسم کو پکڑ کر رسی کو افقی وضع میں لا کر چھوڑ دیا گیا ہے۔ دریافت کرو کہ جب رسی شاقولی سمت میں ہوگی تو اس وقت اس کا تناؤ کیا ہوگا اور جسم کی رفتار کیا ہوگی؟

(۴) ایک چکنا حلقہ جس کا قطر ۹ فٹ ہے عمودی سطح میں رکھا گیا ہے۔ اس حلقے میں ایک منکا پرویا گیا ہے۔ اگر منکے کو حلقے کے بلند ترین نقطے سے نیچے کی طرف پھسلنے کے لئے چھوڑ دیا جائے تو اس کی رفتار دریافت کرو جبکہ وہ

(۱) پست ترین نقطے پر پہنچے

(۲) افقی قطر کے سرے پر پہنچے

(۳) سمت شاقولی میں قطر کا ایک ثلث طے کرے

(۴) کل محیط کا دو ثلث طے کرے۔

(۵) ایک وزنی ذرہ ایک رسی کے ایک سرے سے بندھا ہے۔

رسی کا طول ۱۰ فٹ ہے اور اس کا دوسرا سرا ایک

ثابت نقطے سے بندھا ہے۔ اب رسی کو ایک عمودی

دائرے میں گھمایا جاتا ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ ذرہ عین

پوری گردشیں کر سکے تو دائرے کے پست ترین نقطے پر

ذرے کی رفتار کیا ہوگی اور رسی کا تناؤ کیا ہوگا؟

(۶) دو عمودی رسیاں ایک توپ کو افقی وضع میں سہارتی

ہیں۔ ہر ایک رسی کا طول ۹ فٹ ہے۔ اس توپ کے

ذریعہ ۳۶ پونڈ کمیت کا ایک گولہ چلایا جاتا ہے۔ گولے کے چلنے سے توپ پیچھے کو ہٹتی ہے اور عموداً ۲۱۲۵ فٹ اوپر جاتی ہے۔ تو گولے کی ابتدائی رفتار دریافت کرو اور یہ بھی دریافت کرو کہ گولے کے چلنے کے وقت رسیوں کا تناؤ کیا تھا۔ اور جس وقت توپ پیچھے ہٹ کر پہلی بار ساکن ہوئی اس وقت تناؤ کیا تھا؟

(۷) ایک چھوٹا وزنی حلقہ ایک رسی پر چڑھا ہوا ہے۔ رسی کا طول ۳۴ فٹ ہے اور اس کے دونوں سرے دو ثابت نقطوں ۱ اور ۲ سے بندھے ہیں۔ ۱ اور ۲ کا درمیانی فاصلہ ۳۰ فٹ ہے اور خط ۱-۲ افقی ہے۔ جب حلقہ ۱ سے ۵ فٹ ہے تو اس کو وہاں پکڑ کر رسی کو کس کر حلقے کو چھوڑ دیتے ہیں۔ ثابت کرو کہ جب حلقہ ۳ فٹ رسی طے کر چکتا ہے تو اس کی رفتار تقریباً ۱۰.۱۱۲ فٹ فی ثانیہ ہوگی۔

(۸) ایک ذرہ ایک دائرے کی قوس پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے۔ ثابت کرو کہ دائرے کے پست ترین نقطے پر ذرے کی رفتار اس طرح بدلتی ہے جس طرح کہ قوس نزول کا وتر بدلتا ہے۔

(۹) ایک ذرہ ایک چکنے عمودی دائرے پر باہر کی طرف بلند ترین نقطے سے حالت سکون سے پھسلنا شروع کرتا ہے۔ دائرے پر سے اترنے کے بعد جس قطع مکانی میں ذرہ حرکت کریگا اس کا وتر خاص دریافت کرو۔

(۱۰) م کھیت کی ایک گولی ایک عمودی مدور چکنی نلی میں بلند ترین مقام پر پڑی ہے اور ۲ م کھیت کی ایک گولی نلی میں پست ترین مقام پر پڑی ہے۔ اب گولی م اوپر سے پھسلنا شروع کرتی ہے اور اندر ہی پھسلتے پھسلتے گولی ۲ م سے جا کر ٹکراتی ہے۔ اگر لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو دریافت کرو کہ ٹکڑے کے بعد گولیاں نلی کے اندر کہاں تک اوپر وار جائیں گی ؟

(۱۱) اتنی دانت کے دو مساوی گولے متوازی رسیوں کے ذریعہ ٹک رہے ہیں اس طرح کہ گولے مس کرتے ہیں اور ان کا خط مرکزین افقی ہے۔ ان نقطوں سے جہاں رسیاں بندھی ہیں خط مرکزین کا عمودی فاصلہ ۲ فٹ ہے۔ ان گولوں سے تجربہ کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ اگر ایک گولے کو ایسے مقام سے چھوڑیں جہاں کہ اس کی رسی کا میلان سمت عمودی سے 60° ہے تو یہ گولہ دوسرے گولے سے ٹکرا کر اس کو حرکت دیتا ہے اور دوسرا گولہ اس حرکت سے 90° انچ عموداً اوپر وار جاتا ہے۔ گولوں کی لچک کی قدر دریافت کرو۔

(۱۲) ایک دائرے کی قوس کے محاذی مرکز پر 30° کا زاویہ بننا ہے۔ یہ قوس سطح عمودی میں اس طرح ثابت کر دی گئی ہے کہ اس کا بلند ترین نقطہ اور اس کا مرکز ایک ہی افقی خط میں واقع ہیں۔

علم حرکت ۳۵۷ باب دہم

اب ایک ذرہ اس قوس کے بلند ترین مقام سے حالت سکون سے پھسلنا شروع کرتا ہے اور پھسلتے پھسلتے قوس پر اتر جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ قوس پر سے اترنے کے بعد جو قطع مکانی ذرے کی حرکت سے بنتا ہے اس کا وتر خاص قوس کے نصف قطر کا نصف ہے۔

(۱۳) ایک بے وزن بے لچک رسی کا طول ۲ ل ہے اور اس کے دونوں سرے دو نقطوں ۱ اور ۲ سے بندھے ہیں۔ فاصلہ ۱۲ ب طول میں ل کے مساوی ہے اور سمت میں افقی ہے۔ ایک جسم س جس کی کمیت م ہے رسی کے وسط میں بندھا ہے۔ اگر س کو سطح ۱ س ۲ کی عمودی سمت میں پھینکا جائے اور رفتار رمی اس رفتار سے دو چند ہو جو پوری گردش کے لئے ضروری ہے تو رسی کا بڑے سے بڑا اور کم سے کم تناؤ دریافت کرو۔

جس وقت جسم س اپنے بلند ترین اور پست ترین مقامات کے عین درمیان ہو اگر اس وقت رسی کا ایک حصہ کاٹ دیا جائے تو حرکت کس طرح ہوگی؟

(۱۴) ایک مشین منظم کے سات ضلعوں کی شکل کی ایک تلی ہے۔ اس کے ہر ایک ضلع کا طول ۱ ہے۔ یہ تلی اس طرح رکھی ہے کہ اس کا ایک سرے کا ضلع سب سے نیچے ہے اور اُتلی ہے اور دوسرے سرے کا ضلع عمودی ہے۔ ایک بے لچک ذرہ اس کے اندر سرے پر رکھ دیا گیا ہے۔

یہ ذرہ ایک رسی کے ذریعہ سے ایک دوسرے مساوی ذرے سے بندھا ہے جو سمت شاقولی میں لٹکتا ہے۔ ذروں کی رفتاریں اس وقت کیا ہونگی جب پہلا ذرہ تلی سے نکلے گا؟ (۱۵) اگر یہ تسلیم کر لیا جائے کہ زمین ایک کرہ ہے جس کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل ہے تو ثابت کرو کہ خط استوا پر زمین کی گردش کی وجہ سے کسی جسم کا مرنی وزن بقدر $\frac{1}{184}$ کے کم ہو جائیگا۔ اگر خط استوا پر ایک ریل گاڑی ایک میل فی دقیقہ کی رفتار سے مشرق کی جانب جا رہی ہو تو ثابت کرو کہ اس کا مرنی وزن بقدر ۴۰۰ کے کم ہو جائے گا۔

(۱۶) ایک ذرہ ایک چکنے منحنی پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے۔ جب وہ عمودی فاصلہ ہی طے کر چکتا ہے تو اس کی رفتار محصلہ اس قدر ہوتی ہے کہ ان نصف قطر والے عمودی دائرے پر اندر کی طرف پوری گردشیں کر سکے (جیسا کہ مرکز گریز ریل گاڑی میں ہوتا ہے)۔ ثابت کرو کہ ۲ سی لازماً ۵ ن سے بڑا ہوگا۔

(۱۷) دفعہ ۱۵۱ کے تجربہ میں کروں کی کمیت مساوی ہے اور وہ مساوی رسیوں کے ذریعہ سے لٹکتے ہیں۔ پہلا کرہ نیچے آنے میں ایک ایسی قوس طے کرتا ہے جس کا وتر لا ہے اور دوسرا کرہ ٹکر کے بعد اوپر وار جانے میں ایک ایسی قوس طے کرتا ہے جس کا وتر ما ہے۔ ثابت کرو کہ لچک کی قدر $\frac{2}{3}$ ما۔ لا ہوگی۔

(۱۸) ایک چھوٹی گولی ایک بے پلک رسی کے ایک سرے سے بندھی ہے اور رسی کا دوسرا سر ایک ثابت نقطے و سے بندھا ہے۔ گولی کو پکڑ کر رسی کسی گئی ہے اس طح کہ گولی کا عمودی فاصلہ و سے $\frac{1}{2}$ فٹ ہے۔ اب گولی کو چھوڑ دیا جاتا ہے۔ اگر رسی کا طول ۳ فٹ ہو تو رسی کے دوبارہ کسنے کے عین بعد گولی کی رفتار معلوم کرو اور یہ بھی دریافت کرو کہ و سے عموداً اوپر وار کتنے فاصلہ تک گولی جاسکے گی ؟

(۱۹) ایک ذرہ ایک چکنے عمودی دائرے پر اندر کی طرف حرکت کرنے کے لئے پھینکا گیا ہے۔ اس کی رفتار پست ترین

نقطے پر $\frac{1}{8}$ [۹۵ ج ن] ہے جہاں ن دائرے کا نصف

قطر ہے۔ ثابت کرو کہ جس وقت ذرہ دائرے کے اس نقطے پر پہنچے گا جس کا زاوی فاصلہ بلند ترین مقام سے $\frac{1}{8}$ ہے اس وقت ذرے کی رفتار $\frac{1}{8}$ [۹۵ ج ن] ہوگی اور ذرہ دائرے پر سے اتر جائے گا۔

(۲۰) ایک گولی جس کی کمیت ۲۰۰ گرام ہے ۴۰۰ میٹر فی ثانیہ کی افقی رفتار سے حرکت کرتی ہوئی ایک کمعب کے پہلو کے عین مرکز میں لگتی ہے اور اس میں گھس جاتی ہے۔ کمعب کی کمیت ۲۰ کیلو گرام ہے اور وہ ایک رسی کے ذریعہ سے لٹکتا ہے۔ دریافت کرو کہ کمعب کس قدر فاصلے تک

عموداً اوپر وار جا کر ساکن ہو گا؟
(۲۱) ریت کے ایک صندوق کی کمیت ۲۰۰۰ پونڈ ہے اور وہ دو عمودی رسیوں کے ذریعہ سے لٹکتا ہے۔ ہر ایک رسی کا طول ۸ فٹ ہے ۲۰۰ پونڈ کمیت کا ایک گولہ افقی سمت میں اس طرح چلایا جاتا ہے کہ صندوق کے مرکز ثقل کی سیدھ میں لگے اور صندوق میں گھس جائے۔ اگر گولے کے لگنے سے صندوق کا مرکز ثقل ایک ایسی قوس میں حرکت کرے جس کا وتر ۶ فٹ ہے تو ثبات کرو کہ گولے کی رفتار ۱۲۱۲ فٹ فی ثانیہ ہے۔

اگر گولے کی کمیت گ اور صندوق کی کمیت ص ہو اور ہر ایک عمودی رسی کا طول ل ہو اور قوس حرکت

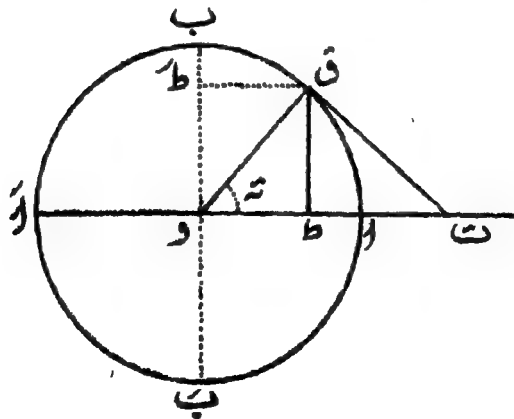
کا وتر ت ہو تو ثبات کرو کہ گولے کی رفتار $\sqrt{\frac{2g}{L} \times \frac{V}{V+g} \times \frac{L}{2}}$ ہو گی۔

[یہ اس سوال کی عام صورت ہے۔ اس کے ذریعہ سے ہم کسی گولے یا گولی کی رفتار معلوم کر سکتے ہیں۔ ت کی قیمت ہمیں تجربہ سے معلوم کرنی ہو گی]

باب یازدہم

بسیط موسیقی حرکت - رقاص

۱۵۲۔ مسئلہ۔ اگر ایک نقطہ ق ایک دائرے پر یکساں زاوئی رفتار سے حرکت کرے اور دائرے کے ایک ثابت قطر $دو$ پر ق سے عمود کھینچا جائے اگر اس عمود کا پایہ ہمیشہ $ط$ ہو تو ثابت کرو کہ $ط$ کا اسراع دائرہ کے مرکز $و$ کی جانب ہوگا اور اس طرح بدلیگا جس طرح $ط$ اور $و$ کا درمیانی فاصلہ۔ ساتھ ہی $ط$ کی رفتار اور کسی فاصلے کو طے کرنے کی مدت بھی معلوم کرو۔



فرض کرو کہ دائرے کا نصف قطر n ہے اور فرض کرو کہ زاویہ $ق و ا$ تہ ہے۔ نقطہ $ق$ پر مماس $ق ت$ کی پیمائش جو $و ا$ سے $ت$ پر ملے۔ فرض کرو کہ دائرے پر $ق$ کی یکساں زاویائی رفتار $ھ$ ہے جو عمود کہ $ق$ سے $ا$ پر کھینچا جاتا ہے، $ط$ ہمیشہ اس عمود کے پایہ پر رہتا ہے۔ اس لئے $ط$ کی رفتار وہی ہوگی جو $ق$ کی رفتار کا جز تحلیلی $ا$ و کی سمت میں ہے اور $ط$ کا اسراع بھی $ق$ کے اسراع کے جز تحلیلی کے مساوی ہوگا جو سمت $ا$ و میں لیا جائے۔

بوجب دفعہ ۱۳۵ نتیجہ صریح (۱) $ق$ کا اسراع $ھ$ ان ہے اور اس کی سمت $ق و$ ہے۔

اس لئے $ط$ کا اسراع $ط و$ کی سمت میں = $ھ$ ان جم تہ = $ھ$ و ط یعنی $ط$ کا اسراع اس طرح بدلتا ہے جس طرح $ط$ کا فاصلہ مرکز دائرہ سے۔
اور $ط$ کی رفتار

= ان ھ جم $ق ت و$ ان ھ جب تہ = $ھ$ ط $ق$ = $ھ$ ان لا (۱)

جہاں $وط = لا$

یہ رفتار $ا$ اور $ا$ پر صفر ہے اور اس کی بڑی سے بڑی قیمت $و$ پر ہوتی ہے۔

جب $ط$ ، $ا$ و میں سے گذرتا ہے تو اسراع معدوم

ہو جاتا ہے اور اپنی علامت بدل لیتا ہے۔
 اس لئے نقطہ ط، ا پر ساکن ہوتا ہے یعنی اس کی رفتار
 ا پر صفر ہوتی ہے لیکن اس کے اسراع کی قیمت ا پر
 بڑی سے بڑی ہوتی ہے۔ ا سے چل کر جب نقطہ و پر
 پہنچتا ہے تو اس کا اسراع تو صفر ہوتا ہے لیکن اس کی
 رفتار کی قیمت بڑی سے بڑی ہوتی ہے۔ جب ط، ا پر
 پہنچتا ہے تو پھر وہ ساکن ہوتا ہے یعنی اس کی رفتار صفر
 ہوتی ہے اور اس کا اسراع یہاں پھر قیمت اعظم رکھتا ہے
 اور ط اسی راستے سے ا پر واپس آتا ہے۔

اب وقت کا شمار کرو۔

وہ مدت جو کوئی فاصلہ ا ط طے کرنے میں لگتی ہے مساوی
 ہے اس وقت کے جو نقطہ ق قوس ا ق طے کرنے

میں صرف کرتا ہے اور یہ وقت = $\frac{1}{\frac{1}{\text{جہم}}}$ (لا) (۲)
 اس لئے ا سے ا تک جانے کی مدت

$$= \frac{1}{\text{جہم}} = (۱ - \frac{1}{\text{جہم}})$$

اور ا سے ا تک جانے اور پھر ا سے ا تک واپس
 آنے کی مدت = $\frac{1}{\text{جہم}} + \frac{1}{\text{جہم}} = \frac{2}{\text{جہم}}$ (۳)

۱۵۳۔ بسیط موسیقی حرکت۔ تعریف۔ اگر ایک

علم حرکت ۳۶۴ باب یازدہم

نقطہ ایک خط مستقیم میں اس طرح حرکت کرے کہ اس کے اسراع کی سمت ہمیشہ اس خط مستقیم کے ایک ثابت نقطے کی سیدھ میں ہو اور اس اسراع کی مقدار ہمیشہ اس طرح بدلے جس طرح متحرک نقطے کا فاصلہ ثابت نقطے سے بدلتا ہے تو اس حرکت کو بسیط موسیقی حرکت کہتے ہیں۔ دفعہ سابقہ میں ط کی حرکت بسیط موسیقی حرکت ہے۔

اگر ہم $\frac{3}{2}$ کو $\frac{2}{3}$ کے مساوی فرض کریں تو دفعہ سابقہ کے نتائج (۱) د (۲) و (۳) سے ظاہر ہے کہ اگر ایک نقطہ ط کی حرکت بسیط موسیقی حرکت ہو اور اگر وہ حالت سکون سے ایسے مقام سے حرکت شروع کرے جس کا فاصلہ ثابت نقطے و سے ن ہے اور اس کا اسراع $\frac{3}{2}$ \times و ط ہے تو (۱) اس کی رفتار ایسے مقام پر جس کا فاصلہ ثابت نقطے سے لا ہے

مہ ان ۲ - لا ۲ ہوگی

(۲) اس مقام تک پہنچنے میں مدت $\frac{1}{2}$ جم ۱ لا صرف ہوگی
(۳) مقام ابتداء حرکت پر واپس پہنچنے کے لئے مدت

$\frac{11}{2}$ صرف ہوگی

علم حرکت ۳۶۵ باب یازدہم

فاصلہ ω یا ω' کو جو مرکز ω سے ایک طرف یا دوسری طرف نقطہ ω طے کرتا ہے حرکت کی سمت کہتے ہیں۔ جب نقطہ ایک مقام سے گزر کر پھر اسی مقام پر اسی سمت میں اسی رفتار سے حرکت کرتا ہوا پہنچے تو جو وقت اس دوران میں گزرا اس کو حرکت کی مدت یا مدت اہتزاز کہتے ہیں۔

واضح رہے کہ حرکت کی مدت، $\frac{\pi}{\omega}$ کا انحصار حرکت کی سمت پر نہیں ہے۔

۱۵۴۔ دفعہ گذشتہ کے نتیجہ (۲) سے ظاہر ہے کہ اگر t وہ وقت ہو جو متحرک نقطہ کو فاصلہ n سے حالت سکون سے چل کر فاصلہ λ تک پہنچنے میں لگتا ہے تو

$$\lambda = n \text{ جم } (\lambda \text{ مت})$$

اب نتیجہ (۱) کے ذریعہ سے

$$\text{رفار} = \lambda \text{ مت} [n - n' \text{ جم } (\lambda \text{ مت})]$$

۱۵۵۔ بسیط موسیقی حرکت کی مثالیں۔ طبیعیات اور علم جلی کے مسائل میں یہ حرکت اکثر وقوع پذیر ہوتی ہے۔

سر کے دو شاخے کے کسی نقطہ کی حرکت اور پیلے کے تار کے کسی نقطہ کی حرکت یہی ہوتی ہے جبکہ ان کی

حرکت میں اہتزاز ہو۔ ایک رقاص کی حرکت (دفعہ ۱۵۸)
 بھی بسیط موسیقی ہے جبکہ اس کی حرکت کا زاویہ چھوٹا ہو۔
 اگر ایک جسم ایک لچکدار رسی کے ذریعہ سے لٹک رہا ہو
 یا کسی کمانی سے بندھا ہو اور خط عمودی میں اہتزاز کرے
 تو یہ بھی بسیط موسیقی حرکت ہوگی۔ مخروطی رقاص (دفعہ ۱۴۰)
 کے گردش کرنے والے جسم کی حرکت بھی بسیط موسیقی نظر
 آئے گی اگر اس کو ایک ایسے نقطے سے دیکھا جائے جو جسم
 کی گردش کی سطح میں واقع ہو لیکن بہت دور ہو۔ مشتری
 کے توابع کی حرکت بھی بسیط موسیقی معلوم ہوگی اگر ان کی
 سطح کے کسی ایسے نقطے سے ان کو دیکھا جائے جو بہت
 دور واقع ہو۔

عموماً جن لچکدار جسموں میں قوت، نقل مکان کے تناسب
 ہوتی ہے ان کی حرکت بسیط موسیقی ہوتی ہے۔

۱۵۶۔ مثال (۱) ایک نقطے کی حرکت بسیط موسیقی ہے

اس کی مدت ۴ ثانیہ ہے۔ اگر وہ اپنے طریق کے مرکز

سے ۴ فٹ کے فاصلے سے حالت سکون سے حرکت

شروع کرے۔ دریافت کرو کہ ۲ فٹ فاصلہ طے کرنے میں

کتنا وقت صرف ہوگا اور ۲ فٹ طے کرنے کے بعد رفتار

کیا ہوگی؟

اگر اسراع فاصلے کا مہ گن ہو تو

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$۲ \left(\frac{\pi}{4} \right) = ۲ \text{ مہ}$$

جب نقطہ ۲ فٹ طے کر چکنا ہے تو اس وقت وہ اپنے مرکز حرکت سے ۲ فٹ کے فاصلے پر ہوتا ہے۔ اس لئے بموجب دفعہ (۱۵۳) نتیجہ (۲) جو وقت گزرا وہ

$$= \frac{۱}{۲} \text{ جم} = \frac{۱}{۲} \text{ جم} = \frac{۱}{۲} \text{ جم}$$

$$\frac{۲}{۳} = \frac{\pi}{۳} \times \frac{۲}{\pi} =$$

اور بموجب دفعہ (۱۵۳) نتیجہ (۱)

$$\text{رفار} = \sqrt{(۹ - ۲) \left(\frac{\pi}{4} \right)} = \sqrt{۷ \left(\frac{\pi}{4} \right)} = \sqrt{۷} \left(\frac{\pi}{4} \right) \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

مثال (۲) ایک نقطہ جس کی حرکت بسیط موسیقی ہے اپنی حرکت کے مرکز سے ۱۶ فٹ کے فاصلے سے چلتا ہے۔ اگر ابتداء حرکت میں اسراع ۴ فٹ ثانیہ اکائیاں ہو تو دریا کرو (۱) اس کی رفتار جب وہ مرکز سے ۸ فٹ کے فاصلے پر ہو اور جب وہ مرکز میں سے گزرے (۲) اس کی مدت۔ (۱) فرض کرو کہ اسراع فاصلے کا مہ گنا ہے۔ تو

$$۴ = ۱۶ \times ۲ \text{ یعنی مہ} = \frac{۱}{۲}$$

اس لئے بموجب دفعہ (۱۵۳) نتیجہ (۱)

اس کی رفتار جب وہ مرکز سے ۸ فٹ ہو

$$= \sqrt{(۱۶ - ۲) \left(\frac{۱}{۲} \right)} = \sqrt{۱۴} \left(\frac{۱}{۲} \right) \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

اور اسکی رفتار جب وہ مرکز میں سے گزرتا ہے

$$= \frac{1}{16} \times 2 = 8 \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

(۲) اس کی مدت = $\frac{\pi^2}{16} = \pi^2 = \frac{22}{7} = 3.14$ ثانیہ تقریباً

مثال (۳) ایک ہلکی لچکدار کمانی کا اصلی طول طسینیٹھ ہے۔ اور اس کی لچک کا مقیاس ن گرام وزن کے مساوی ہے۔ اس کمانی کا ایک سرا ایک ثابت نقطے سے باندھ کر دوسرے سرے سے م گرام کمیت کا ایک جسم لٹکا دیا گیا ہے۔ ثابت کرو کہ جسم کے عمودی ابتزاز کی مدت

$$= \pi^2 \sqrt{\frac{M}{N} \times \frac{P}{J}} \text{ ہوگی۔}$$



فرض کرو کہ کمانی کا ثابت سرا وہ ہے اور و
اس کی اصلی وضع ہے۔ یعنی وہ وضع ہے
جبکہ اس کے طول میں فرق نہیں آیا۔
فرض کرو کہ و ب = لا اور فرض کرو کہ
جب جسم ب پر ہے تو کمانی کا تناؤ ت ہے
تو بموجب قانون ہک

$$\text{ت} = \text{ل} \frac{\text{لا} - \text{ط}}{\text{ط}} \text{ جہاں ل لچک کا مقیاس ہے}$$

$$= \text{ن ج} \frac{\text{لا} - \text{ط}}{\text{ط}}$$

علم حرکت ۳۶۹ باب یازدہم

اس نئے جسم پر اوپر کی طرف حاصل قوت
= ت - م ج

$$= \frac{ن ج}{ط} - م ج = \frac{ن ج}{ط} [۱ - \frac{م(ن+ط)}{ن}]$$

فرض کرو کہ وہیں سے گزرنے والے عمودی خط پر و ایک

ایسا نقطہ ہے کہ $\frac{ن ج}{ط} = و$
پس اوپر کی طرف جسم پر قوت

$$= \frac{ن ج}{ط} [و ب - و]$$

$$= \frac{ن ج}{ط} \times و ب$$

لہذا جسم کا اسراع اوپر کی طرف $= \frac{ن ج}{م ط} \times و ب$

یعنی جسم کی حرکت بسیط موسیقی ہے اور اس کا مرکز وہ ہے۔
اور بموجب دفعہ ۱۵۳

$$مدت اهتزاز = \frac{ن ج}{م ط} \div \pi^2 = \left[\frac{م ط}{ن ج} \right] \pi^2$$

ماضی رہے کہ وہ مقام ہے جہاں جسم حالت سکون
میں ٹکے گا۔ کیونکہ اگر جسم $و$ پر ہو تو کھانی کا تناؤ اوپر

کی طرف یہ ہو گا۔

$$ن ج \times \frac{وز - ط}{ط} = ن ج \left[\frac{ن(ن+۳) - ط}{ط} \right] م ج$$

اور یہ جسم کے وزن کے مساوی ہے۔ اس لئے وہ جسم حالت توازن میں ہو گا۔

امثلہ نمبری (۲۶)

(۱) ایک ذرہ ایک خط مستقیم میں بسیط موسیقی حرکت کرتا ہے۔ ایک سکون سے دوسرے سکون تک مدت دریافت کرو جبکہ

- (۱) ۲ فٹ کے فاصلے پر اسراع ۴ فٹ ثانیہ اکائیاں ہو۔
- (۲) ۳ انچ کے فاصلے پر اسراع ۹ فٹ ثانیہ اکائیاں ہو۔
- (۳) ایک فٹ کے فاصلے پر اسراع ۲۱ فٹ ثانیہ اکائیاں ہو
- (۲) سوال (۱) کی ہر ایک صورت میں دریافت کرو کہ جب ذرہ اپنے راستے کے مرکز میں سے گزرتا ہے تو اس کی رفتار کیا ہوگی۔ حرکت کی سرعتیں بالترتیب ۲ فٹ، ۳ انچ، ایک فٹ ہیں۔

(۳) ایک ذرہ ایک خط مستقیم میں بسیط موسیقی حرکت کرتا ہے۔ اس کی مدت اهتزاز ایک صورت میں ۲ ثانیہ دوسری میں ۱/۲ ثانیہ اور تیسری میں ۱۱ ثانیہ ہے لیکن ہر صورت میں

سعت ایک فٹ ہے۔ مرکز حرکت میں سے گزرنے کے وقت ذرے کی رفتار ہر صورت میں دریافت کرو۔

(۴) ایک ذرے کی حرکت بسیط موسیقی ہے اور جب وہ مرکز طریق میں سے گزرتا ہے اس کی رفتار ۴ فٹ فی ثانیہ ہے اور اس کی مدت اهتزاز π ثانیہ ہے۔ اگر وہ حالت سکون سے چلے تو ایک فٹ کا فاصلہ کتنے وقت میں طے کریگا؟

(۵) ایک نقطے کی حرکت بسیط موسیقی ہے۔ اگر مرکز طریق سے ۳ فٹ اور ۴ فٹ کے فاصلوں پر اس کی رفتاریں بالترتیب ۸ فٹ اور ۶ فٹ فی ثانیہ ہوں تو دریافت کرو کہ اس کی مدت اهتزاز کیا ہوگی اور مرکز طریق سے فاصلہ اعظم پر اس کا اسراع کیا ہوگا؟

(۶) ایک گرام کمیت کا ایک جسم اپنے طریق کے مرکز کے دونوں طرف ایک ایک ملی میٹر تک اهتزاز کرتا ہے اور یہہ اهتزاز حرکت ایک ثانیہ میں ۲۵۶ دفعہ ہوتی ہے۔ یہہ تسلیم کر کے کہ حرکت بسیط موسیقی ہے ثابت کرو کہ ذرے پر قوت اعظم $\frac{1}{2}(\pi \cdot 512)$ ڈائین ہے۔

(۷) ایک افقی استخفی خط عمودی میں بسیط موسیقی حرکت کرتی ہے اور اس کی مدت اهتزاز ایک ثانیہ ہے۔ اگر یہہ مقصود ہو کہ تختی پر جو اشیا پڑی ہیں وہ اس کے ساتھ مس کرتی رہیں تو معلوم کرو کہ بڑی سے بڑی سعت سینٹی میٹروں میں

کیا ہو سکتی ہے ؟

(۸) ۱۲ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک ہلکی کمانی کے ذریعہ سے ٹھک رہا ہے۔ کمانی ایسی ہے کہ اگر اس کے تناؤ میں ایک پونڈ وزن کا اضافہ کیا جائے تو اس کے طول میں ایک انچ کا اضافہ ہوگا۔ اگر کمانی کا اوپر کا سرا فی الفور ۴ انچ بٹھا کر ثابت کر دیا جائے تو ایسا کرنے سے جسم کی جو حرکت ہوگی اس کی سمت اور مدت بہتزاز دریافت کرو۔

(۹) ایک ہلکی کمانی کے ایک سرے سے ایک وزن بندھا ہے اور اس کا دوسرا سر ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے۔ وزن کو باندھ کر چھوڑ دیا گیا ہے۔ اگر یہ عمودی خط میں بہتزاز کرے اور سمت ۶ انچ ہو تو مدت بہتزاز معلوم کرو۔

(۱۰) ایک پچکدار رسی کے وسط سے ایک ذرہ باندھ دیا گیا ہے۔ رسی کو کھینچ کر اس کا طول اصلی طول سے دوچند کیا گیا ہے اور اسی موضع میں ایک میز پر رکھ کر رسی کے دونوں سرے ثابت کر دیے گئے ہیں۔ اب ذرے کو رسی کی سمت میں اپنی جگہ سے ہٹا کر چھوڑ دیا جاتا ہے۔ ذرے کی مدت بہتزاز دریافت کرو۔

(۱۱) ایک سلاح اس طرح حرکت کرتی ہے کہ اس کا سرب یکساں چل رہے ایک دائرے پر حرکت کرتا ہے جس کا مرکز وہ ہے اور سلاح کا سرا ایک ایسے خط مستقیم پر حرکت کرتا ہے جو نقطہ و میں سے گزرتا ہے

علم حرکت ۳۷۳ باب یازدهم

اگر $\text{ا} = \text{ب} = \text{ب} = \text{و} = \text{ن}$ اور $\text{ا} = \text{و} = \text{لا}$ تو ثابت کرو کہ

ا کی رفتار $\frac{\text{ا} - \text{ن}}{\text{ن}}$ ہے اور اس کی حرکت

بسیط موسیقی ہے۔

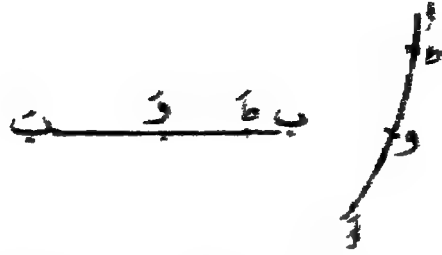
[اس سوال سے ظاہر ہے کہ ہم عملاً بسیط موسیقی حرکت حاصل کر سکتے ہیں۔ فرض کرو کہ $\text{و} = \text{ب}$ ایک گردش کرنے والی سلخ ہے اور یہ ایک اور سلخ $\text{ا} = \text{ب}$ سے وصل کی گئی ہے۔ فرض کرو کہ بھاپ کے انجن کے فشار کی طرح ا کو ایک مستقیم خط و پر چلایا جاتا ہے تو ا کی حرکت بسیط موسیقی ہوگی]

۱۵۷۔ بسیط موسیقی حرکت کے مسئلہ کی توسیع۔

منحنی پر حرکت۔

فرض کرو کہ متحرک نقطہ ط کسی شکل کے ایک منحنی کے حصے $\text{ا} = \text{و}$ پر اس طرح حرکت کرتا ہے کہ وہ ا سے حالت سکون سے شروع ہوتا ہے اور اس کا محاسی اسراع ہمیشہ قوس کی سمت میں ہے اور و کی جانب ہے اور مقدار میں $\text{م} = \text{قوس}$ کے مساوی ہے تو دفعہ ۱۵۳ کے تمام نتائج اس صورت میں بھی صحیح ہونگے

صرف ان میں تھوڑی سی تبدیلی کرنی ہوگی۔



فرض کرو کہ وِ ب ایک خط مستقیم ہے جو طول میں قوس
و ا کے مساوی ہے اور فرض کرو کہ نقطہ ط خط مستقیم
و ب میں اس طرح حرکت کرتا ہے کہ اس کا اسراع
مہ \times و ط ہے اور فرض کرو کہ و ط = قوس و ط۔
چونکہ ط کا اسراع اس کے طریق میں ہمیشہ وہی ہے
جو ط کا اسراع ہے اس نے جو رفتاریں ط اور ط ایک
ہی مدت میں حاصل کرتے ہیں وہ بھی مساوی ہونگی اور
مساوی فاصلے طے کرنے کے اوقات بھی مساوی ہونگے۔

پس
(۱) ط کی رفتار = ط کی رفتار

$$\text{مہ (و ب - و ط)} = \text{مہ } \{ \text{قوس و ب} - \text{قوس و ط} \}$$

(۲) ط سے ط تک جانے کا وقت = ب سے ط
تک جانے کا وقت

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ جم } \left(\frac{\text{دَظْ}}{\text{وَبْ}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ جم } \left(\frac{\text{قُوسْ وِطْ}}{\text{قُوسْ وِاْ}} \right)$$

(۳) ۱ سے ۱ تک اور پھر واپس ۱ تک جانے کی مدت = $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

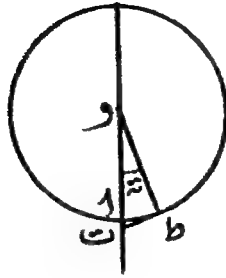
رقاص

۱۵۸۔ بسیط رقص۔ اگر ایک ذرہ ایک رسی کے ایک سرے سے بندھا ہو اور رسی کا دوسرا سر ایک ثابت نقطے سے بندھا ہو اور ذرہ ایک ایسے عمودی دائرے میں اهتزازی حرکت کرے جس کا مرکز وہ ثابت نقطہ ہو تو اسے بسیط رقص کہتے ہیں۔

مدت اهتزاز کا انحصار زاویہ اهتزاز پر ہے ہم آئندہ ذہن میں ثابت کریں گے کہ اگر زاویہ اهتزاز چھوٹا ہو تو رقص کی مدت اهتزاز تقریباً مستقل رہتی ہے۔

۱۵۹۔ مسئلہ۔ اگر ایک ذرہ رسی کے ذریعہ

سے ایک ثابت نقطے سے لٹک رہا ہو اور اسکو ایک چھوٹے زاوے میں اهتزازی حرکت دی جائے تو ثابت کرو کہ مدت اهتزاز $\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ہے جہاں l رسی کا طول ہے۔



فرض کرو کہ و ثابت نقطہ ہے اور و ا ایک عمودی خط ہے
 اور فرض کرو کہ ط وہ قوس ہے جس پر ذرہ چلتا ہے۔
 اور فرض کرو کہ زاویہ و ط = تہ
 فرض کرو کہ ط پر ماس ط ت ہے جو و ا سے ت پر
 ملتا ہے۔ تو ذرے کا اسراع ط ت کی سمت میں = ج جب تہ
 = ج تہ تقریباً اُرتہ چھوٹا

$$= \frac{ج}{ل} \times \text{قوس ط}$$

اس سے ظاہر ہے کہ ماس کی سمت میں اسراع اس طح
 بدلتا ہے جس طح پست ترین نقطے سے ذرے کا قوسی
 فاصلہ بدلتا ہے۔

پس ثابت ہوا کہ حرکت بسیط موسیقی ہے لہذا بموجب
 دفعہ (۱۵۷) نتیجہ (۳)

$$\sqrt{\frac{ل}{ج}} \pi^2 = \frac{\pi^2}{\sqrt{\frac{ج}{ل}}} = \text{مدت اهتزاز}$$

علم حرکت ۳۷۷ باب یازدہم

اس نتیجہ سے یہ بھی ظاہر ہے کہ مدت اهتزاز زاویہ اهتزاز پر منحصر نہیں ہے۔

پہلے پہل گلیلیو نے ۱۵۸۲ء کے قریب یہ دریافت کیا کہ رقص کی مدت اهتزاز مستقل رہتی ہے۔ اس نے دیکھا کہ پائی سا کے گرجے میں جو پیتل کا بڑا لیمپ لٹکتا ہے وہ جب جھولتا ہے تو خواہ وہ کسی زاوے میں جھولے جھولنے کی مدت ایک ہی رہتی ہے۔ گلیلیو نے وقت کا اندازہ اپنی نبض کے ذریعہ سے لگایا تھا۔

مثال - ایک ایسے رقص کا طول معلوم کرو جو ۵۵ ثانیہ میں ۵۶ دفعہ جھولے۔

یہاں مدت اهتزاز = $\frac{55}{56}$ ثانیہ پس اگر رقص کا طول L ہو تو

$$\frac{L}{32} \sqrt{\frac{g}{L}} = \frac{22}{5} = \frac{L}{J} \pi = \frac{55}{56}$$

$$\therefore \frac{5}{16} = \frac{L}{32} \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$L = \frac{25}{256} \times 32 = \frac{25}{8} \text{ فٹ} = \frac{1}{4} = 34 \text{ انچ}$$

۱۶۰۔ تجربی تصدیق - دفعہ گذشتہ کے اہم نتیجے کی اچھی خاصی تصدیق تجربہ سے ہو سکتی ہے۔ طالب علم کو واضح رہے کہ نظری حسابات کا ”ذرا“ عملاً تو ہمیں حال

نہیں ہو سکتا اور نہ ایسی سی ہی مل سکتی ہے جو بالکل ”بے وزن“ ہو۔ لیکن اگر ہم پتیل یا کسی اور دھات کی چھوٹی سی گولی لیں اور اس میں ایک چھوٹا سا کانٹا مضبوط جڑکر ریشم کے ایک ہلکے باریک ڈورے کے ذریعہ سے گولی کو لٹکا دیں تو قریب قریب بسیط رقاص بن جائے گا۔

اول۔ تجربہ سے ثابت کرو کہ مدت اتھناڑ اس طرأ بدلتی ہے جس طرأ طول کا جذر۔

بہت سی ایسی گولیاں لو اور ان سے دُور سے باندھ کر
ثابت نقطوں سے لٹکاؤ۔

یہ اس طرح سے کرنا مناسب ہوگا۔ ایک ثابت افقی
منہتی میں چھوٹے چھوٹے حلقے بیچوں سے جڑو۔ دُورے
ان حلقوں میں سے گذر کر کسی موزوں سہارے سے بانڈ
دُوروں کے طول ایسے رکھو کہ اگر گولیوں کے مرکوز سے
نقاطِ تعلیق تک فاصلے ناپے جائیں تو وہ ۴، ۱۶، ۶۴، ۲۵۶، ۱۰۲۴ کی
نسبتوں میں ہوں۔ [مثلاً یہ طول رکھے جا سکتے ہیں :-
۶ انچ، ۲ فٹ، ۴ فٹ، ۶ انچ، ۸ فٹ،] اب گولیوں کو
ایسی حرکت دو کہ سب ایک ہی وقت چھوٹے زاویوں میں
جھونا شروع کریں۔ دیکھنے سے معلوم ہوگا کہ ان کے
جھولنے کی مدتیں ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷

حرکت دے تو نتیجہ زیادہ آسانی سے حاصل ہوگا۔ مثلاً اگر پہلی اور دوسری کو ایک ساتھ حرکت دی جائے تو معلوم ہوگا کہ پہلی کی مدت دوسری کی مدت سے نصف ہے یعنی جتنی دیر میں دوسری ایک دفعہ جھولتی ہے اتنی دیر میں پہلی دو دفعہ جھولتی ہے۔

اسی طرح اگر پہلی اور تیسری کو ایک ساتھ حرکت دی جائے تو معلوم ہوگا کہ جتنی دیر میں تیسری ایک بار جھولتی ہے اتنی دیر میں پہلی تین بار جھولتی ہے یعنی جس وقت تیسری گولی کا ایک پینگ ختم ہوگا اس وقت پہلی گولی کا تیسرا پینگ ختم ہوگا۔

اسی طرح باقی گولیوں سے نتائج حاصل ہونگے۔
دوم تجربہ سے ثابت کرو کہ پینگ کی مدت کا انحصار گولی کی نوع مادہ پر نہیں ہے۔

دو چھوٹے گولے لو جو ناپ میں تو ایک سے ہوں لیکن مختلف اشیاء کے بنے ہوئے ہوں یہ یاد رہے کہ کاک جیسی ہلکی چیز کے بنے ہوئے نہ ہوں۔ جیسا کہ پہلے تجربے میں بیان ہوا ہے اسی طرح ان گولوں کو مساوی طول کی رسیوں کے ذریعہ سے لٹکاؤ اور ان کو ایک ساتھ جھولنے کے لئے حرکت دو۔ یہ اس طرح ہو سکتا ہے کہ ایک تختی کے ذریعہ سے گولوں کو ایک طرف دھکیلو اور پھر تختی کو فوراً پیچھے ہٹالو۔ ایسا کرنے سے معلوم

ہوگا کہ گولوں کے پینگوں کی مدتیں مساوی ہیں لیکن یہ نتیجہ اسی صورت میں حاصل ہو سکتا ہے جب کہ رسیوں کے طول احتیاط سے مساوی بنائے جائیں۔ کچھ وقت گزرنے کے بعد ہلکے گولے پیچھے رہتے جائیں گے۔ اہلک وجہ یہ ہے کہ ہوا کی فراحت کا اثر ہلکے گولوں پر زیادہ ہے اور بھاری گولوں پر کم ہے۔

سوم۔ بیسط رقاص کے ذریعہ سے ج کی قیمت دریافت کرو۔

ایک گولہ لو اور اسکو مناسب طول (مثلاً ۲ فٹ) کی ایک رسی کے ذریعہ سے لٹکاؤ۔ نقطہ تعلیق سے گولے کے مرکز تک فاصلہ احتیاط سے ناپ لو۔ اب گولے کو جھولنے کے لئے حرکت دو۔ اور ایک پورے پینگ کی مدت معلوم کرو۔ مدت معلوم کرنے کا بہترین طریقہ یہ ہے کہ بہت سے (مثلاً ۴۰) پینگوں کا وقت دیکھو اور اس وقت کو ۴۰ پر تقسیم کرو۔ [ایک معمولی گھڑی کے ذریعہ سے جس میں ثانیہ کی سوئی ہو اچھے خاصے صحیح نتائج حاصل ہو سکتے ہیں]

لیکن بموجب دفعہ ۱۵۹

$$\text{مدت} = \pi^2 \left[\frac{L}{g} \right] \quad \text{جہاں } L \text{ طول ہے}$$

$$\text{یعنی } \omega = \pi^2 \left[\frac{g}{L} \right]$$

ہیں و اور ط دونو معلوم ہیں

$$\therefore ج = \frac{\pi^2}{\frac{\pi}{\tau}}$$

بذریعہ جدول لوکارٹم یا معمولی حساب سے ہم ج کی قیمت
فٹ ثانیہ اکائوں میں دو درجہ اعشاریہ تک صحیح معلوم
کر سکتے ہیں۔

اگر طول سنٹی میٹروں میں ناپا جائے تو ہم کو ج کی
قیمت س گ ٹ نظام میں معلوم ہوگی۔

۱۶۱۔ ثانیہ کا رقاص۔ جس رقاص کی مدت استثناء
سکون سے سکون تک ایک ثانیہ ہو یعنی جس کے پورے
پینگ کا نصف ایک ثانیہ میں ہو اسے ثانیہ کا رقاص
کہتے ہیں۔

پس اگر اس کا طول ط ہو تو

$$\pi = \sqrt{\frac{\pi}{ج}}$$

$$\therefore ط = \frac{ج}{\pi^2} \text{ فٹ}$$

چونکہ زمین کے مختلف مقامات پر ج کی قیمت مختلف
ہے اس لئے یہ ظاہر ہے کہ ثانیہ کے رقاص کا طول
زمین کے مختلف مقامات پر مختلف ہوگا۔

$$\text{اگر } ج = ۳۲۶۲ \text{ اور } \pi = \frac{۲۲}{۷}$$

نوٹ = ۳،۲۶ فٹ = ۳۹،۱۲ انچ تقریباً
 اگر ہم اکائیوں کا س گ ٹ نظام استعمال کریں تو ج = ۹۸۱
 اس لئے ط = ۹۹،۳ سنٹی میٹر
 لندن کے عرض بلد میں ثانیہ کے رقاص کے طول کی
 صحیح تر قیمتیں ۳۹،۱۳۹۲۹ اور ۹۹،۴۷۱۳ سنٹی میٹر ہیں۔

امثلہ نمبری (۲۷)

[مفصلہ ذیل سوالات میں $\pi = \frac{22}{7}$]
 (۱) اگر ج = ۳۲،۲ تو ۲،۵ ثانیہ میں جھولنے والے رقاص
 کا طول معلوم کرو۔

(۲) ایک مقام پر ایک رقاص کے پورے پینگ کی مدت
 ۱۶ ثانیہ ہے۔ رقاص کا طول ۶۴ میٹر ہے۔ ثابت کرو کہ
 ج کی قیمت سنٹی میٹر ثانیہ اکائیوں میں ۹۸۷ ہے۔
 (۳) ۳ فٹ طول کا ایک رقاص ۶،۱ ثانیہ میں ۷۰۰ بار
 جھوتا ہے ج کی قیمت معلوم کرو۔

(۴) ثانیہ کے ایک رقاص کی لمبائی ۳۹،۱۲ انچ ہے۔ ان
 رقاصوں کے طول معلوم کرو جو (۱) نصف ثانیہ میں
 (۲) ربع ثانیہ میں (۳) ۲ ثانیہ میں جھولیں۔

(۵) ایک مقام پر ج کی قیمت ۹۸۱ ہے۔ دریافت کرو کہ
 ۵۳،۴۱ سنٹی میٹر طول کا رقاص ۲،۲ ثانیہ میں کتنی

دفعہ جھو لیکا ؟

(۶) ثابت کرو کہ ایک رقاص جس کا طول ایک میل ہے ۴۰ ثانیہ میں جھو لیکا۔

(۷) ایک رقاص جس کا طول ۳۷۱۸ انچ ہے ایک مقام پر تین دقیقہ میں ۱۸۳ دفعہ جھولتا ہے۔ اسراع بجاذبہ ارض معلوم کرو۔

(۸) دریافت کرو کہ ایک دن میں ۴ فٹ طول کا ایک رقاص کتنے اهتزاز کرے گا ؟

(۹) ۴۵۰ فٹ لمبا رقاص پیرس کے ایفل برج میں لٹکتا ہے۔ ثابت کرو کہ اس کا پورا اهتزاز $\frac{1}{2}$ ۲۳ ثانیہ میں ہوتا ہے

۱۶۲۔ دفعہ ۱۵۹ کا نتیجہ اگرچہ نظراً صحیح نہیں ہے لیکن تقریباً صحیح ضرور ہے۔ اگر رقاص اپنے اهتزاز سے سمت شاقولی کے دونوں طرف پانچ پانچ درجے کا زاویہ بنائے تو نتیجہ کا فرق صحیح نتیجے کے دو ہزارویں حصے کے اندر ہی ہوگا۔ یعنی جو رقاص ایک ثانیہ میں جھولتا ہے اگر اسکا پینگ بہت چھوٹا ہو اور دونوں جانب پانچ درجے ہو تو ایک دن میں وہ تقریباً ۴۰ ثانیہ پیچھے رہ جائے گا۔

۱۶۳۔ بسیط رقاص جس کا میان اوپر ہوا ایک خیالی چیز ہے۔ عملاً رقاص میں ایک رسی سے ایک گولابندھا ہوتا ہے۔ رسی کی کشیدت اگرچہ کم ہوتی ہے لیکن صفر

نہیں ہوتی اور گولے کو ہم ذرہ نہیں کہہ سکتے۔
 ہمارا کوئی رقا ص خواہ کسی شکل کا ہو اس کا
 بسیط مساوی رقا ص وہ رقا ص ہے جس کی مدت
 امتزاز ہمارے رقا ص کے مساوی ہو۔ کسی استوار جسم اور
 اس کے بسیط مساوی رقا ص کے باہمی تعلق پر ہم اس
 کتاب کی حدود کے اندر بحث نہیں کر سکتے تاہم یہ بات
 قابل ذکر ہے کہ اگر ایک پتلی یکساں سلخ کا ایک سر
 ثابت ہو اور وہ رقا ص کی طرح جھولے تو اس کی مدت
 امتزاز اس بسیط رقا ص کی مدت کے مساوی ہوگی جس کا
 طول سلخ کے طول کا دو ثلث ہو۔

۱۶۴۔ اسراع بجاذبہ ارض۔ نیوٹن نے قدرت

کا یہہ بنیادی قانون دریافت کیا کہ ہر ایک ذرہ ہر ایک
 دوسرے ذرے کو ایک ایسی قوت سے کھینچتا ہے جو
 اسی طرح بدلتی ہے جس طرح ذروں کی کمیتوں کا حاصل
 ضرب اور ان کے درمیانی فاصلے کے مربع کا عکس۔
 جنہی قوتوں کی کسی کتاب کے دیکھنے سے ظاہر ہوگا کہ
 ہندیعہ قانون مذکورہ بالا ثابت ہو سکتا ہے کہ اگر ایک ذرہ
 ایک کرے کے باہر ہو تو کرے کی جنہی قوت ذرے پر
 اس طرح عمل کرتی ہے گویا کرے کی کل کمیت اس کے
 مرکز پر جمع ہے۔ اس لئے وہ اسراع جو اس قوت کے

اثر سے پیدا ہوا اس طح بدلتا ہے جس طح مرکز اور ذرے کے درمیانی فاصلے کے مربع کا عکس۔

یہ بھی ثابت ہو سکتا ہے کہ اگر ذرہ کرے کے اندر واقع ہو تو اس پر کرے کی جذبی قوت اس طح بدلتی ہے جس طح مرکز سے ذرہ کا فاصلہ بدلتا ہے۔

پس اگر بلندی یی پر جاذبہ ارض کی قیمت ج ہو اور سطح زمین پر ج ہو اور زمین کا قطر ن ہو تو

$$ج : ج :: \frac{1}{(ن+ی)} : \frac{1}{ن}$$

اس لئے

$$ج = ج \left(\frac{ن}{ن+ی} \right)^2$$

اگر ایک کان کے اندر جس کی گہرائی گ ہے جاذبہ ارض کی قیمت ج ہو تو ج = ج $\frac{ن}{ن-گ}$

اس سے ظاہر ہے کہ ج کی قیمت سطح زمین پر اندرون زمین اور بیرون زمین سے زیادہ ہے۔

۱۶۵۔ اب ہم اس مسئلہ پر غور کریں گے کہ اگر بسیط رقاص کے طول میں تھوڑی سی تبدیلی واقع ہو یا ج کی قیمت میں تھوڑی تبدیلی ہو تو رقاص کی مدت اهتزاز پر کیا اثر ہوگا۔ اگر ایک رقاص کا طول ط ہو اور وہ ایک وقت

مفروض میں ن پورے اهتزاز کرے تو ثابت کرو کہ

(۱) اگر ج بدل کر ج + ج ہو جائے تو تعداد ہتزازات

میں $\frac{ن}{۲} \times \frac{ج}{ج}$ کا اضافہ ہوگا

(۲) اگر رقاص کو سطح زمین سے بلندی ی پر لے جائیں تو تعداد ہتزازات میں $ن \times \frac{ی}{ر}$ کی کمی ہوگی جہاں ر زمین کا نصف قطر ہے۔

(۳) اگر اسے ایک کان کے اندر لے جائیں جس کی گہرائی گ ہے تو تعداد میں $\frac{ن}{۲} \times \frac{گ}{ر}$ کی کمی ہوگی۔

(۴) اگر اس کا طول بدل کر ط + ط ہو جائے تو تعداد میں کمی $\frac{ن}{۲} \times \frac{ط}{ط}$ ہوگی۔

فرض کرو کہ پہلے مدت ہتزازات تھی اور تبدیلی کے بعد ت ہو گئی۔ اور فرض کرو کہ وقت مفروض میں ہتزاز کی تہی تعداد ن ہے تو

$$ن ت = ن ت$$

$$(۱) \text{ اس صورت میں } ت = ت \left[\frac{ط}{ج} \right]$$

$$\text{اور } ت = ت \left[\frac{ط}{ج} \right]$$

$$= \frac{ن}{ن} = \frac{ت}{ت} = \left[۱ + \frac{ج}{ج} \right] = ۱ + \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲} \frac{ج}{ج} \text{ تقریباً}$$

اس لئے تعداد اهتزازات میں اضافہ = ن - ن = $\frac{N}{4} \times \frac{C}{C}$
 اگر ج بدل کر ج - ج ہو جائے تو اسی طرح تعداد
 اهتزازات میں کمی = $\frac{N}{4} \times \frac{C}{C}$ -

(۲) اگر بلندی ی پر ج کی قیمت ج-ج' ہو تو

$$ج - ج' = \frac{ج}{1 + \frac{ج'}{ج}} = \frac{ج - ج'}{1 + \frac{ج'}{ج}}$$

$$= 1 - \frac{r_2}{r_1} \text{ تقریباً}$$

$$\frac{5}{7} \text{ ج} = \text{ج} \therefore$$

ج = ج $\frac{۲}{۱}$
اس لئے جیسا کہ صورت (۱) میں معلوم ہوا تعداد انتہازات
میں کمی $\frac{ن}{۱}$ ہوگی۔

(۳) اگر گہرائی پر ج کی قیمت ج - ج ہو تو
ج - ج : ج : ج :: ر - گ : ر

∴ تعداد اتہزازات میں کمی = $\frac{N}{4} \times \frac{C}{C} = \frac{N}{4} \times \frac{C}{C}$
 (۴) اگر طول ط بدل کر ط + ط' ہو جائے تو
 دیا = $\frac{C}{C} \sqrt{\frac{C}{C}}$

$$\text{اور ت} = \pi^2 \left[\frac{1}{\text{ج}} \right]$$

$$\frac{\text{ن}}{\text{ن}} = \frac{\text{ت}}{\text{ت}} = \left(\frac{\text{ط}}{\text{ط}} + 1 \right) = 1 - \frac{1}{\text{ط}} \approx \frac{\text{ط}}{\text{ط}}$$

اس لئے تعداد اهتزازات میں کمی = ن - ن = $\frac{\text{ن}}{\text{ط}} \times \frac{\text{ط}}{\text{ط}}$
 اس مسئلہ سے ظاہر ہے کہ اگر ثانیہ کے ایک رقاص کو سطح زمین سے کسی پہاڑ پر یا کان کے اندر لے جائیں تو پہاڑ کی بلندی یا کان کی گہرائی تعداد اهتزازات کی کمی سے معلوم ہو سکتی ہے۔

۱۶۶- مثال (۱) سطح زمین پر ایک رقاص کی مدت اهتزاز ایک ثانیہ ہے۔ اگر اسے پانچ میل بلند پہاڑ کی چوٹی پر لجائیں تو دریافت کرو کہ ایک دن میں کتنے ثانیوں کی کمی ہوگی؟

یہہ تسلیم کر لیا جائے کہ زمین کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل ہے۔ فرض کرو کہ سطح سمندر پر اور پہاڑ کی چوٹی پر اسراع بجاذبہ ارض بالترتیب ج اور ج ہے تو

$$\text{ج} : \text{ج} :: \frac{1}{\text{ج}} : \frac{1}{\text{ج}}$$

$$\frac{\text{ج}}{\text{ج}} = \left(\frac{4000}{4000} \right) = \left(\frac{4000}{4000} \right)$$

چونکہ سطح زمین پر مدت اهتزاز ایک ثانیہ ہے اس لئے

$$(۱) \dots \dots \dots \left[\frac{ط}{ج} \right] \pi = ۱$$

اگر پہاڑ کی چوٹی پر مدت ت ہو تو

$$(۲) \dots \dots \dots \left[\frac{ط}{ج} \right] \pi = ت$$

(۲) کو (۱) پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{۸۰۱}{۸۰۰} = \left[\frac{ج}{ط} \right] = ت$$

اس لئے پہاڑ کی چوٹی پر ایک دن میں تعداد اهتزازات

$$\frac{۸۰۰}{۸۰۱} \times ۸۶۳۰۰ = \frac{۸۶۳۰۰}{ت} =$$

$$۱ - \left(\frac{۱}{۸۰۱} + ۱ \right) ۸۶۳۰۰ = \frac{۱}{\frac{۱}{۸۰۱} + ۱} \times ۸۶۳۰۰ =$$

$$= ۸۶۳۰۰ \left(۱ - \frac{۱}{۸۰۱} \right) \text{ تقریباً}$$

$$= ۸۶۳۰۰ - ۱۰۸$$

اس لئے تعداد اهتزازات میں ۱۰۸ کی کمی ہوگی
مثال (۲) ثانیہ کا ایک ناقص رقاص ایک دن میں
۲۰ ثانیہ سست ہو جاتا ہے۔ دریافت کرو کہ اس کو درست
کرنے کے لئے اس کے طول میں کیا تبدیلی کی جائے؟
یہہ رقاص ۸۶۳۰۰ ثانیوں میں ۸۶۳۸۰ دفعہ جھولتا ہے

یعنی اس کی مدت اهتزاز = $\frac{۸۶۴۰}{۸۶۳۸}$ ثانیہ
اس لئے اگر اس کا طول ط ہو تو

$$(۱) \dots\dots\dots \left[\frac{ط}{ج} \right] \pi = \frac{۸۶۴۰}{۸۶۳۸}$$

اگر اس مقام پر ثانیہ کے رقااص کا صحیح طول ط + لا ہو تو

$$(۲) \dots\dots\dots \left[\frac{ط+لا}{ج} \right] \pi = ۱$$

(۱) کے مربے کو (۲) کے مربے میں سے تفریق کرنے سے

$$\frac{لا}{ج} \times \pi^2 = \left(\frac{۸۶۴۰}{۸۶۳۸} \right)^2 - ۱$$

$$\therefore لا = \left[۱ - \left(\frac{۸۶۴۰}{۸۶۳۸} \right)^2 \right] \frac{ج}{\pi^2}$$

$$= \left[۱ - \left(\frac{۲}{۸۶۴۰} - ۱ \right) \right] \frac{ج}{\pi^2}$$

$$\approx \left[۱ - \frac{۴}{۸۶۴۰} + ۱ \right] \frac{۲۶ \times ۳۲}{۲۲} =$$

$$= \frac{۴۹}{۲۶۰ \times ۱۲۱} = \frac{۴}{۸۶۴۰} \times \frac{۴۹ \times ۳۲}{۴۸۴} =$$

اس لئے رقاص کے طول میں بقدر ۰.۱۸ اینچ کمی کرنی چاہئے
۱۶۷۔ چاند کی حرکت کے ذریعہ قانون

جاذبہ ارض کی تصدیق۔

یہہ تسلیم کر کے کہ چاند کی گردش زمین کے گرد جاذبہ ارضی کی وجہ سے ہے ہم چاند کی پوری گردش کی مدت معلوم کر سکتے ہیں اور اس کے ذریعہ سے ہم قوت جاذبہ ارض کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

فرض کرو کہ زمین کی قوت جاذبہ کی وجہ سے چاند کا اسراع ع ہے تو چونکہ دونوں جسموں کے مرکوز کا درمیانی فاصلہ زمین کے نصف قطر کا ۶۰ گنا ہے اس لئے

$$ع : ج :: \frac{1}{(60)^2} : \frac{1}{1}$$

جہاں ن زمین کا نصف قطر ہے۔

$$\frac{ج}{۳۶۰۰} = ع$$

فرض کرو کہ چاند کی رفتار زمین کے گرد ر ہے
تو بموجب دفعہ ۱۳۵

$$\frac{ج}{۳۶۰۰} = ع = \frac{ر^2}{(۱) ۶۰}$$

$$\frac{ج ن}{۶۰} = ۲$$

اس لئے چاند کی گردش کی مدت

$$= ۲ \times ۶۰ \times ۶۰ \div ۲$$

$$= ۲ \times ۶۰ \times ۶۰ \div \left[\frac{ج ن}{۶۰} \right] \text{ ثانیہ}$$

زمین کے نصف قطر کو ۳۰۰۰ میل تسلیم کر کے اور ج کو ۳۲۶۲ مان کر یہہ مدت ۲۴۶۳ دن ہوتی ہے۔ اور چاند کی گردش کی مدت جو نظر آتی ہے وہ بھی تقریباً یہی ہے۔

امثلہ نمبری (۲۸)

(۱) ایک رقاص کی مدت اہتزاز گر پنچ میں ایک ثانیہ ہے اور وہاں ج کی قیمت ۳۲۶۲ ہے۔ اب اس رقاص کو کسی دوسرے مقام پر لیجاتے ہیں جہاں یہہ ۱۰ ثانیہ فی یوم سست ہو جاتا ہے۔ دوسرے مقام پر ج کی کیا قیمت ہوگی؟

(۲) ایک رقاص ایک مقام پر ۱۰ ثانیہ فی یوم تیز ہو جاتا ہے۔ دونوں مقاموں پر اسراع بجاذبہ ارض معلوم کرو۔

(۳) اگر یہ تسلیم کریا جائے کہ فٹ ثانیہ اکائیوں میں ج کی قیمت خط استوا اور قطب شمالی پر بالترتیب ۳۲۶۰۹ اور ۳۲۶۲۵ ہے تو دریافت کرو کہ جو رقاص خط استوا پر

علم حرکت ۳۹۳ باب یازدہم

ایک ثانیہ میں جھولتا ہے وہ قطب شمالی پر کتنے ثانیہ فی یوم تیز ہو گا ؟

(۴) ایک کلاک جس میں ثانیہ کا رقا ص لگا ہے ایک دن میں ۹ ثانیہ سست ہو جاتا ہے ۔ دریافت کرو کہ رقا ص کے طول میں کیا تبدیلی کی جائے ؟

(۵) ایک کلاک ۵ ثانیہ فی یوم تیز ہو جاتا ہے ۔ بتلاؤ کہ اس کو کس طح درست کیا جائے ؟

(۶) اگر ثانیہ کے ایک رقا ص کا طول بقدر $\frac{1}{10}$ زیادہ کر دیا جائے تو دریافت کرو کہ ایک دن میں تعداد اهتزازات میں کس قدر کمی ہو گی ؟

(۷) ایک بسیط رقا ص کی مدت اهتزاز ایک ثانیہ ہے ۔ اس کا طول بقدر $\frac{1}{10}$ اونچ زیادہ کر دیا گیا ہے ۔ دریافت کرو کہ ۲۴ گھنٹوں میں کتنے ثانیوں کی کمی ہو گی ؟

(۸) ایک بسیط رقا ص ۴۴ ثانیوں میں پورے ۲۱ پینگ

لیتا ہے ۔ جب اس کے طول کو بقدر ۶۸۷۵

سیمی میٹر کم کر دیا جائے تو وہ ۴۴ ثانیوں میں ۲۱ کامل اهتزاز کرتا ہے ۔ ج کی قیمت دریافت کرو ۔

(۹) لوہے کے ایک باریک تار سے ایک وزنی گولہ

لٹکا کر ثانیہ کا ایک بسیط رقا ص بنایا گیا ہے ۔ اگر رقا ص

حرارت کے صفر درجہ سنیٹی گریڈ پر بھیج ہو تو دریافت

کرو کہ ۲۴ گھنٹوں میں ۲۰ درجہ سنیٹی گریڈ پر کتنے ثانیوں کی

علم حرکت ۳۹۴ باب یازدہم

کمی یا زیادتی ہوگی۔ یہہ معلوم ہے کہ حرارت کی مقدار زیادتی سے یومہ کا طول بقدر ۲۳۳...۲۳۳...۲۳۳... کرنی کا ٹی بڑھ جاتا ہے۔ (۱۰) اگر ثانیہ کا ایک رقص ایک کان کی تہ پر ۱۰ ثانیہ فی یوم سست ہو جائے تو کان کی گہرائی معلوم کرو اور یہہ بھی دریافت کرو کہ کان کی گہرائی کے نصف پر رقص کس قدر سست ہوگا؟

(۱۱) ایک کلاک سطح زمین پر ۱۰ ثانیہ فی یوم تیز ہو جاتا ہے اور ایک کان کی تہ پر ۱۰ ثانیہ فی یوم سست ہو جاتا ہے۔ کان کا عمق دریافت کرو اور سطح زمین پر اور کان کی تہ پر جو اسراع بجاذبہ ارض ہیں ان کا مقابلہ کرو۔ (۱۲) اگر ثانیہ کے ایک رقص کو نصف میل بلند پہاڑ کی چوٹی پر بجائیں تو ایک دن میں کتنے سیکنڈ سست ہو جائے گا؟

یہہ تسلیم کر لیا جائے کہ پائے کوہ سے زمین کے مرکز کا فاصلہ ۴۰۰۰ میل ہے۔

یہہ بھی دریافت کرو کہ رقص کا طول کس قدر کم کیا جائے کہ پہاڑ کی چوٹی پر بھی مدت اهتزاز ایک ثانیہ رہے۔ (۱۳) اگر ایک پہاڑی کی چوٹی پر ۲۴ گھنٹے میں ثانیہ کے رقص کی تعداد اهتزازات میں ن کی کمی ہو تو ثابت کرو کہ پہاڑی کی بلندی ۲۴۵ x ن فٹ ہوگی۔

(۱۴) ایک غبارہ یکساں اسراع سے اوپر چڑھتا ہے اور

علم حرکت ۳۹۵ باب یازم

ایک منٹ میں ۹۰۰ فٹ کی بلندی تک پہنچ جاتا ہے۔
غبارے میں ایک کلاک ہے جس میں ثانیہ کا رقاص
لگا ہے۔

ثابت کرو کہ کلاک ۲۸ ثانیہ فی ساعت کے حساب سے
تیز ہوتا جائے گا۔

(۱۵) پنجرے کی شکل کا ایک لفٹ اکائی اسراع سے
نیچے اتر رہا ہے۔ اس میں ایک کلاک ہے جس کا رقاص
ثانیہ کا وقت دیتا ہے۔ ثابت کرو کہ کلاک بشرح ۵۶
فی ساعت سست ہو جائیگا۔

(۱۶) اگر ثانیہ کا ایک رقاص زمین سے اٹھا کر چاند پر لجائیں
تو ثابت کرو کہ وہاں اس کی مدت اہتر از $\frac{1}{4}$ ثانیہ ہوگی۔
یہہ تسلیم کر لیا جائے کہ زمین کی کمیت چاند کی کمیت
سے ۸۱ گنا ہے اور زمین کا نصف قطر چاند کے نصف
قطر سے چار گنا ہے۔

(۱۷) ایک ریل گاڑی ایک مدور منحنی پر ۶۰ میل فی
گھنٹہ کے حساب سے یکساں چل رہی ہے۔ گاڑی میں
ثانیہ کا ایک رقاص ہے جو اب ۲ منٹ میں ۱۲۱
دفعہ جھولتا ہے۔ ثابت کرو کہ منحنی کا نصف قطر ۱۳۱
فٹ ہے۔

(۱۸) اگر زمین یکذات کرہ ہو اور سطح زمین سے مرکز تک
ایک نلی لگی ہو تو اس نلی میں سطح سے مرکز تک

ایک ذرہ وقت تا میں جاتا ہے۔ اگر سطح مرکز تک قوت جاذبہ ارض یکساں رہے تو ذرہ وقت تا میں مرکز تک پہنچتا ہے۔ ثابت کرو کہ

$$تا : تا :: \pi : 2\pi$$

(۱۹) ایک بسیط رقاص قوت جاذبہ ارض کے زیر عمل اس طرح جھولتا ہے کہ جب رسی عمودی ہوتی ہے اس وقت اس کا تناؤ رقاص کے گولے کے وزن سے دو چند ہوتا ہے۔ ثابت کرو کہ سمت عمودی سے رسی کا بڑے سے بڑا میلان $\frac{\pi}{2}$ ہے۔

(۲۰) ۸ فٹ لمبی رسی سے ایک جسم لٹک رہا ہے اور ۳ انچ کے فاصلے تک جھولتا ہے۔ مدت اهتزاز دریافت کرو اور یہ بھی معلوم کرو کہ پینگ کے دونوں سروں پر اسراع کیا ہونگے اور وسط میں رفتار کیا ہوگی؟



باب دوازدہم

اکائیوں اور ابعاد

۱۶۸۔ جب ہم کسی خاص شے کی مقدار کا اندازہ لگانا چاہتے ہیں تو ہم اسے اسی قسم کی کسی اکائی کی رقموں میں بیان کرتے ہیں۔ یعنی اس میں دو باتوں کا بیان ضروری ہے اول ہماری اکائی دوم یہ کہ اس خاص مقدار میں ایسی کتنی اکائیاں ہیں یعنی اس مقدار کی اکائی سے کیا نسبت ہے۔

یہ نسبت، اکائی کی رقموں میں اس مقدار کی ناپ کہلاتی ہے۔

مثلاً اگر ہم کسی آدمی کے قد کو بیان کرنا چاہیں تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ چھ فٹ ہے۔ یہاں فٹ ہماری اکائی ہے اور چھ، ناپ ہے۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ اس آدمی کا قد ۷۲ یا ۷۲ انچ ہے۔

مختلف اکائیوں کے استعمال کرنے سے ناپ مختلف ہوگی۔ لیکن اگر ہم کسی چیز کی ناپ کو اکائی سے ضرب دیں تو

علم حر۔ ۳۹۸ باب دوازدهم

حاصل ضرب تمام صورتوں میں مساوی ہونگے (مثلاً ۲ گز = ۶ فٹ

۲ = ۶ (بچ) پس اگر کسی طبعی مقدار کے اندازے کے لئے اکائیاں
[ک] اور [ک] استعمال کی جائیں اور ان دونوں صورتوں
میں ناپ بالترتیب ن اور ن ہوں تو
ن [ک] = ن [ک]

اس لئے [ک] : [ک] :: $\frac{1}{ن}$: $\frac{1}{ن}$
لہذا بموجب تعریف تبدل

[ک] ∞ $\frac{1}{ن}$

یعنی وہ اکائی جس کی رقموں میں کسی مقدار کا اندازہ لگایا
جائے اس طرح بدلتی ہے جس طرح ناپ کا عکس۔ اور ناپ
اس طرح بدلتی ہے جس طرح اکائی کا عکس۔

۱۶۹۔ ایک خط مستقیم کا صرف طول ہوتا ہے اس کی
چوڑائی اور موٹائی نہیں ہوتی۔ اس لئے یوں کہا جاتا ہے کہ
خط مستقیم کا ایک بعد طول میں ہے۔

اگر ہم کوئی رقبہ لیں تو اس کی لمبائی بھی ہوگی اور چوڑائی
بھی۔ لیکن موٹائی نہیں ہوگی۔ اس لئے یوں کہا جاتا ہے
کہ رقبے کے دو بعد طول میں ہیں۔ رقبے کی اکائی عموماً
وہ ہوتی ہے جس کی لمبائی اور چوڑائی طول کی اکائی کے

مساوی ہو۔ پس اگر ہم طول کی دو مختلف اکائیاں لیں جن کی نسبت ل : ا ہو تو ان کے مطابق رقبے کی اکائیاں ل : ا کی نسبت میں ہوں گی۔ یعنی اگر رقبے کی اکائی کو [ر] سے اور طول کی اکائی کو [ط] سے تعبیر کریں تو

[ر] ∞ [ط]^۲
مثلاً ایک فٹ میں ۱۲ انچ ہوتے ہیں لیکن ایک مربع فٹ میں ۱۴۴ مربع انچ ہوتے ہیں۔

اگر ہم حجم کو لیں تو اس میں لمبائی چوڑائی موٹائی تینوں ہوتی ہیں۔ اس کو یوں کہا جاتا ہے کہ حجم کے تین بعد طول میں ہیں۔ حجم کی اکائی وہ ہے جس کی لمبائی چوڑائی موٹائی طول کی اکائی کے مساوی ہو۔ رقبے کی صورت کی طرح اگر [ح] حجم کی اکائی کو تعبیر کرے تو

$$[ح] \infty [ط]^3$$

چونکہ رقبے اور حجم کی اکائیاں طول کی اکائی پر منحصر ہیں اس لئے ان کو مآخوذ اکائیاں کہتے ہیں اور طول کی اکائی اساسی اکائی کہلاتی ہے۔

ایک اور اساسی اکائی وقت کی اکائی ہے۔ اس کو عام طور پر [و] سے تعبیر کرتے ہیں۔ وقت کی کسی مدت کا بعد وقت کے لحاظ سے ایک ہے۔

علم حرکت ۴۰۰ باب دوازدهم

تیسری اساسی یا مطلق اکائی کمیت مادہ کی اکائی ہے۔ اسکو [ک] سے تعبیر کرتے ہیں۔ مادے کی کسی مقدار کا بعد بلحاظ کمیت مادہ کے ایک ہے۔

یہ تینوں بنیادی اکائیاں ہیں۔ باقی تمام اکائیاں چونکہ ان تینوں پر منحصر ہیں اس لئے ماخوذ اکائیاں کہلاتی ہیں۔ (۱۷۰) دفعہ (۹) میں رفتار کی اکائی کی تعریف یوں کی گئی ہے:-

اگر ایک نقطہ وقت کی اکائی میں طول کی اکائی طے کرے تو اس نقطے کی رفتار کو رفتار کی اکائی کہتے ہیں۔ پس اگر وقت کی اکائی یا طول کی اکائی یا دونوں میں تبدیلی واقع ہو تو رفتار کی اکائی بھی بالعموم بدل جائے گی۔ مثلاً فرض کرو کہ طول کی اکائی ایک فٹ سے بدل کر ۲ فٹ ہو جاتی ہے اور وقت کی اکائی ایک ثانیہ سے ۳ ثانیہ ہو جاتی ہے۔ تو رفتار کی نئی اکائی ایک ایسے نقطے کی رفتار ہوگی جو ۳ ثانیہ میں ۲ فٹ طے کرتا ہے۔ یعنی جو ایک ثانیہ میں $\frac{2}{3}$ فٹ طے کرتا ہے۔ پس رفتار کی یہہ اکائی پہلی اکائی کا دوثلث ہے۔

اسی طرح اگر ایک متحرک جسم کی رفتار کی تبدیلی وقت کی ایک اکائی میں رفتار کی اکائی کے مساوی ہو تو یہہ کہا جاتا ہے کہ اس جسم کی حرکت میں اسراع کی ایک اکائی ہے۔ اس لئے اسراع کی اکائی کا انحصار رفتار اور وقت کی اکائیوں

پر ہے۔ یعنی بالآخر طول اور وقت کی اکائیوں پر ہے۔
 بموجب دفعہ (۶۱) قوت کی اکائی وہ قوت ہے جو کمیت مادہ
 کی اکائی میں اسراع کی اکائی پیدا کرے۔ اسلئے کمیت مادہ کی اکائی یا اسراع
 کی اکائی بدلنے سے قوت کی اکائی بدل جائے گی۔ پس قوت
 کی اکائی بالآخر طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیوں پر منحصر ہے
 ۱۷۱۔ مسئلہ۔ ثابت کرو کہ رفتار کی اکائی ایسا بدلتی
 ہے جیسا طول کی اکائی اور وقت کی اکائی کا عکس۔
 فرض کرو کہ ایک نظام میں طول، وقت اور رفتار کی اکائیاں

[ط]، [و] اور [ر] ہیں اور دوسرے
 نظام میں [ط']، [و'] اور [ر'] ہیں۔ اور فرض
 کرو کہ

[ط] = م [ط] اور [و] = ن [و]
 تب ایک جسم رفتار کی پہلی اکائی سے اس وقت
 حرکت کرتا ہے جبکہ وہ

وقت [و] میں طول [ط] طے کرے۔
 اس لئے رفتار م [ر] سے اسی وقت حرکت کریگا
 جبکہ وہ
 وقت [و] میں طول م [ط] طے کرے۔

لہذا رفتار $\frac{م}{ن}$ [ر] سے اس وقت حرکت کریگا جبکہ وہ

وقت ن [و] میں طول م [ط] طے کرے

یعنی رفتار $\frac{م}{ن}$ [ر] سے اس وقت حرکت کریگا جبکہ وہ وقت [و] میں طول [ط] طے کرے۔

لیکن جب وہ وقت [و] میں طول [ط] طے کرتا ہے اس وقت اس کی رفتار [ر] ہوتی ہے۔

$$[ر] = \frac{م}{ن}$$

$$[ر] : [ن] :: م : ن$$

$$\frac{[ط]}{[و]} : \frac{[ر]}{[ن]} ::$$

$$\frac{[ط]}{[و]} : \frac{[ط]}{[و]} ::$$

پس تبدیل کی تعریف کے بموجب

$$[ر] \propto \frac{[ط]}{[و]} \text{ یعنی } [ط][و] \propto [و]$$

۱۷۲- مسئلہ۔ ثابت کرو کہ اسراع کی اکائی اس طرح بدلتی ہے جس طرح طول کی اکائی اور وقت کی اکائی کے مربے کا عکس۔

طول اور وقت کی اکائیاں حسب دفعہ ۱۷۱ لو اور

فرض کرو کہ [ع] اور [ع'] ان کے مطابق اسراع کی اکائیاں ہیں۔

تب ایک جسم کی حرکت میں اسراع کی پہلی اکائی [ع] اس وقت ہوتی ہے

جبکہ وقت [و] میں رفتار [ط] فی [و] کا اضافہ ہوتا ہے

لہذا اسراع م [ع] اس وقت ہوگا

جبکہ وقت [و] میں رفتار م [ط] فی [و] کا اضافہ ہو

اس لئے اسراع م [ع] اس وقت ہوگا

جبکہ وقت [و] میں رفتار م [ط] فی ن [و] کا اضافہ ہو

اس لئے اسراع $\frac{م}{ن}$ [ع] اس وقت ہوگا
 جبکہ وقت ن [و] میں رفتار م [ط] فی ن [و] کا اضافہ ہو
 یعنی اسراع $\frac{م}{ن}$ [ع] اس وقت ہوگا

جبکہ وقت [و] میں رفتار [ط] فی [و] کا اضافہ ہو
 لیکن یہ اسراع کی نئی اکائی [ع'] ہے

$$[ع'] = \frac{م}{ن}$$

$$[ع'] : [ع] :: م : ن$$

$$\frac{[ط']}{[و']} : \frac{[ط]}{[و]} ::$$

$$\frac{[ط]}{[و]} : \frac{[ط']}{[و']} ::$$

اس لئے بموجب تعریف تبدیل

$$[ع] \propto \frac{[ط]}{[و]} \text{ یعنی } [ع] \propto [ط] [و]^{-1}$$

۱۷۳- مثال (۱) اگر طول اور وقت کی اکائیاں فٹ اور ثانیہ سے بدل کر بالترتیب ۱۰۰ فٹ اور ۵۰ ثانیہ ہو جائیں تو دریافت کرو کہ رفتار اور اسراع کی اکائیاں کس نسبت میں بدلیں گی ؟

۱۰۰ فٹ فی ۵۰ ثانیہ کی رفتار ، رفتار کی نئی اکائی ہوگی۔ اور یہہ ۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار ہے۔ اس لئے رفتار کی نئی اکائی رفتار کی پہلی اکائی سے دوگنی ہے۔ ایک جسم کی حرکت میں اسراع کی نئی اکائی اس وقت ہوگی جبکہ ۵۰ ثانیہ میں ۱۰۰ فٹ فی ۵۰ ثانیہ کی رفتار کا اضافہ ہو۔

یعنی جبکہ ۵۰ ثانیہ میں ۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار کا اضافہ ہو۔ یعنی جبکہ ایک ثانیہ میں $\frac{1}{25}$ فٹ فی ثانیہ کی رفتار کا اضافہ ہو۔ پس اسراع کی نئی اکائی اسراع کی پہلی اکائی کا $\frac{1}{25}$ ہے۔ یا بطرز دیگر۔ دفعات (۱۷۱) و (۱۷۲) کا طریق کتابت لیتے

$$[ط] = [ط] ۱۰۰ \text{ اور } [و] = [و] ۵۰$$

$$۲ = [و] ۵۰ \times ۱۰۰ = \frac{[و][ط]}{[و][ط]} = \frac{[ر]}{[ر]}$$

$$\frac{1}{25} = \frac{۱۰۰}{۲۵۰۰} = [و] ۵۰ \times ۱۰۰ = \frac{[و][ط]}{[و][ط]} = \frac{[ع]}{[ع]} \text{ اور}$$

یعنی رفتار اور اسراع کی نئی اکائیاں - پہلی اکائیوں سے
بالتربیب دوگنی اور $\frac{1}{15}$ ہیں -

مثال (۲) - اگر اسراع بجاذبہ ارض کی قیمت فٹ ثانیہ
کے نظام میں ۳۲۵۲ ہو تو اس کی قیمت گز دقیقہ کے
نظام میں دریافت کرو۔

ایک گرتے ہوئے جسم کی رفتار میں ایک ثانیہ میں ۳۲۵۲
فٹ فی ثانیہ کی رفتار کا اضافہ ہوتا ہے -

تو ایک دقیقہ میں ۳۲۵۲×۶۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار کا
اضافہ ہوگا۔

یعنی ایک دقیقہ میں ۳۲۵۲×۶۰ فٹ فی دقیقہ کی رفتار
کا اضافہ ہوگا۔

اس لئے ایک دقیقہ میں $۳۲۵۲ \times \frac{۶۰}{۳}$ گز فی دقیقہ
کی رفتار کا اضافہ ہوگا۔

$$\therefore \text{قیمت مطلوبہ} = \frac{۳۲۵۲ \times ۶۰}{۳} = ۳۸۶۴۰$$

اس سوال کا مختصر حل یہ ہے -

فرض کرو کہ قیمت مطلوبہ لا ہے -

$$\text{تو لا} \times [ع] = [ع] ۳۲۵۲$$

$$\therefore \text{لا} = \frac{[ع]}{[ع]} \times ۳۲۵۲ = \frac{[ط][و]}{[ط][و]} \times ۳۲۵۲$$

$$\frac{240}{3} \times 3252 = \frac{1}{2740} \times 3252 =$$

$$38640 =$$

مثال (۳)۔ اگر ایک گرتے ہوئے جسم کا اسراع بطور
اسراع کی اکائی کے لیا جائے اور جو رفتار کہ گرتا ہوا جسم
ایک منٹ میں حاصل کرے وہ رفتار کی اکائی ہو تو
طول اور وقت کی اکائیاں دریافت کرو۔
دفعات (۱۷۱) و (۱۷۲) کا طریق کتابت استعمال کرو۔

$$\text{تب } 1 \times [ع] = 32 \times [ع]$$

$$\therefore [ط][و] = 32 \times [ط][و] \dots\dots (۱)$$

فٹ ثانیہ اکائیوں میں جو رفتار ایک منٹ میں حاصل ہو
وہ $32 \times 60 = 1920$

$$\text{اس لئے } 1 \times [ر] = 32 \times 60 \times [ر]$$

$$\text{یعنی } 1 \times [و][ط] = 32 \times 60 \times [و][ط] \dots\dots (۲)$$

مساوات (۲) کے مربے کو (۱) پر تقسیم کرنے سے

$$[ط] = \frac{32 \times 60}{32} \times [ط]$$

$$\text{پس بذریعہ (۲) } \frac{1}{32 \times 60} \times \frac{[ط]}{[ط]} = \frac{[و]}{[و]}$$

∴ [۹] = ۶۰ [۵] = ۶۰ ثانیہ = ایک دقیقہ

امثلہ نمبری (۲۹)

(۱) اگر طول کی اکائی ایک میل ہو اور وقت کی اکائی ایک دقیقہ ہو تو رفتار اور اسراع کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۲) اگر طول کی اکائی ایک میل ہو اور وقت کی اکائی ۳۰ ثانیہ ہو تو رفتار اور اسراع کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۳) اگر رفتار کی اکائی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار ہو اور وقت کی اکائی ایک منٹ ہو تو طول اور اسراع کی اکائیاں معلوم کرو۔

(۴) اگر ایک بلا تکلف گرنے والے جسم کا اسراع بطور اسراع کی اکائی کے استعمال کیا جائے اور وقت کی اکائی ۵ ثانیہ ہو تو ثابت کرو کہ رفتار کی اکائی ۱۶۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار ہے۔

(۵) اگر اسراع بجاذبہ ارض کی قیمت ۱۴ رکھی جائے اور وقت کی اکائی ۵ ثانیہ ہو تو طول کی اکائی کیا ہوگی؟

(۶) اگر رفتار کی اکائی ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار ہو اور وقت کی اکائی ایک منٹ ہو تو طول کی اکائی دریافت کرو۔

(۷) اگر ایک گرتے ہوئے جسم کا اسراع بطور اسراع کی اکائی کے لیا جائے اور جو رفتار یہ جسم ۵ ثانیہ میں حاصل کرے وہ رفتار کی اکائی ہو تو ثابت کرو کہ طول اور وقت کی

اکائیاں بالترتیب ۸۰۰ فٹ اور ۵ ثانیہ ہونگی۔

(۸) اسراع بجاذبہ ارض کی قیمت دریافت کرو۔

(۱) جب طول اور وقت کی اکائیاں ایک فٹ اور

نصف ثانیہ ہوں۔

(۲) جب یہہ اکائیاں ایک میل اور ۱۱ ثانیہ ہوں۔

(۳) جب یہہ اکائیاں ۱۰ گز اور ۱۰ منٹ ہوں۔

(۹) اسراع بجاذبہ ارض کی قیمت دریافت کرو جب طول

اور وقت کی اکائیاں سینٹی میٹر اور منٹ ہوں۔ یہہ تسلیم

کریا جائے کہ ایک میٹر ۳۹۳۷ انچ کے مساوی ہے۔

(۱۰) اسراع بجاذبہ ارض کی قیمت فٹ ثانیہ اکائیوں میں

۳۲ ہے۔ اگر وقت اور طول کی اکائیاں گھنٹہ کا

اور سینٹی میٹر ہوں تو اس اسراع کی قیمت دریافت کرو۔

یہہ معلوم ہے کہ ایک سینٹی میٹر = ۲۸.۳ فٹ

(۱۱) اگر ۱۰ ایکڑ کے کھیت کا رقبہ ۱۰۰ ہو اور ایک گرتے

ہوے جسم کا اسراع $\frac{1}{2}g$ ہو تو وقت کی اکائی دریافت

کرو۔

۱۷۴۔ ابعاد۔ تعریف۔ جب ہم یہہ کہتے ہیں کہ

ایک طبعی مقدار کے ابعاد طول، وقت اور کمیت مادہ میں عہدہ

اور جہ ہیں تو اس سے ہمارا یہہ مطلب ہوتا ہے کہ اس

مقدار کے ناپنے کی اکائی اس طرح بدلتی ہے جس طرح

[ط] [و] [ک]

مثلاً دفعات (۱۷۱) و (۱۷۲) کے نتائج اس طرح بیان ہوتے ہیں کہ رفتار کے ابعاد طول میں ۱ اور وقت میں ۱ ہیں اور اسراع کے ابعاد طول میں ۱ اور وقت میں ۱ ہیں۔ دفعات (۱۷۱) و (۱۷۲) میں صراحت کے ساتھ بیان ہوا ہے لیکن یہ نتائج زیادہ آسانی اور اختصار کے ساتھ بھی حاصل ہو سکتے ہیں جیسا کہ دفعہ آئندہ سے ظاہر ہو گا۔

۱۷۵- (۱) رفتار - فرض کرو کہ ایک نقطے کی رفتار کی عددی قیمت $\frac{1}{[ا]}$ ہے اور وہ ایسے وقت میں جس کی عددی قیمت $\frac{1}{[ر]}$ ہے ایک ایسا فاصلہ طے کرتا ہے جسکی عددی قیمت $\frac{1}{[و]}$ ہے تو

$$\frac{1}{[ا]} = \frac{1}{[ر]} \times \frac{1}{[و]}$$

اگر طول، وقت اور رفتار کی اکائیاں [ط]، [و] اور [ر] ہوں تو حسب طریق دفعہ (۱۶۸)

$$\frac{1}{[ا]} = \frac{1}{[و]} \times \frac{1}{[ر]} \text{ اور } \frac{1}{[ر]} = \frac{1}{[ا]} \times \frac{1}{[و]}$$

$$\frac{1}{[ط]} = \frac{1}{[و]} \times \frac{1}{[ر]}$$

$$\frac{1}{[ر]} = \frac{1}{[ط]} \times \frac{1}{[و]}$$

(۲) اسراع - فرض کرو کہ ایک ذرہ اسراع سے

علم حرکت ۴۱۱ باب دوازدهم
حرکت کرتا ہے اور وقت ز میں رفتار ث حاصل کرتا ہے تو
ث = س ز

اگر [ع] اسراع کی اکائی کو تعبیر کرے تو

س ∞ $\frac{1}{[ع]}$

ث ∞ $\frac{1}{[ر]}$ ∞ $\frac{1}{[ع]}$ $\frac{1}{[و]}$

پس [ع] ∞ [ر] ∞ [و] ∞ [ط] ∞ [و]^۲

(۳) کثافت - فرض کرو کہ ایک جسم کی کثافت ڈ ہے
اور اس کی کیت مادہ گ ہے اور حجم خ ہے تو
گ = خ ڈ

اگر [ث] اور [ح] کثافت اور حجم کی اکائیاں ہوں تو

ڈ ∞ $\frac{1}{[ث]}$ اور خ ∞ $\frac{1}{[ح]}$

ث ∞ $\frac{1}{[ک]}$ ∞ $\frac{1}{[ث]}$ $\frac{1}{[ح]}$

ث ∞ [ث] ∞ [ک] ∞ [ح] ∞ [ک] ∞ [ط]^۳

اگر جسم بہت پتلا ہو ایسا کہ اسے محض سطح سمجھ سکیں تو
 حسب طریق بالا سطحی کثافت کی اکائی ∞ [ک] [ط] ^۲
 اسی طرح اگر جسم ایسا ہو کہ اس کی چوڑائی اور موٹائی نظر انداز
 ہو سکے یعنی جسم ایک مادی خط ہو تو

خطی کثافت کی اکائی ∞ [ک] [ط] ^۱

(۴) قوت۔ اگر ظ ایسی قوت ہو چمکیت مادہ گ میں
 اسراع سے پیدا کرے تو $\phi = گ$ نس

پس اگر [ق] قوت کی اکائی کو تعبیر کرے تو

[ق] ∞ [ک] [ع] ∞ [ک] [ط] [و] ^۲

(۵) معیار حرکت۔ اگر کیت مادہ گ کا ایک جسم رفتار
 θ سے حرکت کر رہا ہو اور اس کا معیار حرکت مح ہو تو
 $\phi = گ$ θ

پس اگر [م] معیار حرکت کی اکائی ہو

تو [م] ∞ [ک] [ر] ∞ [ک] [ط] [و] ^۱

(۶) صدمہ۔ اگر ایک قوت ϕ کا صدمہ وقت زیر

علم حرکت ۴۱۳ باب دوازدہم

صم ہو تو صم = ز ظ

پس اگر [ص] صدمہ کی اکائی ہو تو

[ص] [ق] [د] [ک] [ط] [د]'

اس سے ظاہر ہے کہ صدمہ اور معیار حرکت کے ابعاد

ایک ہی ہیں۔ (۷) توانائی بالفعل۔ اگر گ کمیت کا ایک جسم
رفقار ث سے حرکت کر رہا ہو اور اس کی توانائی بالفعل

ٹ ہو تو ٹ = ۱/۲ گ ث

پس اگر [ت] توانائی بالفعل کی اکائی ہو تو

[ت] [ک] [ر] [ک] [ط] [د]'

(۸) کام۔ اگر ایک قوت ظ کا نقطہ عمل فاصلہ ف

طے کرے اور اگر اس قوت کے کئے ہوئے کام کو ی
سے تعبیر کریں تو

ی = ظ ف

پس اگر کام کی اکائی ل ہو تو

[ل] [ط] [ق] [ک] [ط] [و]^۲

لہذا کام اور توانائی بالفعل کے ابعاد ایک ہی ہیں
(۹) طاقت یعنی کام کرنے کی شرح - اگر طوق وہ
طاقت ہو جس سے کام ہی وقت ز میں ہوتا ہے تو

$$\text{طوق} = \frac{W}{Z} = \text{سی} - \text{ز}^1$$

پس اگر [سط] طاقت کی اکائی ہو تو

[سط] [ل] [و] [ک] [ط] [و]^۳

(۱۰) زاویئی رفتار - اگر ہا ایک ایسے نقطے کی
زاویئی رفتار ہو جو رفتار θ سے ن نصف قطر والے
دائرے میں حرکت کرتا ہے تو

$$\text{ہا} = \frac{\theta}{N} = \theta - \text{ن}^1 \quad [\text{دفعہ } ۲۶]$$

پس اگر زاویئی رفتار کی اکائی [ھ] سے تعبیر ہو تو

$$[ھ] = [ر] [ط] = [و]^1$$

۱۷۶- مثال (۱) اگر کمیت مادہ کی اکائی ۱۱۲ پونڈ ہو

علم حرکت ۴۱۵ باب دوازدهم

اور طول کی اکائی ایک میل ہو اور وقت کی اکائی ایک منٹ ہو تو قوت کی اکائی دریافت کرو۔
 بموجب دفعہ (۶۱) قوت کی اکائی وہ قوت ہے جو کمیت مادہ کی اکائی میں اسراع کی اکائی پیدا کرتی ہے۔
 یعنی جو ۱۱۲ پونڈ میں ایک میل فی منٹ فی منٹ کا اسراع پیدا کرتی ہے۔

یعنی ۱۱۲ پونڈ میں $\frac{1}{4}$ میل فی ثانیہ فی منٹ کا اسراع پیدا کرتی ہے

یعنی ۱۱۲ پونڈ میں $\frac{1}{4}$ میل فی ثانیہ فی ثانیہ

یعنی ۱۱۲ پونڈ میں $\frac{3 \times 1440}{40 \times 40}$ فٹ فی ثانیہ فی ثانیہ

یعنی ۱ پونڈ میں $\frac{112 \times 3 \times 1440}{40 \times 40}$ فی ثانیہ فی ثانیہ

پس قوت کی نئی اکائی = $\frac{112 \times 3 \times 1440}{40 \times 40}$ پونڈل

= $\frac{4}{15} \times 168$ پونڈل = $\frac{2}{15} \times 5$ پونڈ وزن تقریباً

یا بطرز دیگر۔ بموجب دفعہ ۱۷۵ (۴)

$$2740 \times 3 \times 1440 \times 112 = \frac{2 \cdot [د] [ط] [ک]}{2 \cdot [د] [ط] [ک]} = \frac{[ق]}{[ق]}$$

$$168 \frac{4}{15} = \frac{3 \times 1440 \times 112}{40 \times 40} =$$

حسب سابق

مثال (۲) ایک جسم کی توانائی بافضل فٹ پونڈ ثانیہ نظام میں ۱۰۰۰ ہے۔ اس کی قیمت میٹر گرام منٹ نظام میں دریافت کرو۔ یہ معلوم ہے کہ ایک منٹ = ۳.۶۵ سیکنڈ میٹر اور ایک پونڈ = ۴۵۰ گرام تقریباً۔ فرض کرو کہ قیمت مطلوبہ لا ہے تو

$$لا [ت] = ۱۰۰۰ [ت]$$

$$لا [ک] [ط] [و] = ۱۰۰۰ [ک] [ط] [و]$$

$$لیکن [ک] = ۴۵۰ [ک] اور ط = ۳.۶۵ [ط] اور و = ۱/۶۰ [و]$$

$$لا = ۱۰۰۰ \times ۴۵۰ \times ۳.۶۵ \times ۱/۶۰$$

$$= ۱۵۰۰۰۰۰$$

مثال (۳) اگر رفتار کی اکائی ۱۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار ہو اور اسراع کی اکائی ۲۴ فٹ ثانیہ اکائیاں ہوں اور قوت کی اکائی ۲۰ پونڈل ہو تو قیمت مادہ اور طول اور وقت کی اکائیاں دریافت کرو۔ ساتھ ہی کام کی اکائی بھی معلوم کرو۔

$$رفتار کی اکائی [ر] = ۱۲ [ر]$$

$$یعنی [ط] [و] = ۱۲ [ط] [و] \dots (۱)$$

$$اسراع کی اکائی [ع] = ۲۴ [ع]$$

علم حرکت ۴۱۷ باب دوازدهم

یعنی [ط] [و] = ۲۴ [ط] [و] (۲)
 وقت کی اکائی [ق] = ۲ [ق]

یعنی [ک] [ط] [و] = ۲ [ک] [ط] [و] (۳)

(۲) کو (۱) پر تقسیم کرنے سے

$$[و] = ۲ [و]$$

$$[و] = \frac{1}{2} [و] = ۵ \text{ ثانیہ}$$

(۱) کے مربع کو (۲) پر تقسیم کرنے سے

$$[ط] = \frac{۱۲}{۲۴} [ط] = ۶ [ط] = ۶ \text{ فٹ}$$

(۳) کو (۲) پر تقسیم کرنے سے

$$[ک] = \frac{۲۰}{۲۴} [ک] = \frac{۵}{۶} \text{ پونڈ}$$

پس کمیت مادہ اور طول اور وقت کی اکائیاں

$$\frac{۵}{۶} \text{ پونڈ ، } ۶ \text{ فٹ ، } \frac{۱}{۲} \text{ ثانیہ ہونگی۔}$$

بہوجب دفعہ ۱۷۵ (۸)

$$\frac{[ل]}{[ل]} = \frac{[ک][ط][و]}{[ک][ط][و]} = \frac{5}{4} \times 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$$

$$[ل] = \frac{5 \times 2 \times 2}{4} = 5 \text{ فٹ پونڈل}$$

امثلہ نمبری (۳۰)

(۱) اگر طول کی اکائی ۳۹ انچ ہو اور وقت کی اکائی ۳ ثانیہ اور کمیت مادہ کی اکائی ۳ ہنڈرڈ ویٹ ہو تو قوت کی اکائی دریافت کرو

(۲) اگر کمیت مادہ، طول اور وقت کی اکائیاں بالترتیب ۱۰ پونڈ، ۱۰ فٹ اور ۱۰ ثانیہ ہوں تو قوت اور کام کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۳) اگر طول کی اکائی ۲ فٹ ہو اور کمیت مادہ کی اکائی ایک پونڈ ہو تو وقت کی اکائی کیا ہونی چاہئے کہ قوت کی اکائی ایک پونڈ وزن ہو۔

(۴) اگر کمیت مادہ کی اکائی ایک ہنڈرڈ ویٹ ہو اور

قوت کی اکائی ایک ٹن وزن ہو اور طول کی اکائی ایک میل ہو تو ثابت کرو کہ وقت کی اکائی $\frac{1}{32}$ ثانیہ ہے۔

(۵) اگر رفتار کی اکائی ایک میل فی منٹ کی رفتار ہو۔

اور اسراع کی اکائی وہ اسراع ہو جس سے یہ رفتار منٹ

میں بہل ہو اور قوت کی اکائی نصف ٹن وزن کے مساوی ہو۔ تو طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔
(۶) اگر کمیت مادہ کی اکائی ایک ہنڈرڈ ویٹ ہو اور وقت کی اکائی ایک منٹ ہو اور قوت کی اکائی ایک پونڈ وزن ہو تو طول کی اکائی دریافت کرو۔

(۷) اگر قوت کی اکائی ۵ اونس وزن کے مساوی ہو اور وقت کی اکائی ایک منٹ ہو اور ۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے تعبیر ہو تو طول اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔
(۸) اگر $\frac{1}{5}$ گز طول کی اکائی ہو اور رفتار کی اکائی ایک گز فی ثانیہ کی رفتار ہو اور قوت کی اکائی ۶ پونڈل ہو تو کمیت مادہ کی اکائی دریافت کرو۔

(۹) یہہ تسلیم کر کے کہ ایک فٹ = ۳۰.۴۵ سینٹی میٹر، ایک پونڈ = ۴۵۳ گرام اور ایک گرتے ہوئے جسم کا اسراع = ۳۲ فٹ ثانیہ اکائیاں، ثابت کرو کہ

$$(۱) \text{ ایک پونڈل } = ۱۳۸۱۶ \text{ ڈائین}$$

$$(۲) \text{ ایک فٹ پونڈل } = ۴۲۱۴۰.۳ \text{ ارگ}$$

$$(۳) \text{ ایک ارگ } = ۱۰.۷۶ \times ۱۰^۶ \text{ فٹ پونڈ}$$

$$(۴) \text{ ایک اسی طاقت } = ۱۰.۷۶ \times ۱۰^۹ \text{ ارگ فی ثانیہ}$$

(۱۰) اکائیوں کے دو مختلف نظاموں میں ایک اسراع کی قیمت ایک ہی عدد سے تعبیر ہوتی ہے اور ایک رفتار

دو مختلف عددوں سے تعبیر ہوتی ہے جن کی نسبت ۳:۱ ہے۔ طول اور وقت کی اکائیوں کا مقابلہ کرو۔

اگر ایک جسم کا معیار حرکت ایسے عددوں سے تعبیر ہو جس کی نسبت ۵:۲ ہے تو کمیت مادہ کی اکائیوں کا مقابلہ کرو۔

(۱۱) اگر طول، رفتار اور قوت کی اکائیوں میں سے ہر ایک دو چند ہو جائے تو ثابت کرو کہ وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں نہیں بدلیں گی اور توانائی بالفعل کی اکائی ۱:۴ کی نسبت میں بڑھ جائے گی۔

(۱۲) اگر وقت کی اکائی ایک گھنٹہ ہو اور کمیت مادہ کی ایک ہنڈرڈ ویٹ ہو اور قوت کی اکائی ایک پونڈ وزن ہو تو مطلق اکائیوں میں کام اور معیار حرکت کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۱۳) اکائیوں کا ایک ایسا نظام دریافت کرو جس میں قوت کی اکائی ایک پونڈ وزن ہو اور اگر ۴ پونڈ کمیت کا ایک جسم ۵ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہو تو اسکے معیار حرکت اور توانائی بالفعل میں سے ہر ایک کی عددی قیمت ایک ہو۔

(۱۴) اگر ایک گرتے ہوئے جسم کا اسراع بطور اسراع کی اکائی کے لیا جائے اور ۵ ثانیہ میں اس کی رفتار محصلہ بطور رفتار کی اکائی کے استعمال کی جائے اور ۱۰ ثانیہ گرنے کے بعد ایک پونڈ کے جسم کا معیار حرکت بطور معیار حرکت کی

اکائی کے لیا جائے تو طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۱۵) جو کام ایک ہنڈرڈ ویٹ کو تین گز اوپر وار اٹھانے میں کیا جائے اگر وہ کام کی اکائی ہو۔ اور معیار حرکت کی اکائی ایک ایسے جسم کا معیار حرکت ہو جس کی کمیت مادہ ایک پونڈ ہو اور جبکہ وہ بجاذبہ ارض سمت شاقولی میں ۳ فٹ گرے اور اسراع کی اکائی اس اسراع کا تین گنا ہو جو جاذبہ ارض سے ظہور میں آتا ہے تو طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۱۶) اگر اسراع کی اکائی وہ اسراع ہو جو ۱۶ گرام کمیت کے جسم میں ایک گرام وزن کی قوت کے عمل سے پیدا ہو اور جو کام پہلے چار ثانیہ میں ہو وہ کام کی اکائی ہو اور جب جسم ۹۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے چل رہا ہو اسوقت کام کی شرح کی اکائی سے کام ہو رہا ہو تو طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۱۷) ایک ریل گاڑی ۶۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ اگر اس رفتار کو ۸ سے تعبیر کیا جائے۔ اور ریل کی حرکت کے مقابل جو مزاحمت ہے وہ ۱۶۰۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے۔ اگر اس مزاحمت کو ۱۰ سے تعبیر کریں۔ اور ایک میل چلنے میں انجن جتنی کام کی اکائیاں کرتا ہے ان کو ۱۰ سے تعبیر کیا جائے تو طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۱۸) اکائیوں کے ایک نظام میں اسراع بجاذبہ ارض ۳۲ سے

تعبیر ہوتا ہے۔ اور ۶۰۰ پونڈ کمیت کا ایک گولہ جو ۱۶۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے اس کی توانائی بالفعل ۱۰۰ سے تعبیر ہوتی ہے اور اس کا معیار حرکت ۱۰ سے تعبیر ہوتا ہے۔ طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔ (۱۹) ایک میل گاڑی کی کمیت ۱۰۰ ٹن ہے اور وہ ۴۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ اگر اس کی توانائی بالفعل کو ۱۱ سے تعبیر کیا جائے۔ اور اس قوت کے صدمے کو جو اس کو ساکن کر سکے ۵ سے تعبیر کریں اور ۴۰ اسی طاقت کو ۱۵ سے تعبیر کریں تو صوں، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو اور ثابت کرو کہ اسراع بجاذبہ ارض ۲۰۱۶ سے تعبیر ہوگا۔ یہہ تسلیم کر لیا جائے کہ فٹ ثانیہ اکائیوں میں اسراع بجاذبہ ارض کی قیمت ۳۲ ہے۔ (۲۰) اگر قوت کی اکائی ایک پونڈ وزن ہو تو دریافت کرو کہ کمیت مادہ کی اکائی کیا ہونی چاہیئے کہ مساوات (قوت = کمیت مادہ \times اسراع) ان اکائیوں کے لئے بھی صحیح رہے۔

شمار ابعاد سے ضابطوں کی تصدیق

۱۷۷۔ بہت سے ضابطوں اور نتیجوں کی جانچ مقادیر مشمولہ کے ابعاد شمار کرنے سے ہو سکتی ہے۔ فرض کرو کہ ایک ایسی مساوات ہے جس میں چند مقادیر طبعی شامل ہیں

تو اسی مساوات کی ایک جانب کی ہر ایک رقم کے ابعاد کا مجموعہ طول، وقت اور کمیت مادہ میں لیا جائے اور مساوات کی دوسری جانب کی رقموں کے ابعاد کو بھی جمع کریں تو مطابقت کی رقموں کے ابعاد کے مجموعے مساوی ہوں گے۔ کیونکہ فرض کرو کہ مساوات کی ایک جانب کے ابعاد طول میں دوسری جانب کے ابعاد سے مختلف ہیں تو طول کی اکائی بدلنے سے مساوات کی دونوں جانبیں مختلف نسبتوں میں بدلیں گی اور مساوی نہیں رہیں گی۔ یہہ صریحاً باطل ہے کیونکہ دو مساوی مقادیر کی ناپیں ہمیشہ مساوی ہونی چاہئیں خواہ ان کے لئے کوئی سی اکائی استعمال کی جائے۔ مثلاً اگر نقدی کی دو رقمیں برابر ہیں تو ان کی ناپیں برابر ہونگی خواہ رقموں کو روپوں میں بیان کیا جائے یا آنوں میں یا پائیوں میں۔ اب ایک اور مثال لو۔ فرض کرو کہ ایک مساوات سے ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ ۳ فٹ = ۱۰ انچ۔ ظاہر ہے کہ یہہ نتیجہ صحیح نہیں ہو سکتا۔

اب یہہ مساوات لو

$$۳ \text{ فٹ} = ۵ \text{ ک ب} + ۲ \text{ ع ف}$$

جہاں ک ایک جسم کی کمیت مادہ ہے اور ب ایک ابتدائی رفتار ہے اور حرکت شروع ہونے کے بعد کسی آن میں اس کی رفتار ۳ ہے اور ع اس کا اسراع ہے اور

علم حرکت ۴۲۵ باب دوازدهم

اور سوال حل کرنے سے ہمیں یہ جواب حاصل ہوتا ہے۔

کام = ک ظ ژ + س ک ژ ع
جہاں طریق کتابت حسب باب ہذا ہے۔

یہ مساوات صحیح نہیں ہو سکتی کیونکہ بموجب دفعہ ۵، کام کے ابعاد یہ ہیں

$$[ک] \frac{[ط]^2}{[و]^2}$$

$$اور ک ظ ژ کے ابعاد یہ ہیں [ک] \frac{[ک][ط]}{[و]^2} \times \frac{[ط]}{[و]}$$

$$یعنی [ک] \frac{[ط]^2}{[و]^3}$$

یہ ابعاد طول اور کمیت مادہ کے لحاظ سے غلط ہیں۔

$$س ک ژ ع کے ابعاد یہ ہیں [ک] \frac{[ط]}{[و]} \times \frac{ط}{[و]}$$

$$یعنی \frac{[ک][ط]}{[و]^2}$$

یہ ابعاد وقت کے لحاظ سے غلط ہیں۔

۱۷۸۔ اکثر اوقات مقادیر کے ابعاد پر غور کرنے سے بہت سے نتائج حاصل ہو سکتے ہیں۔ مثلاً یہ آسانی سے ثابت ہو سکتا ہے کہ ایک بسیط رقاص کی مدت اهتزاز اس

طرح بدلتی ہے جس طرح $\left[\frac{L}{g} \right]$ ، جہاں L اس ہلکی رسی کا طول ہے جس کے ذریعہ سے کمیت m کی ایک گولی ایک ثابت نقطے سے بندھی ہے۔ اگر یہ تسلیم کر لیا جائے کہ مدت اهتزاز کا انحصار قوس اهتزاز پر نہیں ہے تو ہمارے سوال کے جواب میں صرف تین مقداریں شامل ہو سکتی ہیں یعنی m ، L اور g ۔ فرض کر کے مدت اهتزاز اس طرح بدلتی ہے جس طرح m ، L اور g ۔ اس مقدار کے ابعاد یہ ہیں

$$[k] = [m] [L]^a [g]^b \left\{ \frac{[L]}{[g]} \right\}^c$$

$$\text{یعنی } [k] = [m] [L]^a [g]^b [L]^c [g]^{-c}$$

یہ ظاہر ہے کہ جواب کا صرف ایک بعد وقت میں ہے اور کمیت مادہ اور طول میں کوئی بعد نہیں ہے۔

اس لئے

$$a = 0, b = 1, c = -1 \text{ اور } -2 = c$$

علم حرکت ۴۲۶ باب دوازدهم

نکۃ = $\frac{1}{۳}$ اور یہ = $\frac{1}{۳}$

پس مدت ابتداء از اس طح بدلتی ہے جس طح $\left[\frac{۱}{۳} \right]$ [دفعہ ۱۵۹]

بنیادی مقادیر کے ابعاد اور قیمتوں کی جدول

ابعاد بلحاظ			مقادیر طبیعی
وقت	طول	کمیت مادہ	
	۳-	۱	جسمی کشافت
	۲-	۱	سطحی کشافت
	۱-	۱	نقطی کشافت
۱-	۱		رفقار
۲-	۱		اسراع
۲-	۱	۱	قوت
۱-	۱	۱	معیار حرکت
۱-	۱	۱	صدمہ
۲-	۲	۱	توانائی بالفعل
۳-	۲	۱	طاقت یا کام کی شرح
۱-			زادینی رفقار

علم حرکت

۴۲۸

باب دوازدهم

”ج“ کی قیمتیں

سینٹی میٹر ثنائیہ اکائیاں

فٹ ثنائیہ اکائیاں

۹۷۸۱۰

۳۲۶۰۹۱

مقام خط استوا

۹۸۰۶۶۱

۳۲۶۱۷

عرض بلد ۴۵°

۹۸۰۶۹۴

۳۲۶۱۸۳

پیرس

۹۸۱۶۱۷

۳۲۶۱۹۱

لندن

۹۸۳۶۱۱

۳۲۶۲۵۲

قطب شمالی

ثنائیه کے رقاص کا طول لندن میں

$$= ۳۹۶۱۳۹ \text{ انچ} = ۹۹۶۴۱۳ \text{ سینٹی میٹر}$$

$$۱ \text{ سینٹی میٹر} = ۳۹۳۷۰ \text{ انچ} = ۰.۳۲۸۰۹ \text{ فٹ}$$

$$۱ \text{ فٹ} = ۳۰.۴۸ \text{ سینٹی میٹر}$$

$$۱ \text{ گرام} = ۱۵۶۴۲۲ \text{ گرین} = ۰.۰۰۲۲۰۴۶ \text{ پونڈ}$$

$$۱ \text{ پونڈ} = ۴۵۳۶۵۹ \text{ گرام}$$

$$۱ \text{ ڈائین} = \frac{1}{۹۸۱} \text{ گرام کا وزن تقریباً}$$

$$۱ \text{ پونڈل} = ۱۳۸۲۵ \text{ ڈائین}$$

$$۱ \text{ فٹ پونڈل} = ۴۲۱۳۹۰ \text{ ارگ}$$

متفرق سوالات

(۱) ایک ذرہ بغیر کسی روک کے ایک برج کی چوٹی پر سے گرتا ہے اور اپنی حرکت کے آخری ثانیہ میں کل بلندی کا $\frac{5}{9}$ حصہ طے کرتا ہے۔ برج کی بلندی دریافت کرو۔

(۲) ایک شخص ایفل برج پر چڑھتا ہے اور ایک خاص بلندی سے ایک پتھر نیچے چھوڑتا ہے۔ پھر ۱۰۰ فٹ اور زیادہ چڑھکر ایک اور پتھر گراتا ہے۔ زمین تک پہنچنے میں دوسرے پتھر کو پہلے پتھر سے نصف ثانیہ زیادہ لگتا ہے۔ ہوا کی مزاحمت کو نظر انداز کر کے دریافت کرو کہ پہلا پتھر کس بلندی سے چھوڑا گیا اور اسے زمین تک پہنچنے میں کس قدر وقت صرف ہوا؟

(۳) ایک گولی ۱۲۰۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے حرکت کرتی ہوئی ایک لکڑی میں گھس جاتی ہے اور ایک انچ گھسنے سے اس کی رفتار نصف رہ جاتی ہے۔ یہہ تسلیم کر کے کہ مزاحمت یکساں ہے دریافت کرو کہ گولی کتنی دور گھس کر ساکن ہوگی؟

(۴) ترازو کے دو پلڑے جن میں سے ہر ایک کی کمیت ۷ اونس ہے ایک رسی کے دونوں سروں میں باندھکر ایک چکنی چمخی پر چڑھادئے گئے ہیں۔ اگر ایک پلڑے میں ۵ اونس کمیت کا جسم رکھا جائے اور دوسرے پلڑے میں

۸ اونس کمیت کا۔ تو دونو پلڑوں پر جسموں کا دباؤ دریافت کرو۔

(۵) دو مساوی جسم ایک رسی کے دونوں سروں میں باندھ کر ایک ہلکی چرخی پر چڑھا دئے گئے ہیں اور توازن میں لٹکتے ہیں۔ ثابت کرو کہ اگر ایک جسم میں بقدر اس کے $\frac{1}{n}$ کے اضافہ کر دیا جائے اور دوسرے میں سے اس کا $\frac{1}{n+1}$ نکال دیا جائے تو رسی کے تناؤ میں کوئی فرق نہیں آئے گا۔

(۶) ایک بے وزن رسی کا طول ط ہے۔ اس کے سروں سے دو جسم جن کی کمیت م اور ۳ م ہے بندھے ہوئے ہیں۔ رسی کو میز پر اس طرح رکھ دیا گیا ہے کہ رسی کا طول میز کے کنارے سے زاویہ قائمہ بناتا ہے اور م کنارے پر سے نیچے لٹکتا ہے۔ اگر میز کی بلندی بھی ط ہو تو ثابت کرو کہ ۳ م فرش پر م سے فاصلہ ط پر گرے گا۔ واضح رہے کہ فرش بے لچک ہے۔

(۷) ایک ذرہ جو بجا ذیۃ ارض گرتا ہے ایک خاص ثانیہ میں ۱۰۰ فٹ طے کرتا ہے ہوا کی مزاحمت کو نظر انداز کر کے دریافت کرو کہ اس کے بعد کے ۱۰۰ فٹ وہ کتنے وقت میں طے کرے گا ؟

اگر بوجہ مزاحمت ذرے کو ۹، ثانیہ وقت لگے تو مزاحمت کو یکساں فرض کر کے مزاحمت کی نسبت ذرے کے وزن سے معلوم کرو۔

(۸) ایک بسیط رقاص کے گولے کو اٹھا کر ایسی وضع میں

لایا جاتا ہے کہ رسی کس کر افقی ہو جاتی ہے۔ اب یہاں سے گولے کو چھوڑ دیا جاتا ہے۔

ثابت کرو کہ جو حرکت ہوگی اس میں رسی کا تناؤ گولے کے طے کردہ عمودی فاصلے کے متناسب ہوگا۔

(۹) ایک ذرہ ایک رسی کے ذریعہ سے سمت شاقولی میں لٹک رہا ہے۔ رسی کا طول l ہے اور دوسری طرف رسی ایک ثابت نقطے سے بندھی ہے۔ اب ذرے کو

رفقار $\left[\frac{1}{2} g l \right]$ سے سمت افقی میں حرکت دیجاتی ہے۔

جب رسی افقی وضع میں ہوتی ہے اور اس کے بعد جب ذرہ بلند ترین مقام پر پہنچتا ہے ان دونوں وضعوں میں ثابت کرو کہ رسی کے تناؤں کی نسبت $1:2$ ہے۔

(۱۰) ایک انجن m پونڈ کمیت کے ایک بوجھ کو ایک سطح مائل پر کھینچ کرنے جاتا ہے۔ سطح کا میلان افق سے θ ہے اور قدر فرق q ہے۔

اگر حرکت کی ابتدا حالت سکون سے ہو اور اسراع ایکساں ہو اور ω ثانیہ میں رفقار l حاصل ہو جائے تو ثابت

کرو کہ انجن کی اوسط اپسی طاقت $\frac{1}{2} m l \omega^2$ $\left[\frac{1}{2} g l \sin \theta \right]$ جم جم ہے جب θ علم

(۱۱) ایک جسم ایک لیفٹ میں اوپر وار پھینکا جاتا ہے۔
رقار رمی بلحاظ لیفٹ کے رہے اور جسم کی مدت پرواز

وہ ثابت کرو کہ لیفٹ اوپر کی طرف اسراع $\frac{g}{2}$ سے
جارہا ہے۔

(۱۲) ایک جہاز شمال کی طرف جارہا ہے اور اس کا دھواں
مشرق جنوب مشرق کی طرف جارہا ہے۔ ایک اور جہاز جنوب
کی طرف جارہا ہے اور اس کا دھواں شمال شمال مشرق کی
طرف جارہا ہے۔ دونو جہازوں کی رفتاریں مساوی ہیں۔
ثابت کرو کہ ہوا شمال مشرق کی جانب چل رہی ہے اور
اس کی رفتار جہازوں کی رفتار کے مساوی ہے۔

(۱۳) ایک گھوڑا ایک دائرے میں ۱۵ میل فی گھنٹہ کی
رفتار سے چل رہا ہے۔ دائرے کا نصف قطر ۶۰ فٹ ہے۔
ثابت کرو کہ زمین اور گھوڑے کے سموں کے درمیان قدر
فرک کی اقل قیمت $\frac{1}{16}$ ہے۔

(۱۴) ایک ریل گاڑی چل رہی ہے اور دوران حرکت میں
ایک ڈیہ علیحدہ ہو جاتا ہے اور ۸ منٹ میں فاصلہ
۵ فٹ طے کر کے ساکن ہو جاتا ہے۔ یہہ تسلیم کر کے کہ
ابطاء یکساں ہے ریل گاڑی کی رفتار اس وقت کی معلوم
کرو جس وقت ڈیہ علیحدہ ہوا۔

(۱۵) ایک جہاز جنوب مشرق کی طرف جارہا ہے۔ اس جہاز

علم حرکت ۴۳۲

ایک اور جہاز نظر آتا ہے جو اسی شرح سے چل رہا ہے۔ پہلے جہاز والوں کو دوسرا جہاز ہمیشہ قریب آتا ہوا معلوم ہوتا ہے اور ہمیشہ عین مشرق کی طرف دکھائی دیتا ہے۔ دوسرے جہاز کی سمت حرکت معلوم کرو۔

(۱۶) ایک ذرہ جس کی چک کمال ہے افق سے زاویہ عہ بناتا ہوا پھینکا جاتا ہے۔ ایک چکنی سطح نقطہ رمی میں سے گذرتی ہے اور افق سے بزاویہ عہ مائل ہے۔ ثابت کرو کہ ذرہ نقطہ رمی پر واپس آجائیگا بشرطیکہ مم عہ مم (طہ-عہ) صحیح عدد ہو۔

(۱۷) ایک ذرہ سکون سے شروع ہو کر ایک خط مستقیم میں اس طے چلتا ہے کہ اس کی حرکت میں باری باری اسراع ع اور ابطاء ع ہوتا ہے۔ اسراع اور ابطاء کی مدت ہر دفعہ مساوی ہوتی ہے اور وقت کے برابر ہوتی ہے۔ ثابت کرو کہ ۲ ن ایسی مدتوں میں یہ فاصلہ طے ہوگا۔

$$\frac{2n}{2} [(1+n) ع - (1-n) ع]$$

(۱۸) ایک ذرہ ایک کھردری افقی سطح پر رکھا ہے۔ ذرے اور سطح کے درمیان قدر فرک ل ہے۔ سطح ایک عمودی محور کے گرد گھوم سکتی ہے۔ محور سے ذرے کا فاصلہ ۱ ہے۔ دریافت کرو کہ سطح زیادہ سے زیادہ کتنی گردشیں فی منٹ کر سکتی ہے کہ ذرہ بلحاظ سطح کے حرکت نہ کرے۔

(۱۹) ایک توپ کے گولے کا پٹہ افقی سطح پر ح ہے۔ جن دو راستوں سے یہ پٹہ حاصل ہوتا ہے ان کی بڑی سے بڑی بلندیاں می اور می ہیں۔ ثابت کرو کہ ح =

۴ | می می -

(۲۰) ایک جھولے کی رسیاں ایک آدمی کے وزن کا دوگنا حالت سکون میں سہار سکتی ہیں تو معلوم کرو کہ وہ آدمی اس جھولے میں زیادہ سے زیادہ کتنے زاوے میں جھول سکتا ہے؟
(۲۱) دو جسم جن کی کمیتیں م اور م ہیں ایک رسی کے ذریعہ سے بندھے ہیں اور رسی جس کا طول معلوم ہے ایک چھوٹے حلقے میں سے گذرتی ہے۔ حلقہ ایک عمودی محور کے گرد بلا تکلف حرکت کر سکتا ہے۔ م کو اس طح حرکت دی جاتی ہے کہ وہ تو زاویہ رفتار م سے یک افقی دائرے میں گھومے اور م حالت سکون میں رسی سے لٹکا رہے۔ ثابت کرو کہ م کا فاصلہ حلقے سے $\frac{M}{m} \times$ ہے۔

(۲۲) دو بے لچک گولے ٹاپ میں ایک سے ہیں لیکن انکی کمیتیں م اور م ہیں اور وہ آپس میں مس کرتے ہوئے ایک چکنی میز پر پڑے ہیں۔ اب م کو چوٹ لگائی جاتی ہے لیکن اس طح کہ اس کی سمت خط مرکزین سے زاویہ عہ بنائے۔ تو اس صورت میں گولوں کی توانائی بافضل کی

نسبت دوسری صورت کی توانائی بالفعل سے جبکہ انکی جگہیں آپس میں بدل دی جائیں اور ہم کو چوٹ لگائی جائے یہ ہوگی

$$\frac{م (م + م جب ۲ غہ)}{م (م + م جب ۲ غہ)}$$

(۲۳) ایک وزنی ذرہ رفتار $ر$ سے پھینکا جاتا ہے اور ایک سطح مائل سے ۴۵° کے زاویہ پر ٹکراتا ہے۔ اس سطح کا میلان افق سے یہ ہے اور یہ نقطہ رمی میں سے گذرتی ہے۔ ثابت کرو کہ جہاں ذرہ ٹکراتا ہے اس مقام کی بلندی نقطہ رمی سے یہ ہے

$$\frac{۲}{ج} \times \frac{۱ + م م}{۲ + م م + م م}$$

(۲۴) ایک چمکدار جسم ایک نقطے سے رفتار $ر$ سے پھینکا جاتا ہے اور ایک عمودی دیوار سے ٹکرا کر نقطہ رمی پر پھر واپس آجاتا ہے۔ ثابت کرو کہ اس نقطے کا فاصلہ دیوار سے

$$\frac{ل}{۱ + ل} \times \frac{۲}{ج} \text{ سے کم ہونا چاہئے۔ جہاں } ل \text{ لچک کی قدر ہے۔}$$

(۲۵) دو ذرے جن کی کمیتیں $م$ اور $م$ ہیں متوازی مستقیم خطوں میں حرکت کر رہے ہیں۔ خطوں کا فاصلہ $ل$ ہے اور ذروں کی رفتاریں $ر$ اور $ر$ ہیں۔ دو نو ذرے ایک رسی سے بندھے ہیں جس کا طول ایسا ہے کہ جب رسی کس

جاتی ہے تو اس کا میلان متوازی خطوں سے عہ ہوتا ہے۔
یہ تسلیم کر کے کہ \angle ثابت کرو کہ جس وقت رسی
کستی ہے اس وقت رسی میں صدمہ کا تناؤ یہ ہوگا

$$\frac{m}{m+m} (r-r) \text{ جم عہ}$$

(۲۶) ایک چکنا فانہ جس کی کمیت m ہے ایک افقی سطح پر پڑا ہے
اور ایک ذرہ جس کی کمیت n ہے فانے کے مائل پہلو پر
نیچے کی طرف پھسلتا ہے۔ اس پہلو کا میلان افق سے عہ
ہے۔ ثابت کرو کہ ذرے کا اسراع بلحاظ افقی پہلو کے

$$\frac{m+n}{m} \times \text{ج جب عہ} -$$

(۲۷) ایک ذرہ ایک چکنے فانے کے مائل پہلو پر پڑا ہے۔
فانہ ایک افقی میز پر پھسل سکتا ہے۔ دریافت کرو کہ فانے
کو کس طرح حرکت دی جائے کہ ذرہ نہ اوپر جائے اور نہ
نیچے جائے۔ ساتھ ہی فانے اور ذرے کے درمیان دباؤ
دریافت کرو۔

(۲۸) ایک ذرہ جس کی کمیت m ہے ایک رسی کے
ایک سرے سے بندھا ہے۔ ایک دوسرا ذرہ جس کی
کمیت m ہے رسی کے نقطہ وسط سے بندھا ہے۔
رسی کا دوسرا سر ایک افقی میز پر ایک ثابت نقطے سے
بندھا ہے۔ دونوں ذروں کو اس طرح حرکت دی جاتی ہے

علم حرکت ۴۳۷

کہ رسی کے دونو حصے ایک ہی خط مستقیم میں رہتے ہیں اور ذرے افقی دائروں میں حرکت کرتے ہیں۔ ثابت کرو کہ رسی کے دونو حصوں کے تناؤں کی نسبت یہہ ہوگی۔

(۲۹) ایک ہلکی رسی ایک چھوٹی ثابت چرخہ پر سے گذرتی ہے۔ رسی کے ایک سرے سے ۳ پونڈ کا وزن لگتا ہے اور دوسرے سرے سے ایک ہلکی چرخہ لگتی ہے۔ اس چرخہ پر ایک اور ہلکی رسی گذرتی ہے جس کے سروں سے ۲ پونڈ اور ایک پونڈ کے وزن لگتے ہیں۔ یہہ کل نظام حالت سکون سے چھوڑ دیا جاتا ہے۔ تو دوران حرکت میں ثابت چرخہ پر کا دباؤ معلوم کرو اور وزن اعظم کا اسراع دریافت کرو۔

(۳۰) تین بے وزن حرکت پذیر چرخوں کا ایک ایسا نظام ہے جس میں تمام رسیاں ایک سلاخ سے بندھی ہیں اور بلند ترین رسی ایک ثابت چرخہ پر سے گذر کر دوسری طرف ۳ پونڈ کا وزن سہارتی ہے اور پست ترین رسی سے ۲۸ پونڈ کا وزن لگتا ہے۔ ثابت کرو کہ بڑا وزن $\frac{3}{5}$ کے اسراع سے نیچے کی طرف حرکت کرے گا۔

(۳۱) دو ریل کی سڑکیں ایک دوسرے کو قطع کرتی ہیں اور ان کا درمیانی زاویہ 90° ہے۔ دو ریل گاڑیاں سڑکیں کے مقام تقاطع کی طرف رفتاروں u اور v سے

پل بھی ہیں۔ اگر گاڑیوں کے ابتدائی فاصلے مقام تقاطع سے $\frac{1}{2}$ اور ب ہوں تو ثابت کرو کہ دوران حرکت میں گاڑیوں کا اقل فاصلہ ایک دوسرے سے یہ ہوگا

(۱۳-ب ر) جب عہ

از + س - ۲ - ۲ ر س جم عہ

(۳۲) اگر دو متحرک نقطوں کا درمیانی فاصلہ کسی وقت $\frac{1}{2}$ ہو اور ل ر ان کی اضافی رفتار ہو اور ل کے اجزاء $\frac{1}{2}$ کی سمت میں اور $\frac{1}{2}$ پر عمود بالترتیب $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{2}$ ہوں۔ تو ثابت کرو کہ دونو نقطوں کا اقل ترین باہمی فاصلہ $\frac{1}{2}$ ہے اور یہ فاصلہ وقت $\frac{1}{2}$ گزرنے کے بعد ہوگا۔

(۳۳) دو ذرے جن کی کمیتیں N اور M ہیں ایک ہلکی سی کے سروں سے بندھے ہیں اور ایک دوسرے کے قریب ایک پکٹی میز پر رکھے ہیں۔ یہ دسی ایک ہلکی پکٹی چرخی پر چڑھی ہوئی ہے اور چرخی ایک جسم کو سہائی ہے جس کی کمیت N ہے۔ اس جسم کو میز کے کنارے کے اوپر سے چھوڑ دیا جاتا ہے۔ چرخی کا سرعت معلوم کرو۔

(۳۴) چرخوں کے ایک نظام میں جو صلاح کہ بوجہ کو سہائی ہے اس صلاح سے ہر ایک دسی بندھی ہے۔ اگر اس نظام میں دو حرکت پذیر ہلکی چرخیاں ہوں اور زور کو چوگ کرنا جائے

تو ثابت کرو کہ بوجھ کا اسراع اوپر کی طرف $\frac{۳}{۲۹}$ ج ہوگا۔

(۳۵) ایک رسی کا ایک سرانبات ہے اور اس رسی پر ۳ پونڈ کمیت کا ایک حلقہ چڑھا ہے۔ رسی ایک چکنی چرخی پر سے گذر کر اپنے دوسرے سرے پر ایک پونڈ کمیت کے ایک جسم کو سہاتی ہے۔ ثابت کرو کہ حلقہ اسراع $\frac{۳}{۲}$ سے نیچے کی طرف حرکت کریگا اور رسی کا تناؤ $\frac{۲}{۳}$ پونڈ وزن ہوگا۔

(۳۶) ایک سائیکل سوار رفتار R سے ایک سڑک پر جا رہا ہے اور اسی سڑک پر کچھ فاصلہ آگے ایک شخص رفتار S سے پیدل جا رہا ہے۔ سوار اور پیدل دونوں ایسے متوازی خطوط مستقیم میں جا رہے ہیں جن کا باہمی فاصلہ F ہے۔ ثابت کرو کہ اگر سائیکل سوار فاصلہ $\frac{RS}{S}$ سے کم پر گھنٹی بجائے تو وہ اپنی رفتار کو کم کئے بغیر پیدل کے پاس سے بغیر اوجھڑ کے گذر جائے گا خواہ پیدل اپنے راستے کو چھوڑ بھی دے۔

(۳۷) ایک لڑکا ہوا میں ایک پتھر رفتار R سے براویہ ارتفاع h پھینکتا ہے۔

مدت بقدر $\frac{۲R}{g} \left(\frac{R}{g} - \frac{h}{g} \right)$ گذرنے کے بعد وہ ج [رجم h + رجم R]

ایک اور پتھر رِقار ر سے بزاویہ ارتفاع عہ پھینکتا ہے۔
ثابت کرو کہ دوسرا پتھر پہلے سے ٹکرائے گا۔

(۳۸) م کمیت کی ایک گولی ایک ثابت تختے کے اندر
بقدر فاصلہ ن گھس جاتی ہے۔ تختے کی کمیت ن
ہے۔ اگر تختہ بلا تکلف حرکت کر سکے تو ثابت کرو کہ

گولی اس کے اندر بقدر فاصلہ $\frac{ن}{م+ن}$ داخل ہوگی۔

(۳۹) ایک رسی ایک سرے سے کمیت ط کا جسم سہاڑی
ہے پھر ایک ثابت چرخی کے اوپر سے گذر کر ایک حرکت
پذیر چرخی کے نیچے سے گذرتی ہے اور پھر ایک ثابت
چرخی پر سے گذر کر دوسرے سرے سے کمیت ق کا
ایک جسم سہاڑی ہے۔ حرکت پذیر چرخی سے کمیت ع
کا ایک جسم لٹکتا ہے۔ یہ فرض کر کے کہ رسی اور
چرخیاں بے وزن ہیں اور رسی کے جو حصے چرخوں سے
مس نہیں کرتے وہ عمودی ہیں ع کا اسراع اور رسی
کا تناؤ دریافت کرو۔

(۴۰) ایک فانہ جس کی کمیت ن ہے ایک افقی چکنی
سطح پر پھسل سکتا ہے اور اسی کا ایک پہلو افق سے
بزاویہ عہ مائل ہے۔ ابتدا میں فانہ ساکن ہے اور ایک
ذره جس کی کمیت م ہے اس کے مائل پہلو پر اوپر کی
طرف پھسلنے کے لئے حرکت دیا جا ہے۔ اگر ذره نقطہ

علم حرکت

۴۴۱

رہی سے بلندی ہی تک چڑھے تو ثابت کرو کہ رفتار
رہی یہ ہوگی

$$\left\{ \frac{م + ن}{ن + م جب ع} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

(۴۱) ایک ذرہ ایک کھردری مائل سطح پر ساکن ہے۔ قدر
فرک لے ہے اور سطح کا میلان افق سے ع ہے۔ سطح پر
جس طرف ذرہ رکھا ہے اس سے دوسری طرف سطح کو
افقی سمت میں یکساں اسراع ع سے حرکت دیتا
ہے۔ ثابت کرو کہ ذرہ بلحاظ سطح کے ساکن رہے گا اگر

$$ع > \frac{رج جم ع - ج جب ع}{رج جم ع + ر جب ع}$$

(۴۲) ایک منتظم مسدس زمین پر کھڑا ہے اور اس کا
ایک ضلع زمین کو مس کرتا ہے۔ ایک ذرہ اس طرح
پھینکا جاتا ہے کہ اس کے اوپر کے چار کونوں سے عین
پھوٹا ہوا جائے۔ ثابت کرو کہ زمین پر پہنچنے کے وقت
ذرے کی جو رفتار ہوگی اس کی نسبت ذرے کی
اقل رفتار سے ۳ : ۳۱ ہوگی۔

(۴۳) ایک جسم کا وزن ایک آدمی کے وزن سے ڈیڑھا
ہے۔ اس کو اٹھانے کے لئے آدمی اس سے ایک
رسی باندھتا ہے اور رسی کو ایک چرخی پر سے گزارتا ہے

پھر رسی پر چڑھنا شروع کرتا ہے۔ آدمی کا اسراع اوپر کی طرف
بمطابق رسی کے $\frac{1}{2}g$ ہے۔ ثابت کرو کہ جسم اسراع $\frac{1}{2}g$ سے
اوپر اٹھیںگا۔ رسی کا تناؤ بھی دریافت کرو۔

(۴۴) ایک فائبر جس کی کمیت n اور زاویہ θ ہے ایک
چکنی افقی سطح پر بلا تکلف حرکت کر سکتا ہے۔ ایک چکنی کرہ
جس کی کمیت m ہے فائبر کے مائل پہلو کی عمودی سمت
میں ٹکرا کر اچھلتا ہے۔ ثابت کرو کہ تصادم سے عین پہلے
اور تصادم کے عین بعد کرے کی رفتاروں کی نسبت یہ
ہوگی

$n + m \cos \theta : n - m \sin \theta$

اس میں L لچک کی قدر ہے۔

(۴۵) ایک ہلکی چکنی چرخ پر ایک رسی گذرتی ہے جسکے
ایک سرے سے ۴ پونڈ کمیت کا ایک جسم لٹکتا ہے اور
دوسرے سرے سے ایک پونڈ کمیت کی ایک چرخ
لٹکتی ہے۔ اس چرخ پر ایک رسی گذرتی ہے جس کے
سروں سے بالترتیب ۲ پونڈ اور ۳ پونڈ کمیت کے جسم
لٹکتے ہیں ثابت کرو کہ ۴ پونڈ کے جسم کا اسراع $\frac{1}{4}g$
ہوگا۔

(۴۶) ایک رسی کا اصلی طول L ہے اس کے سرے ایک
چکنی میز پر دو ثابت نقطوں سے باندھے گئے ہیں اور اس طرح

علم حرکت

۴۴۴

رسی کھینچ جاتی ہے۔ دونو نقطوں کا درمیانی فاصلہ n ہے ایک ذرہ جس کی کمیت m ہے رسی کے نقطہ وسط سے باندھا گیا ہے۔ ذرے کو پکڑ کر رسی کی سیدھ میں کھینچا جاتا ہے لیکن اس قدر کہ اس کی نقل مکان $(\frac{1}{2} - \frac{1}{4})$ سے زیادہ نہ ہو۔ ذرے کو اسطرح کھینچ کر چھوڑ دیا جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ ذرہ اهتزاز کی حرکت کرے گا اور یہ کہ اس کی مدت اهتزاز کا انحصار نہ تو n پر ہے اور نہ اس فاصلے پر جہاں تک ذرہ کھینچ کر چھوڑا گیا تھا۔

(۴۷) جو توانائی بالفعل کہ 5 پونڈ کا جسم حالت سکون سے 5 فٹ گر کر حاصل کرتا ہے اگر وہ توانائی بالفعل کی اکائی لی جائے اور جو معیار حرکت یہی جسم حاصل کرتا ہے وہ معیار حرکت کی اکائی لی جائے۔ اور جتنے فاصلہ تک کہ جسم گرا ہے وہ طول کی اکائی ہو تو وقت کی اکائی دریافت کرو۔ (۴۸) ایک ذرہ ط ایک دائرے میں حرکت کرتا ہے۔ وہ دائرے کا ایک قطر ہے۔ ط پر کے تماس پر سے وہی عمود نکالا گیا ہے۔ ثابت کرو کہ y کی رفتار بلحاظ ط کے ط کی رفتار کے مساوی ہے۔

(۴۹) ایک پکٹی چرخ زمین سے بلندی y پر نصب کی گئی ہے اور اس پر سے ایک بے وزن بے لچک رسی گزرتی ہے۔ رسی کے ایک سرے سے ایک آدنی جس کی کمیت n ہے لٹکتا ہے اور دوسرے سرے سے

کمیت م + ن کا ایک آدمی لگتا ہے۔ دونو ایک ہی وقت یکساں اسراعوں سے اوپر چڑھنا شروع کرتے ہیں۔ اگر ہلکا آدمی و ثانیہ میں چرخی تک پہنچ جائے تو

ثابت کرو کہ بھاری آدمی کا فاصلہ چرخی سے $\frac{م}{م+ن} \left[\frac{ن}{۲} + ی \right]$ سے کم نہیں ہو سکتا۔

(۵۰) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت ن ہے یکساں رفتار سے ایک ہموار سڑک پر چل رہی ہے۔ سب سے پیچھے کا ڈبہ جس کی کمیت م ہے گاڑی سے علیحدہ ہو جاتا ہے اور ڈریور (گاڑی چلانے والے) کو اس کا علم فاصلہ ل طے کرنے کے بعد ہوتا ہے اور وہ اس وقت انجن کی بھاپ بند کر دیتا ہے۔ ثابت کرو کہ جس وقت گاڑی کے دونو حصے ساکن ہونگے اس وقت ان کا درمیانی فاصلہ $\frac{ن}{ن-م}$ ہوگا۔ یہ تسلیم کر لیا جائے کہ مزاحمت

یکساں ہے اور وزن کے تناسب ہے اور انجن کی قوت بھی یکساں ہے۔

(۵۱) ایک چھوٹی چکنی چرخی جس کی کمیت ن ہے ایک چکنی مینر پر پڑی ہے ایک ہلکی رسی چرخی پر سے گذر کر اپنے دونو سروں سے دو جسم (کمیت م اور م) سہاٹی ہے۔ رسی کے دونو حصے مینر کے کنارے پر عمود ہیں اور

دونو جسم کنارے پر سے نیچے لٹک رہے ہیں۔ ثابت کرو کہ چرخہ کا اسراع

$$\frac{۴ م م ج}{ن (م + م) + ۴ م م} \text{ ہوگا}$$

(۵۲) افقی سمت میں ہوا کے چلنے سے ایک مری میں اسراع ع ہوا کی سمت میں پیدا ہوتا ہے۔ اگر ایک ذرہ رفتار ر سے افق سے زاویہ عہ بناتا ہوا پھینکا جائے اور ہوا کی مزاحمت کے اثر کو نظر انداز کیا جائے اور ذرے کی حرکت ایسی عمودی سطح میں ہو جو ہوا کی حرکت کی سمت میں سے گذرتی ہے تو ثابت کرو کہ ذرے کے طریق کا وتر خاص

$$\frac{۲ (ج جم عہ + ع جب عہ)}{۴ (ج + ع)} \text{ ہوگا}$$

(۵۳) ایک ذرہ ایک چکنی افقی میز پر ایک چلنے والے فافے کے پائے سے مس کرتا ہوا پڑا ہے۔ فافے کا زاویہ عہ اور اس کی بلندی سی ہے۔ فافے کو میز پر یکساں اسراع ع سے حرکت دی جاتی ہے۔ اگر ع < ج مس عہ تو ثابت کرو کہ ذرہ فافے کے مائل پہلو پر چڑھ سکیگا۔ اگر فافہ اسی طرح و ثانیہ حرکت کرے اور پھر رفتار محصلہ سے یکساں حرکت کرے تو ذرہ عین چوٹی پر پہنچ جائے گا بشرطیکہ

$$\frac{۲ ج ی قط عہ}{ع (ع جم عہ - ج جب عہ)} = ۲$$

(۵۴) ۱۰ پونڈ اور ۲ پونڈ کے وزن ایک چرخ و محور پر عمودی رسیوں کے ذریعہ سے توازن میں لگاتے ہیں۔ اگر ایک پونڈ کا وزن چھوٹے وزن کے ساتھ باندھ دیا جائے تو وہ اسراع دریافت کر د جس سے چھوٹا وزن نیچے کو حرکت کرے گا اور رسیوں کا اسراع بھی معلوم کرو۔ چرخ اور محور کو بے وزن تصور کیا جائے۔

(۵۵) ایک تفریقی چرخ و محور میں ۲ چرخ کا نصف قطر ہے۔ اور ۱ اور ۲ محور کے دونوں حصوں کے نصف قطر ہیں۔ اگر چرخ کی رسی سے وزن ط نکایا جائے تو نظام متوازن ہوتا ہے۔ اگر ط کو دوگنا کر دیا جائے تو

ثابت کرو کہ وہ اسراع $\frac{2}{1} \times \frac{2}{2} = 2$ سے نیچے کو حرکت کرے گا۔ چرخ اور محور کو بے وزن تسلیم کر لیا جائے۔

(۵۶) ایک ذرہ جس کی لچک کامل ہے رفتار ۱ سے ایک عمودی سطح میں پھسکا جاتا ہے۔ یہ عمودی سطح ایک مائل سطح کے ایک خط میلان اعظم میں سے گذرتی ہے۔ سطح مائل کا میلان افق سے عہ ہے۔ اگر ذرہ سطح مائل سے ٹکرا کر عمودی سمت میں اچھلے تو ثابت کرو کہ

وقت $\frac{1}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{2}$ گذرنے کے بعد ذرہ نقطہ $\frac{1}{2}$ ج [۱ + ۱] عہ آ جائے گا۔

علم حرکت ۴۴۷

(۵۷) ایک چکنی ثابت چرخہ پر رسی چڑھی ہوئی ہے اور رسی کے سروں سے دو چرخیاں لٹکتی ہیں جن میں سے ہر ایک کی کمیت ۴م ہے ایک اور رسی جس کے سروں سے ۲م اور ۳م کیتوں کے جسم لٹکتے ہیں ان دونوں چرخوں میں سے ایک چرخہ پر چڑھی ہوئی ہے اور ایک تیسری رسی جس کے سروں سے ۴م اور ۴م کیتوں کے جسم لٹکتے ہیں دوسری حرکت پذیر چرخہ پر چڑھی ہوئی ہے۔ اگر یہ نظام حرکت کرنے کے لئے آزاد ہو تو ثابت کرو کہ ہر ایک حرکت

پذیر چرخہ کا اسراع $\frac{۲}{۲۵}g$ ہے۔

(۵۸) ایک منکا ایک کھردرے عمودی حلقے پر چڑھا ہوا ہے۔ حلقہ اپنی سطح میں اپنے مرکز کے گرد گردش کرتا ہے۔

اس کی زاویائی رفتار یکساں رہتی ہے اور $\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{R} \right] \frac{d\theta}{dt}$ ہے

نہیں بڑھتی۔ جہاں r حلقے کا نصف قطر ہے اور R قدر فرک ہے۔ ثابت کرو کہ منکا نہیں پھسلے گا۔

(۵۹) ایک ذرہ ایک عمودی حلقے کے اندر اس کے پت

توں نقطے سے ایسی رفتار سے پھینکا جاتا ہے کہ وہ حلقے کے اندر اس کے محیط پر کچھ فاصلہ طے کر کے حلقے

کو چھوڑ دیتا ہے اور پھر واپس نقطہ رمی پر پہنچ جاتا ہے۔ رفتار رمی دریافت کرو اور یہ بھی معلوم کرو کہ ذرہ حلقے کو

کس مقام پر چھوڑے گا ؟

(۶۰) ایک ذرہ ایک رسی کے ذریعہ سے ایک ثابت نقطے سے لٹکتا ہے۔ رسی کا طول ۱ ہے۔ ذرے کو وضع توازن سے حرکت دی جاتی ہے۔ رفتار رمی وہ رفتار ہے جو بلندی ۱+ب سے گر کر حاصل ہوتی ہے۔ اگر ۲ ب < ۳ ۱ تو ثابت کرو کہ رسی وقت و گزرنے تک ڈھیلی رہے گی جہاں و مساوات ذیل سے حاصل ہوتا ہے

$$۲۷ ج ۱ و ۲ = ۳۲ ب (۱۹ - ۲ ب)$$

(۶۱) ایک وزنی ذرہ ایک لچکدار رسی کے ایک سرے سے بندھا ہے اور رسی کا دوسرا سر ثابت ہے۔ رسی کی لچک کا مقیاس ذرے کے وزن کے مساوی ہے۔ رسی کو نیچے کی طرف شاقولی سمت میں اس قدر کھینچا جاتا ہے کہ رسی کا طول اصلی طول سے چوگنا ہو جاتا ہے۔ رسی کو اس طرح کھینچ کر چھوڑ دیا جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ ذرہ اس مقام پر

$$\text{وقت} \left[\frac{1}{ج} \right] \left[\frac{\pi^2}{۳} + ۳۱۲ \right] \text{ میں واپس آجائے گا}$$

جہاں ۱ رسی کا اصلی طول ہے۔

(۶۲) ایک ہلکی رسی ایک چکنی چرخہ پر سے گذرتی ہے اور اس کے سروں پر طے ہیں جن میں ایک ایک آدمی بیٹھا ہے۔ ہر ایک آدمی کی کمیت م ہے۔ ایک آدمی (۱) دوسرے (ب) سے ی فٹ بلند ہے۔ ب کے

ہاتھ میں $\frac{1}{2}$ کمیت کا ایک گولہ دیا جاتا ہے جو کہ ب فی الفو

۱ کی طرف اس قدر رفتار سے پھینکتا ہے کہ گولہ $\frac{1}{2}$ میں $\frac{1}{2}$ تک پہنچ جاتا ہے۔ اور $\frac{1}{2}$ اس کو پکڑ لیتا ہے۔ ثابت کرو کہ گولے کو پکڑنے سے پہلے $\frac{1}{2}$ فاصلہ بقدر $\frac{1}{2}$ اوپر وار طے کر چکیگا اور $\frac{1}{2}$ کی اوپر وار حرکت، فاصلہ بقدر $\frac{59}{۳۶۱}$ طے کرنے کے بعد بند ہوگی۔

(۶۳) ایک چکنا حلقہ جس کی کمیت N ہے ایک رسی پر چڑھا ہے اور رسی کے سرے دو چکنی ثابت چرخوں پر سے گذر کر دو جسموں M اور M' کو سہارتے ہیں۔ رسی کے مختلف حصے عمودی ہیں۔ کل نظام حرکت کرنے میں آزاد ہے۔

ثابت کرو کہ حلقہ ساکن رہے گا بشرطیکہ $\frac{2}{N} = \frac{1}{M} + \frac{1}{M'}$

(۶۴) ایک ذرہ جس کی کمیت M ہے ایک چکنے فافے کے مائل پہلو پر رکھا ہے۔ فافے کی کمیت N ہے اور وہ ایک چکنی افقی مینر پر پڑا ہے۔ فافے کو ایک رسی کے ذریعہ سے افقی سمت میں کھینچا جاتا ہے اس طرح کہ رسی ایک چکنی چرخ پر سے گذرتی ہے اور اس کے دوسرے سرے سے ایک جسم (کمیت N) لٹکتا ہے۔ کل نظام حرکت کرنے میں آزاد ہے اور حرکت ایک ایسی عمودی سطح میں ہوتی ہے جو فافے کے ایک خط میلان اعظم میں سے گذرتی ہے۔

ثابت کرو کہ ذرے کا اسراع بلحاظ فانی کے

$$\frac{(ن + ن + م) \text{ جب } ع + ن \text{ جم } ع}{ن + ن + م \text{ جب } ع} \text{ ج ہے}$$

جہاں ع فانی کے مائل پہلو کا میلان ہے۔ ساتھ ہی دریافت کرو کہ فانی پر م کا کس قدر دباؤ پڑتا ہے ؟ (۶۵) ایک چکنا فانی ایک افقی سطح پر پڑا ہے اور وہ سطح پر اپنے خطوط میلان اعظم کے ظلون کی سمت میں حرکت کرنے میں آزاد ہے۔ ایک ذرہ فانی کے مائل پہلو پر حرکت کرنے کے لئے پھینکا جاتا ہے۔ ذرے کی سمت رمی خطوط میلان اعظم سے مائل ہے۔ ثابت کرو کہ سطح پر ذرے کی حرکت کا راستہ قطع مکانی ہوگا۔

(۶۶) ایک گولی جس کی لچک کامل ہے ایک مائل سطح کے پائے سے پھینکی جاتی ہے۔ اگر گولی نقطہ رمی سے فاصلہ ف پر سطح مائل سے ٹکرا کر اچھلے اور پھر اسی راستے سے واپس آئے جس راستے سے گئی تھی تو ثابت کرو کہ

$$\left[\frac{\text{ج ف} (۱ + ۳ \text{ جب } ع)}{۲ \text{ جب } ع} \right] \text{ رفتار رمی ہے۔ جہاں ع}$$

سطح کا میلان ہے۔

(۶۷) ایک وزنی جسم جس کی کمیت ن ہے ایک افقی تختی پر حرکت کرنے میں آزاد ہے۔ اس کو ایک کمانی کے

ذریعہ سے ایک ثابت نقطے سے باندھا جاتا ہے۔ ثابت نقطے کا فاصلہ تختی سے ف ہے اور کمانی کا اصلی طول ۱ ہے۔
 ۱، ف سے کم ہے۔ کمانی کی لچک ایسی ہے کہ اگر ایک جسم (کمیت م) اس سے لٹکائیں تو اس کا طول بقدر ط بڑھ جاتا ہے۔ اگر ن کو تھوڑا سا اپنی جگہ سے ہٹا کر چھوڑ دیں تو ثابت کرو کہ ایک چھوٹے سے اتہزاز کی

$$مدت \quad \frac{2\pi}{\left\{ \frac{n}{\pi} \left(\frac{1}{f} - 1 \right) \right\}} \quad \text{ہوگی۔}$$

(۶۸) ایک ریل گاڑی ایک منحنی پر رفتار ۱ سے چل رہی ہے۔ منحنی کا نصف قطر ن ہے۔ اگر ریل کی سڑک افقی اور ہموار ہو اور ریل گاڑی کے مرکز جہود کی بلندی ریل کی سڑک سے سی ہو اور ریلوں کے درمیان فاصلہ ۱۲ ہو تو ثابت کرو کہ اگر

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{f} - 1 \right) \left(\frac{1}{n} - 1 \right) = 0$$

تو ریل گاڑی الٹ جائے گی۔

(۶۹) ایک فائبر جس کی کمیت ن ہے ایک افقی میز پر پڑا ہے۔ فائبر کا وہ پہلو جو میز سے مس کرتا ہے کھردرا ہے اور جو پہلو مائل ہے وہ چکنا ہے۔ مائل پہلو کا میلان عہ ہے۔ میز اور فائبر کے درمیان زاویہ فرک فہ ہے۔ ایک ذرہ جس کی کمیت م ہے چکنے پہلو پر نیچے کی طرف

پہلے ہے۔ وہ شرط دریافت کرو جس کے پورا ہونے سے
فانہ حرکت کر سکے۔ اور ثابت کرو کہ اگر فانہ حرکت کرے تو
اس کا اسراع

مجم عہ جب (عہ - فہ) - ن جب فہ ج ہوگا۔
ن جم فہ + م جب عہ جب (عہ - فہ)

(۷۰) ایک کھڑکی کو دو رسیاں سہارتی ہیں۔ رسیاں چرخوں
پر سے گذر کر اپنے دوسرے سروں سے ایک ایک وزن
سہارتی ہیں۔ ہر ایک وزن کھڑکی کے نصف وزن کے مساوی ہے۔
کھڑکی اپنے چوکھٹے میں کھلتی ہوئی آتی ہے۔ اب ایک ہی
ٹوٹ جاتی ہے اور کھڑکی اسراع ع سے نیچے اترتی ہے۔
ثابت کرو کہ

$$ع = \frac{۱ - ب}{۱ + ب} ج \text{ جہاں } ر \text{ قدر فک ہے}$$

اور ۱ کھڑکی کی بلندی اور ب اس کا عرض ہے۔
(۷۱) ۳۰۰ پونڈ کے وزن کو ایک عمودی قوت کے ذریعہ
سے اٹھایا جاتا ہے۔ جوں جوں وزن اوپر چڑھتا ہے
قوت حسب جدول ذیل بدلتی ہے۔

۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰	بلندی زمین سے فٹوں میں
۹۰۰	۶۱۰	۴۸۰	۴۱۰	۳۴۰	۳۲۰	۲۵۰	اٹھانیوالی قوت پونڈوں کے وزن میں

علم حرکت

۴۵۳

زمین سے ۵۶۵ فٹ کی بلندی پر دریافت کرو (۱) جسم کی توانائی بالقوہ (۲) جسم کی توانائی بالفعل (۳) اس کام کی مقدار جو قوت نے کیا۔

(۷۲) ۱۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک کمانی کے ذریعہ سے زمین سے وصل کیا گیا ہے۔ کمانی ایسی ہے کہ ۱۰ پونڈ وزن لٹکانے سے ایک انچ بڑھتی ہے۔ جسم ایک قوت کے ذریعہ سے اوپر وار اٹھایا جاتا ہے۔ قوت مختلف بلندیوں پر حسب جدول ذیل بدلتی ہے۔

بلندی انچوں میں	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
قوت پونڈوں کے	۲۲	۳۶۶۲	۴۴۶۵	۴۹	۵۲	۵۱۶۸	۴۸
وزن میں							

۲ انچ اور ۴ انچ کی بلندیوں پر بالترتیب جسم کی توانائی بالفعل اور توانائی بالقوہ دریافت کرو اور ۶ انچ کی بلندی پر اس کی رفتار معلوم کرو۔

(۷۳) ایک انجن ایک تل کے ذریعہ سے پانی نکالتا ہے۔ جس وقت پانی تل میں سے نکلتا ہے اس وقت اسکی رفتار ۱۰ ہے۔ ثابت کرو کہ انجن کے کام کرنے کی شرح اس طرح بدلتی ہے جس طرح ۳۔

(۷۴) ایک انجن کے پیہیوں پر ۲۴ ٹن کا وزن ہے اور

پہیوں اور ریلوں کے درمیان قدر فرق $\frac{1}{4}$ ہے۔ اگر انجن کی اسی طاقت سے ہو اور پہلے نہ پھسلیں تو ثابت کرو کہ گاڑی کی رفتار زیادہ سے زیادہ ۳۰ میل فی گھنٹہ ہو سکتی ہے۔

(۷۵) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت N ہے ایک اسٹیشن سے حالت سکون سے چل کر دوسرے اسٹیشن پر پہنچ کر ساکن ہو جاتی ہے۔ دونو اسٹیشنوں کے درمیان فاصلہ F ہے اور ریل گاڑی کو وقت W ثانیہ لگتا ہے۔ ریلوں وغیرہ کی رگڑ سے C پونڈ وزن کے مساوی مزاحمت ہوتی ہے۔ دونو اسٹیشنوں کے درمیان کچھ فاصلے تک انجن کی قوت مستقل رہتی ہے اور P پونڈ وزن کے مساوی ہوتی ہے۔ ثابت کرو کہ

$$P = \frac{C^2 J W}{E J W - 2 N F}$$

$$\text{اور } P \text{ کی مدت عمل} = W - \frac{2 N F}{E J W}$$

(۷۶) ایک سائیکل سوار اور اس کی مشین دونوں کی مجموعی کمیت N پونڈ ہے۔ اگر ایک مائل سڑک پر نیچے کی طرف بغیر پاؤں چلانے کے سوار L فٹ فی ثانیہ کی یکساں

رفقار سے جارہا ہو اور مائل سڑک کا میلان ۴۵ میں ایک ہو تو ثابت کرو کہ ایک ایسی مائل سڑک پر جس کا میلان ۱ میں ایک ہے اوپر کی طرف اسی رفقار سے جانے کے لئے اسکو اس شرح سے کام کرنا چاہئے

جو $n = \left[\frac{1}{m} + \frac{1}{l} \right] \frac{1}{55}$ ایسی طاقت کے مساوی ہو۔

(۷۷) ایک سائیکل سوار ایک ہموار سڑک پر ۱۲ میل فی گھنٹہ کی رفقار سے چلتا ہے اور ۴۰ میں ایک میلان والی سڑک پر اوپر کی طرف ۵ میل فی گھنٹہ کی رفقار سے چلتا ہے۔ جو فراحت سڑک کے میلان کی فراحت کے علاوہ ہے وہ مستقل رہتی ہے۔ اس فراحت کو دریافت کرو اور یہ بھی معلوم کرو کہ ۱۰۰ میں ایک میلان والی سڑک پر نیچے کی طرف اس کی رفقار زیادہ سے زیادہ کیا ہوگی۔ سوار اور اس کی مشین کی مجموعی کمیت مادہ ۱۸۰ پونڈ ہے اور وہ یکساں شرح سے کام کرتا ہے۔

(۷۸) لکڑی کے ایک کندے کی کمیت مادہ ۵۰ پونڈ ہے اور وہ حرکت کرنے میں آزاد ہے۔ اگر ۴۰ پونڈ کمیت کی ایک گولی رفقار سے چلتی ہوئی اس کے مرکز ثقل کی سیدھ میں لگے تو دریافت کرو کہ گولی کے لگنے سے کندے کی کیا رفقار ہوگی؟

اگر گولی کندے میں ۱ فٹ گھس جائے اور گولی کی حرکت کے مقابل لکڑی کی فراحت یکساں ہو تو ثابت کرو کہ یہ

فراحت $\frac{n}{n+m} \times \frac{r}{2g} \times$ پونڈ وزن کے مساوی

ہے۔ اور یہ کہ کندے میں داخل ہونے میں گولی کو

$\frac{1}{r}$ ثانیہ وقت لگیگا اور اس عرصہ میں کندہ $\frac{m}{n+m}$ ۱

فٹ کے فاصلہ تک چلے گا +



جوابات

نمبری (۱)

- (۳) ۱۰۰ فٹ (۵) ۱۲۰
- (۷) پانی کی دھار سے زاویہ حجم $(\frac{3}{8})$ یعنی ۱۲۶° $۵۰'$ بناتے ہوئے، پانی کی دھار پر عمود یعنی اس کی عمود سمت پانی کی دھار سے مس $\frac{۵}{۱۶}$ یعنی ۵۹° کا زاویہ بناتی ہے۔
- (۸) ۴۳ میل فی گھنٹہ ، ۱۲ میل فی گھنٹہ
- (۹) اب محدودہ سے ۱۵۰° کا زاویہ بناتی ہوئی سمت میں ، پندرہ منٹ کے بعد لا سے براویہ قائمہ ٹکر ہوگی۔
- (۱۰) گاڑی کی حرکت کی سمت سے حجم $(\frac{11}{16})$ کے زاویہ پر۔
- (۱۱) مشرق سے شمال کی طرف زاویہ مس $\frac{1}{16}$ پر ایک افقی خط کھینچو۔ اس افقی خط سے زاویہ ارتفاع مس $\frac{1}{16}$ بناتی ہوئی سمت میں ۲۹°

(۱۲) (۱-۳۶) ب (۶۶-۶۷) ۲/۳ جہان ب رفتار ہے (۱۳) ۹۰
(۱۴) سب سے بڑی رفتار سے زاویہ جم ۱۳/۳ بناتی ہوئی اور مقدار میں ۱۴ -

نمبری (۲)

- (۱) ریل گاڑی کی حرکت کی سمت سے زاویہ مس ۱- (۲/۳) بناتی ہوئی اور مقدار میں ۵۵ فٹ فی ثانیہ
- (۲) ۲۰ میل فی گھنٹہ اور شمال سے مغرب کی جانب زاویہ مس ۱۳/۳ بناتی ہوئی -
- (۳) ۱۵ میل فی گھنٹہ جانب شمال مشرق
- (۴) ۱۰ میل فی گھنٹہ جانب جنوب مشرق
- (۵) ۳۹ میل فی گھنٹہ مشرق سے شمال کی جانب زاویہ جم ۱۳/۳ بناتی ہوئی
- (۶) ۳۲ ۱۱/۳ میل فی گھنٹہ
- (۷) ۲۶ ۲ میل فی گھنٹہ سمت عمودی سے ۴۵° کا زاویہ بناتی ہوئی -
- (۸) ۵۶ ۲-۲۶ میل فی گھنٹہ - [و ۱ (= ۱۴) مشرق کی طرف کھینچو اور و ب (= ۷) جنوب مشرق کی جانب کھینچو - متوازی الاضلاع و ۱ ب ج کی تکمیل کرو تو وج سمت مطلوبہ ہے]

- (۱۰) $\frac{5}{11}$ ثانیہ (۱۳) ۲۴ منٹ ، ۶ میل
 (۱۴) $2\frac{1}{16}$ فٹ فی ثانیہ ب ۱ سے زاویہ مس ۱۳۰ بنائی
 ہوئی ، ۳ فٹ ، $\frac{23}{15}$ ثانیہ کے اختتام پر۔
 (۱۶) ۲۶ میل فی گھنٹہ جنوب مشرق کی جانب
 (۱۷) جانب شرق (۱۸) ۳ ر اور ر

نہیری (۳)

- (۱) $\frac{\pi 2}{3}$ نیم قطری فی ثانیہ
 (۲) $\pi 8$ نیم قطری فی ثانیہ ، $50\frac{1}{2}$ فٹ فی ثانیہ
 (۳) $\frac{\pi 11}{18}$ فٹ فی ثانیہ ، $\frac{\pi 11}{18}$ نیم قطری فی ثانیہ
 (۴) ۱ : ۲۰ : ۳۶۰
 (۵) $2\frac{1}{2}$ میل فی گھنٹہ
 (۶) $\frac{ق-ف}{ق} \times ر$ (۸) $\frac{\pi 33}{r}$
 (۱۰) ۶۰ (۳۶۰ = ۱۰۳۶۹) میل فی گھنٹہ افق سے $\pm ۳۰^\circ$
 زاویہ بنائی ہوئی
 (۱۱) $\frac{88}{15}$ نیم قطری فی ثانیہ ، ۳۰ میل فی گھنٹہ
 (۱۲) ۲۲ نیم قطری فی ثانیہ ، ۳۰ میل فی گھنٹہ
 (۱۳) ۲۰ میل فی گھنٹہ ، ۱۰ میل فی گھنٹہ افق سے
 $\pm ۶۰^\circ$ کا زاویہ بنائی ہوئی ، ۱۰ میل فی گھنٹہ افق
 سے $\pm ۳۰^\circ$ کا زاویہ بنائی ہوئی

نمبری (۴)

(۲) ۵ میل فی گھنٹہ ایسی سمت میں جو مغرب سے شمال کی جانب زاویہ $\frac{۳۰}{۳۶۰}$ بناتی ہے

(۳) ۵ فٹ فی ثانیہ اس کی ابتدائی رفتار سے ۱۲۰ کا زاویہ بناتی ہوئی۔

(۴) $\frac{۲۰}{۲۷} - ۲۷$ فٹ ثانیہ بجانب شمال شمال مغرب

(۵) ۱۲ فٹ فی ثانیہ اس کی ابتدائی رفتار سے ۱۲۰ کا زاویہ بناتی ہوئی۔

نمبری (۵)

(۱) (۱) ۱۷ فٹ فی ثانیہ ، $\frac{۱}{۲}$ ۴ فٹ

(۲) صفر ، $\frac{۱}{۲}$ ۲۲ فٹ (۳) $\frac{۵۵}{۱۸}$ ، $\frac{۷}{۱۱}$ ۱ ثانیہ

(۴) ۳ فٹ فی ثانیہ ، ۶ ثانیہ

(۲) ۴۰ فٹ فی ثانیہ ، ۴۰ فٹ (۳) ۴۰ ثانیہ

(۴) ۲۰ فٹ سیکنڈ اکائیاں (۵) ۱۰ سیکنڈ ، ۵۰ اینٹی میٹر

(۶) ۵۰ ثانیہ میں ، ۲۵ میٹر (۷) ۱۸ فٹ ثانیہ اکائیاں

(۸) ۱۰ فٹ فی ثانیہ ، $\frac{۱}{۵}$ فٹ ثانیہ اکائی

(۹) ۱۹ فٹ فی ثانیہ ، ۳ فٹ ثانیہ اکائیاں ، $\frac{۱}{۴}$ ۶۰ فٹ

(۱۰) ۵ سیکنڈ ، $\frac{۱}{۲}$ ۱۲ فٹ (۱۱) ۱۶ فٹ ثانیہ اکائیاں ، ۳ فٹ فی ثانیہ

(۱۲) ۳۰ فٹ فی ثانیہ ، ۲ فٹ ثانیہ اکائیاں (۱۳) ۳۰ فٹ

(۱۴) $\frac{۱}{۳}$ ، $\frac{۱}{۳} - ۲۷$ ، $\frac{۲۷}{۳}$ ثانیہ بالترتیب

علم حرکت

۵

جوابات

(۱۵) ۲ ثانیہ میں ۱۶ فٹ پر

(۱۶) ہاں

(۱۷) اس کی نقل مکان $\sqrt{41^2 + 2^2}$ فٹ ہے اور مشرق سے شمال کی جانب زاویہ $\tan^{-1} \frac{2}{41}$ بناتی ہے۔

(۱۸) ۱۰ ثانیہ یا ۳۰ ثانیہ (۲۰) $\frac{1}{4}$ میل فی گھنٹہ
(۲۱) ۳۲۳۵ فٹ ، چوتھے ثانیہ میں ، ۲۴ فٹ ثانیہ اکائیاں

(۲۲) ۳۷۲۵ فٹ ، $\frac{5}{8}$ فٹ ثانیہ اکائیاں

نمبری (۶)

(۱) ۲۵ فٹ ، $\frac{1}{4}$ ثانیہ اور $\frac{1}{4}$ ثانیہ

(۲) (۱) $\frac{15}{32}$ ثانیہ میں (۲) $\frac{1}{4}$ ثانیہ میں

(۳) $\frac{1}{4}$ ثانیہ اور $\frac{1}{4}$ ثانیہ میں ، ۵۰ فٹ

(۴) (۱) ۱۶۰۰ فٹ (۲) $\frac{1}{4}$ ثانیہ

(۳) ۶۰ فٹ فی ثانیہ اوپر وار

(۵) ۴۳۲ فٹ (۶) ۴۴ ثانیہ (۷) ۲ ثانیہ یا $\frac{1}{4}$ ثانیہ

(۸) ۵۴۵ سینٹی میٹر فی ثانیہ ، $\frac{1}{4}$ ثانیہ (۹) ۱۰۲۰ ثانیہ

(۱۰) ۲۱۸ میٹر ، $\frac{1}{4}$ ثانیہ (۱۱) ۳۲۵۱۸

(۱۲) ۹۰۰ فٹ ، $\frac{1}{4}$ ثانیہ (۱۳) ۱۰۰ فٹ

(۱۴) ۴۰۰ فٹ

(۱۵) ۱۴۴ فٹ

- (۱۶) ۲۵۶ فٹ فی ثانیہ ، ۱۰۲۲ فٹ
(۱۷) ۵ = ۹ فٹ فی ثانیہ (۱۸) ۷۸۴ فٹ
(۱۹) ۱۱۲۰ فٹ فی ثانیہ (۲۰) ۱۵۰ فٹ

نمبری (۷)

- (۱) ۲۰۰ فٹ ، ۵ ثانیہ
(۲) ۱۶ ۳/۴ فٹ فی ثانیہ ، ۵ ۱/۴ ثانیہ
(۳) ۳۰°
(۴) ۴ : ۱
(۵) (۱) ۳/۵ - ۸۹ فٹ ، ۴/۵ فٹ فی ثانیہ
(۲) ۳/۵ - ۲۱۷ فٹ ، ۴/۵ فٹ فی ثانیہ
(۶) ۳۰° (۷) ۱/۴ جم یعنی ۰۷۵ ۳۱

نمبری (۸)

- (۱) ۴۰۸۰ فٹ
(۲) ۱/۴ ثانیہ
(۳) ۹۶ فٹ فی ثانیہ ، صفر
(۴) پہلا جسم برج کی بلندی کا ایک ربع گر چکیگا
(۵) پہلے
(۶) 'راجل' اور صفر جہاں سطح کی بلندی ہے۔
(۷) پہلے جسم کی ابتداء حرکت سے وقت ۱/۴ (راجل و) گزرنے کے بعد اور بلندی ۱/۴ (راجل و) پر۔

علم حرکت

۷

جوابات

- (۸) ۱۵ ثانیہ (۹) ۹۶ فٹ (۱۰) ۱۹۶ فٹ ، ۱۱۲ فٹ فی ثانیہ
(۱۱) ۳۲ ، ۹۶ اور ۱۶۰ فٹ ہیں ، ۳ ثانیہ

$$(۱۹) \left[\frac{۲۰}{۳} \right] \text{ قم عہ قطبہ } (۲۰) \left[\frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۴} \right]$$

$$(۲۲) \frac{۲۲}{۳۵} \text{ فٹ ثانیہ اکائیاں ، } \frac{۲۲}{۳۵} \text{ فٹ ثانیہ اکائیاں ، ۳۰ میل فی گھنٹہ}$$

$$(۲۵) ۶۰ \text{ میل فی گھنٹہ ، ۴۴ ثانیہ ، ۱۹۳۶ فٹ ، ۸ ثانیہ}$$

$$(۲۸) \frac{۳۲}{۳۳} \text{ فٹ سیکنڈ اکائیاں ، ۳۰ فٹ فی ثانیہ}$$

$$(۲۹) \frac{۱۱}{۳۵} \text{ فٹ ثانیہ اکائیاں ، } \frac{۵۵}{۳۴} \text{ فٹ ثانیہ اکائیاں ، ۲ گھنٹہ } \frac{۱}{۳} \text{ منٹ -}$$

نمبری (۹)

$$(۳) (۱) \frac{۱}{۴} (۲) \frac{۳}{۴} (۳) \frac{۳}{۴} \text{ فٹ سیکنڈ اکائیاں}$$

$$(۵) (۱) ۲۰۰ پونڈل (۲) \frac{۱}{۴} ۶ پونڈ وزن$$

$$(۶) ۱۵ پونڈ وزن (۷) \frac{۲}{۵} ۱۵ پونڈ وزن$$

$$(۸) ۴۸ فٹ ثانیہ اکائیاں ، ۲۰ فٹ$$

$$(۹) ۱:۴۳ ، ۵ فٹ فی ثانیہ$$

$$(۱۰) \frac{۱}{۴} ۷ ثانیہ ، \frac{۱}{۳} ۱۳ فٹ فی ثانیہ$$

$$(۱۱) ۲ منٹ ۵۶ سیکنڈ (۱۲) ۱۴ سیکنڈ$$

$$(۱۳) ۱۸۰ فٹ$$

$$(۱۵) \frac{۱}{۳} ۳۶۳ سٹیٹ میٹر فی ثانیہ ، \frac{۲}{۳} ۱۸۱$$

سینٹی میٹر ۲۱۸۰۰، سینٹی میٹر
(۱۶) ۴۹۶۰۵ کیلو گرام (۱۷) ۱۴۴ پونڈ
(۱۸) ۱۲ پونڈ

(۱۹) $\frac{11}{14}$ پونڈ وزن ، $\frac{3}{8}$ پونڈ وزن
(۲۰) وہ مساوی ہیں (۲۱) ۱۱۰ پونڈ وزن
(۲۲) $\frac{1}{3}$ ۱۳۳ فٹ فی ثانیہ

نمبری (۱۰)

- (۱) ج ، $\frac{1}{5}$ پونڈ وزن
(۲) (۱) ۴ فٹ ثانیہ اکائیاں (۲) $\frac{1}{8}$ پونڈ وزن
(۳) ۲۰ فٹ فی ثانیہ (۳) ۵۰ فٹ
(۳) (۱) $\frac{2}{3}$ ۱۰ فٹ فی ثانیہ (۲) $\frac{1}{3}$ ۲۱ فٹ (۳) ۴۴۰ فٹ
اور - ۵۱۲ فٹ بالترتیب -
(۴) ۴۴۱ میٹر ، ۴۹۵ گرام وزن (۶) بقدر ۲ پونڈ وزن
(۷) $\frac{2}{3}$ (۸) $\frac{5}{2}$ (۹) ۱۶ فٹ
(۱۰) (۱) ج ، (۲) $\frac{1}{5}$ ثانیہ (۳) $\frac{1}{5}$ ۱۵ فٹ فی ثانیہ
(۱۱) ۲ ثانیہ
(۱۲) (۱) ۲ فٹ ثانیہ اکائیاں (۲) $\frac{13}{14}$ ۲ پونڈ وزن
(۳) ۶ فٹ فی ثانیہ (۴) ۹ فٹ
(۱۳) $\frac{242-3}{4}$ ج ، $\frac{1}{4}$ (۱ + ۲۷) ثانیہ
(۱۴) ۴۰ فٹ

علم حرکت

۹

جوابات

(۱۵) ۲۴ پونڈ ۱۰ اونس (۱۶) ۵ اونس

(۱۷) ۱۹ : ۱۳

(۱۸) $۲\frac{۱}{۴}$ اور $۳\frac{۱}{۴}$ پونڈ وزن ، $\frac{۱}{۴}$ ج

(۱۹) ۲۹ فٹ ۹ انچ تقریباً

نمبری (۱۱)

(۱) $\frac{۱۱}{۴۹}$ ج ، ۳

(۲) ۴۰.۵۶ فٹ فی ثانیہ ، ۹۶ فٹ

(۳) ۱ (۴) $\frac{۳۶}{۴}$ ثانیہ ، ۲۶.۸ فٹ فی ثانیہ

(۵) $\frac{۱}{۴}$ ۵۶ ثانیہ ، $\frac{۱۶}{۸}$ ۵۶ فٹ فی ثانیہ

(۶) ۱۶ ۵۶ فٹ فی ثانیہ ، ۸۰ فٹ فی ثانیہ

(۸) بڑا جسم باسراع $\frac{۳۶۲-۳}{۹}$ ج نیچے کی طرف

حرکت کرتا ہے

(۹) ذرے حرکت نہیں کرتے -

(۱۰) $\frac{۱}{۴}$ ۲۱۱.۷ فٹ (۱۱) ۶۰.۵ : ۱۸

(۱۲) (۱) ۵ منٹ ۸ سیکنڈ (۲) ۶۷.۷۶ فٹ

(۱۳) ۲۲ منٹ $\frac{۲}{۴}$ سیکنڈ ، $\frac{۲}{۴}$ ۲۲.۵۸ فٹ

(۱۴) $\frac{۲}{۴}$ ۵ ٹن وزن (۱۵) ۱۴۰.۸ میل گز

(۱۶) $\frac{۲}{۴}$ ۱۲ ۲۳ گز (۱۷) $\frac{۶۱}{۱۲۵}$ ۴۱۱ فٹ

(۱۸) $\frac{۲۱}{۸}$ ۵ ٹن وزن ، تقریباً ۷ میں ایک ، ۵۰ میں ایک -

نمبری (۱۲)

- (۱) صفر (۲) ۲۰ پونڈ وزن (۳) ۲۰ پونڈ وزن
 (۳) ۱۵۴ پونڈ وزن ، ۷ پونڈ وزن
 (۴) $\frac{7}{8}$ (۵) $\frac{1}{2}$ ۲۰۵۷ فٹ
 (۶) ۲۹۷ گرام وزن ، ۲۷۰ گرام وزن
 (۷) ۳ اونس وزن ، $\frac{7}{8}$ ، $\frac{1}{4}$ اونس وزن ، ۳ اونس وزن
 (۸) ۹۳۹ ٹن وزن (۹) ۳۹ پونڈ وزن تقریباً
 (۱۰) ۷۵۲۱ پونڈ وزن تقریباً
 (۱۳) دس سمت شاقولی میں لگتے ہیں
 (۱۴) ۵:۳ (۱۶) ۸۰ فٹ
 (۱۸) $\frac{6}{7}$ ٹن (۲۱) ۱:۲
 (۲۲) ۱۹ اثنانہ (۲۳) $\frac{3}{4}$ و $\frac{3}{4}$
 (۲۴) م اوپر وار باسراع $\frac{3}{13}$ حرکت کرتا ہے اور
 ن نیچے کی طرف اسراع $\frac{3}{13}$ سے حرکت کرتا ہے۔

$$(۲۶) \frac{m}{m+m} = \text{اور اسراع} = \frac{m}{m-m} \text{ ج}$$

$$(۲۷) \frac{1}{13} \text{ فٹ سیکنڈ اکٹیاں } (۲۸) \frac{1}{55} \text{ ج}$$

$$(۲۹) ۳۲۰ فٹ ، ۲۸ میل فی گھنٹہ$$

نمبری (۱۳)

- (۱) $\frac{2}{3}$ فٹ فی ثانیہ (۴) $\frac{1}{4}$ فٹ فی ثانیہ
 (۵) $\frac{7}{2}$ فٹ فی ثانیہ (۶) ۶۶۸ فٹ
 (۷) $\frac{209}{32}$ ٹن وزن (۸) ۱۴۳۱ فٹ فی ثانیہ تقریباً

نمبری (۱۴)

- (۱) ۱۶۰ (۲) $\frac{1}{3}$ ۲۱۳ (۳) ۱۱۹۵
 (۴) ۱۴۵۶۸۵ پونڈ وزن (۵) $\frac{3}{5}$ ۲۱ (۶) $\frac{68}{135}$ ۶۸
 (۷) ۳۹۲۰۰۰ فٹ پونڈ، ۷۴۵۰ اسی طاقت
 (۸) ۱۵۲ فٹ پونڈ (۹) ۲۰۹۵۲ ٹن وزن

امثلہ نمبری (۱۵)

- (۱) (۱) ۵۱۲۰ (۲) ۱۲۸۰ (۳) توانائی بالفعل کی صفراکائیاں
 (۲) ۱۵۶۲۵ (۳) 10×125
 (۴) 10×425 ، 10×3125 (۵) $3125 \times \frac{1}{11}$ فٹ پونڈ
 (۶) ۲ : ۱ ، ۱۵ : ۱ ، ۳۰۰ اور ۶۰۰ پونڈل ، ۶۰۰ اور ۲۰ فٹ

امثلہ نمبری (۱۶)

- (۳) صدے کی ۸۹۶۰۰۰ اکائیاں ، ۴ فٹ

- (۴) $\frac{5}{2}$ فٹ ، $\frac{1}{12}$ \overline{A} (۵۲۲۶) ثانیہ ، $\frac{3}{4}$
- (۵) ۷۷۹۷ سینٹی میٹر فی ثانیہ ، ۴۰۷۷۵ گرام وزن تقریباً
- (۶) ۱۰۴ ہنڈرڈ ویٹ وزن
- (۷) جسم ۲۴ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتے ہیں
- (۸) $\frac{4}{3}$ \overline{A} فٹ فی ثانیہ ، $\frac{3}{4}$ \overline{A} فٹ فی ثانیہ
- (۱۱) $\frac{1}{2}$ جہاں ب مشترکہ رفتار ہے
- (۱۲) $\frac{1}{12}$ فٹ ، $\frac{1}{12}$ ۲۶ ثانیہ
- (۱۳) رفتاریں آخر کار مساوی ہو جاتی ہیں
- (۱۴) ۱۱:۱۶:۱۱ (۱۵) ۲۰ \overline{A} فٹ فی ثانیہ ، ۵۶۰۰۰ فٹ پونڈ
- (۱۸) $\frac{3}{5}$ ۱۱ ٹن وزن ، ۲۸ ، ۲۳۳ ، $\frac{1}{3}$ ۳۳۳ فٹ پونڈ
- (۱۹) $\frac{9}{13}$ ۱۱ ٹن (۲۱) ۳۵۲۰ فٹ پونڈ
- (۲۲) $\frac{1}{10}$ (۲۳) $\frac{88}{9}$ وزن
- (۲۴) ۳ پونڈ وزن ، $\frac{4}{9}$ ۲۴ پونڈ وزن
- (۲۶) $\frac{1}{3}$ ۳۳ اکائیوں ، $\frac{1}{24}$ ۱ پونڈ وزن ، $\frac{5}{528}$ اسی طاقت
- (۲۷) ۶۹ ۱۲ پونڈ وزن

امثلہ نمبری (۱۷)

- (۱) (۱) ۱۶ فٹ ، ۲ ثانیہ ، ۱۱.۶۹ فٹ
- (۲) ۷۵ فٹ ، ۴۳۳ ۴ ثانیہ ، ۱۷۳۷۲ فٹ
- (۳) ۱۳۴۴۴ فٹ ، ۵۷۹۵ ثانیہ ، ۴۴۴ فٹ
- (۴) ۲۲۵ فٹ ، $\frac{1}{4}$ ۷ ثانیہ ، ۱۲۰۰ فٹ

علم حرکت

۱۳

جوابات

- (۲) ۷۲ فٹ ، ۱۱۲ $\frac{1}{4}$ فٹ ، ۳۱۲ $\frac{1}{4}$ فٹ
 (۳) ۲۶۰۹۵۸ میٹر ، ۶۵۲۵۳۹ میٹر
 (۴) ۴۰۴ ثانیہ ، ۲۰ میٹر
 (۶) ۱۳۳۳ $\frac{1}{4}$ فٹ فی ثانیہ (۷) ۲ ب ، ۲ ا ب ج
 (۸) ۵۰۵۱ افق سے براویہ مس $\frac{1}{4}$ (۳۶°۲۸ =)
 (۹) (۱) ۱۶ $\sqrt{17}$ (۲۵۶۹۷ =) فٹ فی ثانیہ افق سے
 براویہ مس $\frac{1}{4}$ (۵۸°۵۵ =)
 (۲) ۱۶ $\sqrt{17}$ (۹۷۶۳۲ =) فٹ فی ثانیہ افق سے
 براویہ مس $\frac{1}{4}$ (۳۲°۰۸ =)
 (۱۰) ۵۵۴۳ گز تقریباً (۱۱) ۱۳ ثانیہ ، ۳۳۲۸ فٹ
 (۱۳) ۶۶۴۰ (۹۷۶۹۸ =) فٹ فی ثانیہ افق سے براویہ مس
 (۱۴) ۱۱۰۶۸۰ (۸۳۹۶۰۴ =) فٹ فی ثانیہ ،
 ۱۱۰۶۴۸ (۵۰۳۶۴ =) فٹ فی ثانیہ
 (۱۵) ۱ : ۱ : ۳۶ ، ۱ : ۱
 (۱۶) (۱) ۴۵ (۲) ۳۰ (۱۸) ۱۵ یا ۷۵

امثلہ نمبری (۱۸)

- (۱) ۲۵۰۰ گز ، ۲۱۵۷ ثانیہ
 (۲) $\frac{1}{4}$ (۱-۳۶) کے فاصلے پر ، $\frac{1}{4}$
 (۳) ۶۲۵۵ فٹ تقریباً ، $\frac{1}{4}$ (۳۶-۶۲۵۵) یعنی
 ۱۵۲ ثانیہ تقریباً ، $\frac{1}{4}$ ۸۵ فٹ

- (۳) (۱) ۱۶۰۰۰ فٹ (۲) ۱۱۲۰۰۰
 (۵) ۱۱۴۱۶ فٹ اور ۲۷ ثانیہ تقریباً ،
 ۱۰۷۱۸ فٹ اور ۲۵۶۹ ثانیہ تقریباً ،
 ۱۹۰۴۸ فٹ اور ۳۴۷۴ ثانیہ تقریباً ،
 $\frac{۲}{۳}$ ۱۴۴۴۴ فٹ اور ۳۰ ثانیہ تقریباً۔
 (۶) ۲۹۲۹ گز تقریباً ، ۷۰۷۱ گز تقریباً
 (۸) ۸۴۷۹۵ میٹر ، ۴۴۱۷۴ میٹر

امثلہ نمبری (۱۹)

- (۱) ۹۱ میل نصف قطر کا ایک دائرہ
 (۲) افق سے بزاویہ مس $\frac{۱}{۲}$ (یعنی ۵۳°) $\frac{۱}{۲}$
 (۳) $\frac{۱}{۲}$ ۳ فٹ ، ۱۸۵۷۹ فٹ (۴) ۱۲۱ فٹ تقریباً
 (۵) $\frac{۱}{۲}$ ثانیہ میں اور ایسے مقام پر جس کے افق اور
 عمودی فاصلے پہلی توپ سے ۶۳۷۴۳ اور ۲۷۷۴۶
 فٹ ہیں

(۸) ۳۰ (۱۴) $\frac{۲}{۳} \sqrt{\frac{۲}{۳}}$ حجم ع

- (۱۵) بندوق کی سمت غبارہ کی طرف ہونی چاہیے۔
 گولی جسم کو اس وقت لگیگی جب جسم ۱۶ فٹ گر چکا۔
 (۱۸) $\frac{۱}{۲}$ پونڈ (۱۹) ۵۶۶ فٹ ، ۳۲۷۳۲ فٹ
 (۲۰) $\frac{۱}{۲}$ ۲۷۲ فٹ ، ۳۲۴ فٹ ، ۲۲۵ فٹ

(۲۱) $\frac{1}{2}$ (جب عہ \pm جم عہ) ثانیہ جہاں رفتار
رمی اور عہ زاویہ رمی ہے۔
(۲۳) ۸۰ فٹ فی ثانیہ

امثلہ نمبری (۲۰)

(۱) ۷۲۹ فٹ

(۶) ۲ $\sqrt{13}$ (= ۷.۲) فٹ فی ثانیہ براویہ

مس $\frac{3}{4}$ (= ۰.۷۵) سطح سے۔

(۸) (۱) ۴ $\sqrt{13}$ (= ۱۴.۴) فٹ فی ثانیہ براویہ

مس $\frac{3}{4}$ (= ۰.۷۵) سطح سے

(۲) ۲۰ $\sqrt{13}$ (= ۷۲.۸) فٹ فی ثانیہ براویہ

مس $\frac{3}{4}$ (= ۰.۷۵) سطح سے

(۳) ۴ $\sqrt{5}$ (= ۸.۹) فٹ فی ثانیہ براویہ

مس $\frac{3}{4}$ (= ۰.۷۵) سطح سے

امثلہ نمبری (۲۱)

(۱) $\frac{5}{13}$ اور $\frac{2}{5}$ فٹ فی ثانیہ

(۲) $\frac{2}{3}$ اور $\frac{11}{12}$ فٹ فی ثانیہ

(۳) پہلا ساکن رہتا ہے اور دوسرا ۶ فٹ فی ثانیہ کی

رفتار سے واپس ہوتا ہے۔ (۸) $\frac{1}{4}$

(۹) (۱) کیتوں کی نسبت ۱:۳ ہے (۲) رفتاروں کی

نسبت ۲:۱ ہے۔

(۱۱) ۵۶۶ اور ۲۵۵ ثانیہ

(۱۴) ۵ ر ۵ ب (= ۱۱۵۱۸۰ x) براویہ

سن ۱ $\frac{1}{4}$ (= ۳۴° ۲۶) اور ۲۰۵ ر ۵ ب (= ۱۳۳۱۸۰ x)

براویہ سن ۱ $\frac{3}{13}$ (= ۱۲° ۶) خط مرکزین سے

امثلہ نمبری (۲۲)

- (۳) ۶۰ فٹ ، ۳۶۴۴ ثانیہ
 (۴) ۸ ثانیہ ، ۲۲۲۴ فٹ
 (۶) برج کے پایہ سے فاصلہ y پر
 (۹) ایک ایسے نقطے پر جس کا فاصلہ نقطہ ابتداء حرکت سے محیط کا اٹھارہواں حصہ ہے۔
 (۱۶) ۲ ل ط جب α جم α (۱۷) ۲ ل α ن ل (۱۸) فٹ
 (۱۹) سطح عمودی پر ب ن عمود کھینچو اور ج تک خارج کرو حتیٰ کہ ب ن = ل \times ج ن - سمت مطلوبہ
 ا ج ہوگی۔

امثلہ نمبری (۲۳)

- (۱) ۶۰ پونڈل
 (۲) ۲۸۶۶
 (۳) ۳۸۱۳
 (۴) ۲۴ فٹ فی ثانیہ
 (۵) ۱۳۶۴ تقریباً
 (۶) $\frac{1}{12}$ ٹن وزن
 (۷) ۲۱۴۲ ٹن وزن

امثلہ نمبری (۲۴)

- (۱) تقریباً ۵۶۶ پونڈ وزن ، تقریباً ۸۵۲۴ فٹ فی ثانیہ
 (۲) ۱۲ فٹ فی ثانیہ
 (۳) ۴۶۹ انچ

(۸) ۶۵۱۸ انچ

(۷) ۳۶۰۲ انچ

(۱۰) $90 = \sqrt{\frac{J}{\pi}}$ تقریباً ۱۰.۸ (۱۳) ۳۷۹ : ۳۷۰

(۱۶) م (ج-۲) ن (ب) پونڈل ، $\frac{1}{\pi^2} \sqrt{\frac{J}{B}}$

(۱۸) $\sqrt{2JF}$ (۱۹) م ر : م ر

(۲۰) $\frac{1}{\pi^2} \sqrt{\frac{M J}{(M-P-L)}}$ (۲۱) اتنا کم کرنا چاہئے کہ اسکی پہلی مقدار کا $\frac{1}{4}$ باقی رہے۔

(۲۲) ۱ : ۲ ، $\frac{1}{4}$ ، $\sqrt{2-2\sqrt{2}}$ ثانیہ

(۲۳) $\frac{L}{M} \times \frac{N(1-N)}{1}$

(۲۵) (۱) اندر کی ریل پر تقریباً ۵۷ ٹن وزن
(۲) باہر کی ریل پر تقریباً ۸ ٹن وزن۔

امثلہ نمبری (۲۵)

(۱) ۲۰.۵۸ فٹ فی ثانیہ ، ۲۲.۵ پونڈ وزن

(۲) ۱۵.۵ فٹ فی ثانیہ ، ۷.۵ پونڈ وزن

(۳) ۲۱.۵۹ فٹ فی ثانیہ ، ۳۰ پونڈ وزن

- (۳) ۸ ۳۱ فٹ فی ثانیہ ، ۳ م ج
- (۴) (۱) ۲۴ فٹ فی ثانیہ (۲) ۱۲ ۳۱ فٹ فی ثانیہ
- (۳) ۸ ۳۱ فٹ فی ثانیہ ، ۱۲ فٹ فی ثانیہ
- (۵) درے کے وزن کا چھ گنا ، ۴۰ فٹ فی ثانیہ
- (۶) ۴۴۸ فٹ فی ثانیہ ، ۹ ہنڈرڈ ویٹ کا وزن ، ۴۱
- ہنڈرڈ ویٹ کا وزن
- (۹) دائرے کے نصف قطر کا $\frac{۱۶}{۲۵}$
- (۱۰) $\frac{۱۶}{۸۱}$ اور $\frac{۱۶}{۸۱}$ جہاں ق دائرے کا قطر ہے۔
- (۱۱) لچک کی قدر = $\frac{۱}{۴}$
- (۱۳) ۴ ۳۱ م پونڈ وزن ، ۵ ۳۱ م پونڈ وزن
- (۱۴) $\frac{۱}{۸}$ ج (۱۸۷ + ۱۱ ۳۱)
- (۱۸) ۱۲ فٹ فی ثانیہ ، ۹ انچ
- (۲۰) ۸۰ سینٹی میٹر تقریباً

امثلہ نمبری (۲۶)

- (۱) (۱) $\frac{۱}{۴}$ ۳۱ ثانیہ (۲) $\frac{۱}{۴}$ ثانیہ (۳) ایک ثانیہ
- (۲) ۲ ۳۱ ، $\frac{۱}{۴}$ ، ۱۱ فٹ فی ثانیہ
- (۳) (۱) ۳۱ ، (۲) ۳۲ ۳۱ ، (۳) ۲ فٹ فی ثانیہ
- (۴) ۳۶ و ۳ فٹ فی ثانیہ (۵) ۳۱ ثانیہ ، ۲ فٹ ثانیہ اکائیاں

علم حرکت ۲۰ جوابات

(۷) ۲۵ سینٹی میٹر تقریباً (۸) ۴ انچ ، ۱۱۱ ثانیہ

(۹) $\frac{\pi}{8}$ ثانیہ = ۵۶ ثانیہ

(۱۰) π [م] جہاں $\frac{1}{2}$ رسی کا اصلی طول ہے اور $\frac{1}{2}$ اس کی پچ کا میاس ہے اور $\frac{1}{2}$ رسی کی کمیت ہے۔

امثلہ نمبری (۲۷)

(۱) ۲۰.۶۴ فٹ (۳) ۳۲.۵۲۴۹

(۴) (۱) ۹.۵۷۸ انچ (۲) ۲.۵۳۴۵ انچ (۳) ۱۵.۶۵۳۸ انچ

(۵) ۳۳۰ (۷) ۳۲.۵۱۶ (۸) ۷.۷۷۵ تقریباً

امثلہ نمبری (۲۸)

(۱) ۳۲.۵۱۸۵ (۲) ۱.۱۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

(۳) تقریباً ۲۱۵ (۴) اسے بقدر ۰.۰۰۸ انچ کم کرنا چاہئے

(۵) اسے بقدر ۰.۰۲۵ انچ لمبا کرنا چاہئے

(۶) ۴۳۲ (۷) ۵۵ (۸) ۹۸

(۹) یہہ بقدر ۱۰ ثانیہ پیچھے ہو جائے گا۔

(۱۰) ۱۶۳۰ گز ، ۵ ثانیہ

(۱۱) ۱.۱۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ میل

(۱۲) ۱.۵۸ ثانیہ ، ۰.۱ انچ تقریباً

(۲۰) π ثانیہ ، $\frac{\pi}{4}$ ، ۳ انچ فی ثانیہ

امثلہ نمبر (۲۹)

- (۱) ۸۸ فٹ فی ثانیہ ، $\frac{۲۲}{۱۵}$ فٹ ثانیہ اکائیاں
 (۲) ۱۳۲۰ فٹ فی ثانیہ ، ۳۳۰ فٹ ثانیہ اکائیاں
 (۳) ۸۸۰ گز ، $\frac{۱۱}{۱۵}$ فٹ ثانیہ اکائیاں
 (۴) ۸۸ گز
 (۵) $۵۴ \frac{۱}{۲}$ فٹ
 (۶) ۸ (۱) ۸ (۲) $\frac{۱۱}{۱۵}$ (۳) ۳۸۴۰۰۰ (۴) ۱۱ ثانیہ
 (۱۰) $۱۲۶ \frac{۱۸}{۱۱}$

امثلہ نمبری (۳۰)

- (۱) $۳۰ \frac{۴}{۵}$ پونڈل (۲) ایک پونڈل ، ۱۰ فٹ پونڈل
 (۳) $\frac{۱}{۱۱}$ ثانیہ (۴) ۸۸۰۰ گز ، ۳۰۰ ثانیہ ، $\frac{۶}{۱۱}$ ۵۴ ٹن
 (۵) ۳۴۲ گز (۶) $\frac{۷}{۲}$ ۳۴۲ گز (۷) ۴۰۰ فٹ ، ۹۰ پونڈ
 (۸) ۱۱ پونڈ (۹) ۱ : ۱ ، ۹ : ۱ ، ۳ : ۱ ، ۱۵ : ۲
 (۱۰) $\frac{۴}{۵} \times ۱۲۰$ ، ۱۱۵۲۰۰
 (۱۱) $\frac{۹}{۱۱}$ فٹ ، $\frac{۵}{۱۱}$ ثانیہ ، ۸ پونڈ
 (۱۲) ۸۰۰ فٹ ، ۵ ثانیہ ، ۲ پونڈ
 (۱۳) ۱۳۱۱۲ گز ، ۲۱ ثانیہ ، $\frac{۱}{۱۱}$ پونڈ
 (۱۴) ۱۸۵۲۱ میٹر ، ۵۴۵ ثانیہ ، ۳۰۳ گرام
 (۱۵) ایک میل ، ۸ منٹ ، $\frac{۵۴}{۲۵}$ ۹۹ ٹن
 (۱۶) ۶۰۰ فٹ ، $\frac{۱}{۲}$ ثانیہ ، ۱۲۰۰ پونڈ

علم حرکت ۲۲ جوابات

(۱۹) $۲ \frac{۲۴۱}{۳۵۲}$ میل ، $\frac{۳}{۴}$ ۱۵ منٹ ، ۸۸ ٹن
(۲۰) ج پونڈ

متفرق سوالات

(۱) ۱۴۴ فٹ (۲) ۵۷۶ فٹ ، ۶ ثانیہ
(۳) $\frac{۱}{۳}$ اینچ (۴) $\frac{۱}{۹}$ اونس وزن ، $\frac{۵}{۹}$ اونس وزن
(۵) ۷۷ ثانیہ ، ۲۱۷ : ۱۶۲

(۱۳) $\frac{۳۰}{۱۱}$ (۱۸) $\frac{۳۰}{۱۱}$ رج
(۱۵) جنوب مغرب
(۲۰) سمت عمودی کے دونوں طرف ۶۰

(۲۷) جس طرف ذرہ ہے اس طرف باسراع ج مسرعہ
ذرے کے وزن کا قطعه گنا -

(۲۹) $\frac{۱۱}{۱۷}$ ۵ پونڈ وزن ، $\frac{۱۱}{۱۷}$ ج

(۳۳) $\frac{۲۵+۴}{۵+۶}$ ج

(۳۹) ج $(\frac{۲}{۷} + \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۷}) \div (\frac{۲}{۷} + \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۷})$ ج $(\frac{۲}{۷} + \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۷})$

(۴۳) آدمی کے وزن کا $\frac{۱۲}{۷}$ گنا (۴۷) $\frac{۵}{۴}$ ۲۱ ثانیہ

(۵۳) $\frac{۵}{۱۷}$ ج ، $\frac{۲}{۱۷}$ پونڈ وزن ، $\frac{۱۰}{۱۷}$ پونڈ وزن

(۵۹) $\frac{۷}{۲}$ ، ایک ایسے نقطے پر جہاں نصف قطرائی

۳۰ کا زاویہ بناتا ہے۔

$$(۶۴) \text{ م ج حجم } \frac{\text{ن} + \text{ن} - \text{ن} \text{ مسرعه}}{\text{ن} + \text{ن} + \text{م جب اع}} \text{ م ج حجم}$$

$$(۶۹) \text{ قدر فک ، } \frac{\text{م ج حجم جب اع}}{\text{ن} + \text{م ج حجم اع}} \text{ سے بڑی ہونی چاہئے۔}$$

$$(۷۱) ۱۶۵۰ \text{ فٹ پونڈ ، } ۳۷۵ \text{ فٹ پونڈ ، } ۳۸۷۵ \text{ فٹ پونڈ}$$

$$(۷۲) ۲۶۴۵ \text{ اور } \frac{۱}{۳} \text{ فٹ پونڈ ، } ۳۸۹ \text{ اور } ۱۰ \text{ فٹ پونڈ ، } ۳۷۹ \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

$$(۷۷) \frac{۳}{۱۴} \text{ پونڈ وزن ، } \frac{۳}{۱۱} \text{ میل فی گھنٹہ}$$



علم حرکت

فہرست اصطلاحات

DYNAMICS

علم حرکت

Instant	آن
Velocity	رفتار
Speed	حال
Displacement	نقل مکان
Parallelogram of velocities	رفتاروں کا متوازی الاضلاع
Resultant	حاصل
Component	جزء
Space	فضا
Relative motion	حرکت اضافی
Absolute motion	مطلق حرکت
Apparent direction	سمت مرئی
Linear velocity	خطی رفتار
Tread-mill	پاؤں چکی
Change of velocity	تبدیل رفتار یا رفتار کی تبدیلی
Acceleration	اسراع
Vector	سمتی
Starting point	نقطہ ابتداء حرکت

Physical quantity

مقدار طبیعی

Scalar

میزانی

Initial velocity

ابتدائی رفتار

Retardation

ابطاء

Motion under gravity

حرکت بجاؤ بہ ارض

Clock-work

گھڑی کل

Guide

قائد

Groove

نالی

Acceleration due to gravity

اسراع بجاؤ بہ ارض

Line of quickest descent

تیز ترین نزول کا خط

Primary conception

ابتدائی مفہوم

Spiral spring

چکر دار کمانی

C. G. S. system of units

اکائیوں کا س ک ش نظام

Density

کثافت

Momentum

معیار حرکت

Principle of inertia

اصول جمود

Poundal

پونڈل

Dyne

ڈائن

Absolute units

مطلق اکائیاں

Gravitation unit

ثقلی اکائیاں

Air-tight

ہوا بند

Receiver

قابلہ

Physical independence of forces

قوتوں کا طبیعی استغنا

Stress

تقابل

Impulse (Force \times Time)

ومضکا

Impulsive Force

دھکے والی قوت

Impact

تصادم - ٹکرا

Energy

توانائی

Kinetic energy

توانائی بالفعل

Potential energy

توانائی بالقوہ

Conservation of energy

توانائی کا بقا

Conservative system of forces

قوتوں کا بقائی نظام

Mechanical energy

حیثی توانائی

Mechanical equivalent of heat

حرارت کا معادل حیثی

Projectile

مری

Angle of projection

زاویہ رمی

Trajectory

خط مری

Range

پہ

Time of flight

مدت پرواز

Latus Rectum

وتر خاص

Collision of elastic bodies

چکدار اجسام کا تصادم

Elasticity

لیچک

Impinge directly

سیدھا ٹکرانا۔ تصادم راست

Impinge obliquely

ڈیڑھا ٹکرانا۔ تصادم کج

Co-efficient of Elasticity

لیچک کی قدر

Velocity of separation

رفتار تباہ

Velocity of approach

رفتار تقارب

Line of impact

خط تصادم

Inelastic

بے لیچک

Force of compression

پٹکنے کی قوت

Force of restitution

پٹنے کی قوت

Hodograph

رسم الطریق

Normal acceleration

عمادی اسراع

Centrifugal force

مرکز گریز قوت

Conical pendulum

مخروطی رقص

Governer of a steam engine

دخانی انجن کا حامل

Valve

کھل مندن

Centre of curvature

مرکز انحناء

Switch-back railway

نٹ گاڑی

Simple harmonic motion

بسیط موسیقی حرکت

Pendulum

رقص

فہرست اصطلاحات	علم حرکت
Amplitude	سعت
Periodic time	مدت اہتزاز
Turning fork	سرکا دو شاخہ
Violin	بیلا
Jupiter	مشتری
Satellite	تابع
Oscillation	اہتزاز
Idealistic	خیالی
Simple Equivalent Pendulum	بسیط مساوی رقاص
Abstract quantity	مقدار مطلق
Concrete quantity	مقدار مقید
Measure	ناپ
Absolute of fundamental units	مطلق یا اساسی اکائیاں
Derived units	ماخوذ اکائیاں
Dimension	بعد

